República de Honduras
Secretaría de Educación

7

Guía del Docente
Séptimo grado

III Ciclo
Educación Básica

Matemáticas

Nota: Cualquier observación encontrada en esta obra, por favor escribir a la Dirección General de Innovación Tecnológica y Educativa de la Secretaría de Educación, para ser rectificado y mejorado en las próximas ediciones, nuestro correo electrónico es: **tecnología.educativa@se.go.hn**

Presentación

La Secretaría de Educación presenta la “**Guía del Docente” de Séptimo Grado del área de Matemáticas para el Tercer Ciclo de Educación Básica**, que tiene su fundamento en el Diseño Curricular Nacional de Educación Básica (DCNEB), misma que fue revisada y ajustada por un equipo técnico en el marco del Proyecto Mejoramiento de la Enseñanza Técnica en el Área de Matemáticas (PROMETAM FASE III).

El propósito de esta Guía es apoyar al docente en la intervención activa de mediación entre el contenido del Libro del Estudiante y las formas de aprendizaje de los educandos. Además, brindar apoyo metodológico para favorecer los aprendizajes significativos y se eleve el rendimiento académico.

En la búsqueda del camino hacia una nueva Honduras, el recurso humano es el único capaz de generar riquezas a través de la aplicación de sus conocimientos, competencias y acciones; por lo que se espera que los docentes se comprometan a realizar una labor educativa con calidad y pertinencia.

Esta Secretaría de Estado, sigue comprometida para que los niños y jóvenes tengan acceso a un nivel de educación que contribuya a mejorar las condiciones de vida de la población hondureña.

Secretario de Estado en el Despacho de Educación

Instructivo de uso
“Guía del Docente”

Esta Guía está diseñada para orientar a los docentes cómo enseñar en cada grado los contenidos prescritos en el Diseño Curricular Nacional para la Educación Básica (DCNEB).

Para cada grado se presenta una propuesta de enseñanza de los contenidos y se espera que el docente la ajuste según el rendimiento y el entorno de sus educandos.

El docente debe leer con anticipación y detenidamente el desarrollo propuesto de cada clase para que esté preparado al momento de impartir las mismas.

Para mayor información véase la “Estructura y Aplicación de la Guía del Docente”

Índice

Estructura y aplicación de la Guía del Docente

Desarrollo de Clases

Estructura y aplicación de la Guía del Docente

1. Objetivo de la Guía del Docente

Este libro es una guía que explica el plan anual de estudio y el desarrollo de las clases basado en el contenido del Diseño Curricular Nacional para la Educación Básica (DCNEB). Si el Docente aprovecha esta guía, le ayudará a desarrollar su clase efectiva y eficientemente para que el rendimiento de los estudiantes mejore.

2. Estructura de la Guía del Docente

Estructura global: Está formada por dos partes: "Estructura y aplicación de la Guía del Docente" que explica el contenido de la Guía del docente y la forma cómo se utiliza y "Desarrollo de clases de cada unidad" que describe los pasos a seguir para alcanzar los objetivos de cada clase.

Estructura de la unidad: En cada unidad se desarrolla paso a paso los contenidos conceptuales y actitudinales tomados del DCNEB. La estructura de cada unidad se explica detalladamente en el instructivo.

3. Instructivo para el uso de la Guía del Docente y del Libro del Estudiante

Esta Guía del Docente (GD) fue diseñada para enseñar los contenidos indicados en el DCNEB, utilizando eficazmente el libro del Estudiante (LE), y para explicar los principios de cada tema y la manera de desarrollar cada clase.

Aunque se indica la manera de usar el LE, no necesariamente se describe una forma única de desarrollar la clase, sin embargo se ha intentado que los docentes puedan dar la clase sin dedicar mucho tiempo a los preparativos. El docente podrá hacer las modificaciones adecuadas cuando lo crea necesario.

En la GD se presenta la "Programación anual" y "Desarrollo de clases de cada unidad".

Programación Anual

Es la lista de los contenidos del grado indicados en el DCNEB, con el número de clases asignadas a cada tema. Con la misma, los docentes deben conocer qué tienen que enseñar, y hacer su plan anual de modo que se cubran todos los temas.

También se presenta la distribución de horas en función de los bloques de área que se describen en el DCNEB. Estos son:

1. Números y Operaciones
2. Álgebra
3. Geometría
4. Estadística descriptiva y probabilidad discreta

Si los estudiantes no manejan bien los contenidos de cada grado, tendrán problemas con el aprendizaje en los grados posteriores. Por ejemplo: los estudiantes necesitan tener dominio de la operatoria con números reales para operar con expresiones algebraicas racionales.

Desarrollo de clases de cada unidad

Está divida en cinco secciones:

1. Expectativas de logro: Presenta las expectativas de logro de la unidad.
2. Relación y desarrollo: Muestra el flujo de los contenidos del grado relacionándolos con los del grado anterior y el siguiente.
3. Plan de Estudio: Presenta la distribución de las clases en cada lección.
4. Puntos de lección: Presenta aspectos importantes a considerar en el desarrollo de cada lección.
5. Desarrollo de clase: Presenta el objetivo, el indicador de logro y el desarrollo de cada clase.

Significado de cada expresión y simbología en la página del desarrollo de clases

Título y número de la unidad

Indicador de logro de cada clase

Actividades de los estudiantes

Título y número de la lección

Hora actual de la clase/Total de horas de la lección

Preguntas, comentarios e indicaciones del maestro o la maestra

Objetivo de cada clase

Puntos y sugerencias de la enseñanza y actividades del maestro o la maestra

Página del LE

Soluciones de los ejercicios propuestos

Ejercicios adicionales

Indicador de logro

Escriba la relación de orden de + 5 ___ - 6

Unidad 1: **Números positivos y negativos**

Lección 1: Números positivos y negativos
(7/8)

Sección 3: Relación de orden

Objetivo: Comparar dos números y establecer la relación de orden entre ellos.

1. Establecer la relación de orden entre dos números.
Ejemplo **1.18**

(15 min)

* En la recta numérica ¿cuál número está más a la derecha +3 ó +5?, ¿cuál es el mayor?
* Indicar que expresen esta relación como +5 > +3.

2. Escribir la relación de orden de dos números.
Ejemplo **1.19**

(15 min)

* Tener cuidado al momento de comparar - 4 y +3, una dificultad que los alumnos pueden tener es solo comparar el número 4 y 3 y no prestar atención al signo de cada número.

Concluir:

* Que de dos números es mayor el que se encuentra más a la derecha en la recta numérica ya sea positivo o negativo.
* Toda relación mayor que se puede expresar como una relación menor que y viceversa.

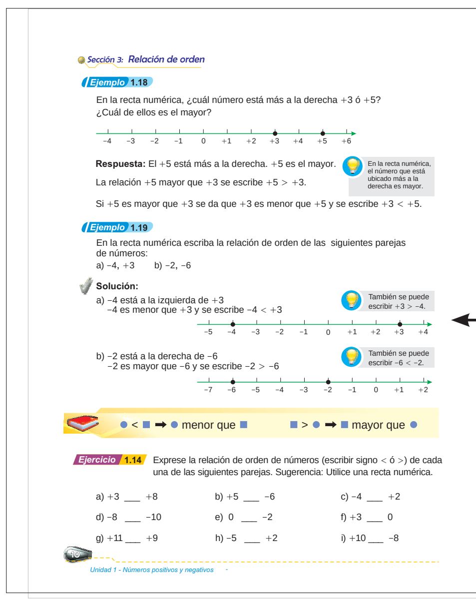
3. Resolver *Ejercicio* **1.14**

(15 min)

Solución

a) <	b) >	c) <
d) >	e) >	f) >
g) >	h) <	i) >

* Se sugiere utilizar una recta numérica para confirmar la relación de orden.



Sección 3: *Relación de orden*

Ejemplo **1.18**

En la recta numérica, ¿cuál número está más a la derecha +3 ó +5? ¿Cuál de ellos es el mayor?

−4 −3 −2 −1 0 +1 +2 +3 +4 +5 +6

Respuesta: El +5 está más a la derecha. +5 es el mayor.

La relación +5 mayor que +3 se escribe +5 > +3.

En la recta numérica, el número que está ubicado más a la derecha es mayor.

Si +5 es mayor que +3 se da que +3 es menor que +5 y se escribe +3 < +5.

Ejemplo **1.19**

En la recta numérica escriba la relación de orden de las siguientes parejas de números:

a) −4, +3 b) −2, −6

Solución:

a) −4 está a la izquierda de +3
−4 es menor que +3 y se escribe −4 < +3

También se puede escribir +3 > −4.

−5 −4 −3 −2 −1 0 +1 +2 +3 +4

b) −2 está a la derecha de −6
−2 es mayor que −6 y se escribe −2 > −6

También se puede escribir −6 < −2.

−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 +1 +2

● < ■ ➡ ● menor que ■   ■ > ● ➡ ■ mayor que ●

Ejercicio **1.14** Exprese la relación de orden de números (escribir signo < ó >) de cada una de las siguientes parejas. Sugerencia: Utilice una recta numérica.

a) +3 ___ +8	b) +5 ___ −6	c) −4 ___ +2
d) −8 ___ −10	e) 0 ___ −2	f) +3 ___ 0
g) +11 ___ +9	h) −5 ___ +2	i) +10 ___ −8

10

Unidad 1 - Números positivos y negativos

Ejercicios adicionales

a) - 5 ___ +3	b) - 2 ___ +1	c) 8 ___ + $\frac{1}{2}$
d) - $\frac{2}{3}$ ___ +3	e) + 8 ___ - $\frac{2}{3}$	f) - 1 ___ - $\frac{3}{4}$

Solución

a) <	b) <	c) >
d) <	e) >	f) <

18 Unidad 1 - Números positivos y negativos

① Expectativas de logro

Se presentan para cada unidad, tal y como están descritas en el DCNEB.

② Relación y desarrollo

Se muestran los contenidos de la unidad y su relación con otras unidades (ya sean de este grado, o anteriores o posteriores). Los docentes deben diagnosticar si los estudiantes tienen dominio sobre los contenidos relacionados de los grados anteriores, de lo contrario dependiendo del nivel de insuficiencia en el manejo, se puede hacer lo siguiente:

(a) Si la mayoría de los estudiantes carecen de comprensión, de tal modo que no se puede enseñar el contenido del grado, se les da un repaso de dos o tres horas clase.

Para el mejor manejo del contenido, se sugiere darles tareas al mismo tiempo que la enseñanza del contenido del grado.

(b) Si la mayoría entiende bien se le puede dar orientación individual a los que la necesiten.

③ Plan de estudio

Se indica la distribución de las horas y el contenido. Como el tiempo total de la clase de matemáticas es limitado, se recomienda seguir los lineamientos indicados en la guía y desarrollar todo el contenido.

④ Puntos de lección

En la primera parte se informan los resultados obtenidos por PROMETAM Fase III al aplicar pruebas de línea base en el año 2016 y al finalizar la validación del LE en el 2017. Las pruebas se aplicaron en algunos Institutos de Educación Media y Centros de Educación Básica, con el objetivo de detectar aciertos e identificar oportunidades de avance, como una información valiosa que contribuya a la mejora de la calidad educativa del país

Luego, cada unidad está dividida en lecciones. En esta parte se explican los puntos en los que se debe prestar atención durante el desarrollo de la clase. Los docentes deben entender la idea central por la cual se desarrolla el plan de clase.

⑤ Desarrollo de clases

Está descrito el plan de cada clase para 45 minutos e incluye los objetivos, el indicador de logro y el proceso de enseñanza. No es recomendable prolongar la hora de clase, salvo en el caso donde los estudiantes hacen una tarea especial o el horario así lo exige.

«Objetivo»

Representa el objetivo de la clase. Es necesario tener un objetivo claro para cada clase.

<<Indicador de logro>>

Se proporciona el indicador de logro con respecto al objetivo de cada clase que le permitirá al docente verificar el logro de dicho objetivo.

El indicador es el conocimiento mínimo que un estudiante debe tener de un tema en particular.

En caso de que existan dificultades al resolver el ejercicio indicado en la mayoría de los estudiantes, el docente debe reforzar ese contenido.

«Proceso de enseñanza»

Está numerado según el proceso del desarrollo de la clase.

Se proponen actividades que el docente debe realizar durante la clase siguiendo el orden propuesto en el Libro del Estudiante.

La propuesta se basa en comenzar la clase planteando un ejemplo y tratar de que los estudiantes lo resuelvan sin consultar el LE, por lo que se debe garantizar el tiempo suficiente para que piensen y propongan sus ideas, luego los docentes tienen que darles explicaciones de forma concisa y con pocas palabras tratando de no hablar mucho, y considerando las ideas de los estudiantes, concluir en la regla, definición, principio etc. de la clase, para luego realizar la ejercitación.

En este proceso de enseñanza en alguna clase se utiliza la simbología número (1. 2. 3…), ¿?, * Número (1., 2., 3., …): Significa las actividades principales que los estudiantes deben hacer durante el desarrollo de una clase.

¿?: Significa preguntas de los docentes a los estudiantes durante la clase.

No es recomendable hacer preguntas que los estudiantes pueden contestar con respuestas breves como <<si>> y <<no>>. Son muy importantes las preguntas que hacen pensar a los estudiantes, sobre todo en cada clase se necesita una pregunta principal que los atraiga al tema de la clase

Cuando las respuestas de los estudiantes son equivocadas o no son las esperadas, hay que dar tiempo para que piensen por qué es incorrecta, al mismo tiempo los docentes tienen que pensar por qué se han equivocado y reflexionar sobre su manera de enseñar y preguntar. Además las respuestas de sus estudiantes pueden ser indicadores para evaluar el nivel de entendimiento.

*: Hace referencia a los puntos y sugerencias de la clase y actividades del docente. Se refiere a puntos importantes que el docente debe tomar en cuenta para que el desarrollo de la clase sea exitoso.

Para ser más práctico el uso de esta GD en el aula de clases, se da una descripción general, por lo tanto, no se les indica a los docentes todas las acciones a realizar, así que según la necesidad hay que agregar más o modificarlas. En forma general se aplican las siguientes acciones.

1. La GD no dice nada sobre la evaluación continua porque ésta corresponde al objetivo, sin embargo propone como se puede evaluar este, a través de la ejercitación. La evaluación debe hacerse durante la clase y al final de la misma según la necesidad.
2. No está indicado el repaso de la clase. Éste se hace según la necesidad.
3. Cuando se les dan los ejercicios, los docentes deben recorrer el aula identificando los errores de los estudiantes y ayudándoles a corregirlos.
4. Cuando la cantidad de ejercicios es grande, se hace la comprobación y corrección de errores en una adecuada cantidad, para que los estudiantes no repitan el mismo tipo de equivocación.
5. Preparar tareas como ser ejercicios complementarios para los estudiantes que terminan rápido.
6. La orientación individual no está indicada, sin embargo, es imprescindible.

   Los docentes pueden realizarla en las ocasiones siguientes:

- Cuando recorren el aula después de dar los ejercicios.
- En el receso después de la clase.
- En la revisión del cuaderno (hay que tener el cuidado que los estudiantes no pierdan el tiempo haciendo cola para que el docente corrija)
- En algunas lecciones se indican ejercicios adicionales, los cuales pueden ser desarrollados dependiendo del tiempo que se tiene o el nivel de los estudiantes, por lo que se deben considerar si son necesarios para afianzar el contenido.

En la guía del docente se indica después de los puntos de lección uno o dos ejemplos de planes de pizarra para una clase en particular, sin embargo, cada uno puede hacer su propia estructura de uso de la pizarra adaptándola a sus necesidades.

La manera de cómo trabajar con los problemas de aplicación planteados

Los problemas planteados deben trabajarse siguiendo los pasos dados a continuación:

1. Escribir el planteamiento de la operación.
2. Juzgar si el planteamiento de la operación es el adecuado.

3. Efectuar el cálculo según la necesidad.

4. Juzgar si el resultado es el adecuado.

5. Escribir la respuesta con la unidad necesaria.

Siempre que se requiere Planteamiento Operacional y Respuesta, hay que evaluarlos por separado, es decir, valorar el planteamiento de la operación y verificar la respuesta.

Unidad 3 *Ejercicio* **2.1**

Carlos compró 3 lápices y un cuaderno que vale 15 lempiras. Si pagó por todo 45 lempiras, ¿cuánto vale cada lápiz?

Solución

Si el precio de un lápiz es x, se tiene que:

$3x + 15 = 45$ ⟶ Planteamiento Operacional

$$\begin{aligned} 3x + 15 &= 45 \\ 3x &= 45 - 15 \\ 3x &= 30 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

Respuesta: Cada lápiz vale 10 lempiras.

Primero se juzga que la respuesta se pueda encontrar con el planteamiento operacional. Luego, se efectúa el cálculo y se completa la respuesta con las unidades respectivas.

Si algún estudiante escribe bien el planteamiento operacional pero se equivoca en el cálculo o en la respuesta, hay que hacer preguntas para que reaccione y reflexione sobre su error.

La estructura del LE y su uso

El docente puede comenzar cada unidad con un repaso de lo aprendido anteriormente. Esta parte no está indicada en las horas de clase y los docentes asignan el tiempo para trabajar según su criterio.

La unidad está dividida en lecciones, secciones, ejercicios. Cada lección tiene ejemplos y ejercicios.

Los ejemplos corresponden a los temas importantes de la lección y están ilustrados con dibujos o gráficas que ayudan a los estudiantes a entenderlos.

En la orientación de estos ejemplos lo importante es hacer que los estudiantes piensen por sí mismos; por lo tanto, para presentarlos, los docentes lo escriben en la pizarra para que los estudiantes no vean la respuesta en el LE antes de tratar de encontrarla, aun cuando la guía dice <<Leer el problema… o captar la situación>>

Las soluciones de los ejemplos están marcadas con el signo ✓

La GD lleva la solución de los ejercicios propuestos en el LE. Los docentes tienen que tomar en cuenta que en el caso de ejercicios y problemas con respuestas abiertas puede haber otras respuestas.

Para resaltar los puntos importantes de un tema se utiliza y para algunas explicaciones relevantes

Un objetivo del LE es suministrar suficiente cantidad de ejercicios clasificados, por lo tanto, en el LE a veces hay más ejercicios de los que se pueden resolver en el aula. Los docentes tienen que elegir cierta cantidad de ejercicios de cada grupo clasificado, de modo que los estudiantes puedan resolver de todos los tipos. En la GD hay ejercicios adicionales que pueden utilizar como tarea en casa, o como ejercicios para los estudiantes que resuelven rápido o, en otros casos, como tarea mientras esperan las indicaciones del docente.

En la sección de ejercicios (1, 2, 3, …), el trabajo con los mismos está incluido en las horas de clase de la unidad.

Esta sección de ejercicios que aparece al final de cada unidad, el docente podrá utilizarla a su conveniencia y en beneficio de los estudiantes.

Otros íconos que aparecen en el LE y GD son los siguientes:

Se utiliza para indicar y señalar propiedades y criterios.

Se utiliza para indicar el uso de la calculadora para hacer o verificar cálculos.

Se utiliza para hacer aclaraciones, sugerencias o ampliaciones de los conocimientos de la clase.

4. Plan de estudio (Total 115 horas)

Unidad (horas)	Pág. de GD (Pág. de LE)	Contenidos
1. Números positivos y negativos (29 horas)	1~46 (1~38)	• Uso de los números positivos y negativos • Representación gráfica, relación de orden, valor absoluto • Adición, sustracción, multiplicación y división de números positivos y negativos • Propiedad conmutativa y asociativa de la adición y la multiplicación • Conversión de fracciones a decimales • Recíproco, potencias, operaciones combinadas • Propiedad distributiva • Aplicación de los números positivos y negativos
2. Variables y expresiones (22 horas)	47~76 (39~62)	• Expresión algebraica • Reglas convencionales acerca de las expresiones algebraicas • Expresión de cantidades con variables • Valor numérico de expresiones algebraicas • Términos y coeficientes en las expresiones algebraicas • Adición, sustracción, producto y división de expresiones algebraicas
3. Ecuaciones de primer grado en una variable (18 horas)	77~104 (63~84)	• Definición de ecuaciones de primer grado • Aplicación de las propiedades de la igualdad en la solución de ecuaciones de primer grado • Solución de ecuaciones de primer grado por transposición de términos • Resolución de ecuaciones de primer grado • Proceso de resolución de problemas con ecuaciones de primer grado • Resolución de problemas con ecuaciones de primer grado
4. Conjunto de puntos (5 horas)	105~122 (85~98)	• Definición de punto, recta, plano, rayo y segmento • Distancia, punto medio, bisector de un segmento • Puntos colineales
5. Ángulos (8 horas)	123~146 (99~118)	• Definición de ángulo, medida y congruencia • Clasificación de ángulos • Construcción de la bisectriz • Rectas perpendiculares y mediatriz de un segmento • Construcción de la mediatriz • Construcción de una perpendicular usando la definición de mediatriz
6. Razón, proporcionalidad y porcentaje (23 horas)	147~182 (119~148)	• Razón y razón inversa • Razones equivalentes y razón en su mínima expresión • Proporciones • Aplicación de la proporción • Proporcionalidad directa • Proporcionalidad inversa • Aplicación de la proporcionalidad • Porcentaje o tanto por ciento
7. Gráficas de faja y circulares (10 horas)	183~198 (149~160)	• Gráficas de faja • Gráficas circulares

5. Programación anual

SÉPTIMO GRADO

		Mes	Febrero				Marzo					Abril				Mayo					Junio				Julio				Agosto					Septiembre				Octubre					Noviembre			
		Semana	1	2	3	4	1	2	3	4	5	1	2	3	4	1	2	3	4	5	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	5	1	2	3	4	1	2	3	4	5	1	2	3	4
No.	**Unidad**	**(clases)**																																												
1	Números positivos y negativos	29		4	4	4	4	4	4	4	1																																			
2	Variables y expresiones	22									3	X	4	P	3	4	4	4																												
3	Ecuaciones de primer grado en una variable	18																	4	4	4	4	P	2																						
4	Conjunto de puntos	5																						1	X	4																				
5	Ángulos	8																									4	4																		
6	Razón, proporcionalidad y porcentaje	23																											4	4	4	4	P	3	X	4										
7	Gráficas de faja y circulares	10																																			4	X	4	2						
	Clase complementaria																																							2	4	4	P	E		
	Total	115																																												

- Según la ley, se tienen 5 horas clase de matemática por semana.
- Sin embargo, en este plan se tienen solamente un máximo de 4 horas clase de matemática por semana.
  - En los centros educativos a veces se tienen otras actividades y se pierden las clases de matemática.
  - Entonces, en este plan ya están considerados algunos días de pérdidas de clase de matemática.
- Esto significa que si se puede dar más clases, puede avanzar más que lo propuesto en este plan.
- En este plan está considerado el inicio de clase a partir de la segunda semana de febrero.
- En este plan están considerados los siguientes feriados y receso académico:
  - Semana Santa (la primera semana de abril) (depende del año)
  - El día de las Américas (14 de abril)
  - El día del Trabajo (1 de mayo)
  - El día del Estudiante (11 de junio)
  - Receso Académico (primera semana de julio) (depende del año)
  - Semana Morazánica (primera semana de octubre)
- También, en el mes de septiembre se tienen muchas actividades (como el día de la Independencia, el día del Niño y el día del Maestro).
  - Entoces, está considerado que una semana (en este plan, la segunda semana de septiembre) no puede dar clase.
- La "P" significa ejecución de las pruebas de cada parcial. En este plan, está considerado:
  - La tercera semana de abril (para el primer parcial)
  - La tercera semana de junio (para el segundo parcial)
  - La última semana de agosto (para el tercer parcial)
  - En el mes de noviembre (para la prueba de fin de grado)
- La siguiente semana de la semana de las pruebas, está considerado el día de entrega de notas. Por eso se tienen solo 3 horas clase de matemática.
- La "E" significa evaluación final.
- Aún así, todavía quedan 10 horas clase.
- Se pueden utilizar estas horas para dar clases complementarias y fortalecer o repasar los contenidos.

Unidad 1

Números positivos y negativos

Lección 1: Números positivos y negativos

Lección 2: Adición y sustracción de números positivos y negativos

Lección 3: Multiplicación y división de números positivos y negativos

Unidad 1

Números positivos y negativos

(29 horas)

1 Expectativas de logro

- Desarrollan concepto de número opuesto.
- Distinguen entre números positivos y negativos.
- Desarrollan el concepto de número entero.
- Representan números enteros en la recta numérica.
- Identifican el valor absoluto de un número entero.
- Dominan las operaciones básicas con números enteros para resolver problemas de la vida real.
- Resuelven problemas de la vida real que implican números enteros.
- Identifican números racionales en problemas de la vida real y usan las operaciones básicas para resolverlos.
- Reconocen en situaciones de la vida real la conveniencia de los números decimales.
- Utilizan números decimales en la solución de problemas de la vida real.

2 Relación y desarrollo

Séptimo grado

Números positivos y negativos

- Uso de números positivos y negativos
- Representación gráfica
- Relación de orden
- Valor absoluto
- Adición de números con igual y diferente signo
- Propiedad conmutativa y asociativa de la adición
- Sustracción
- Multiplicación
- Propiedad conmutativa y asociativa de la multiplicación
- División
- Conversión de fracciones a decimales
- Recíproco
- Potencias
- Operaciones combinadas
- Propiedad distributiva
- Aplicación de los números positivos y negativos

Razón, proporcionalidad y porcentaje

- Razón y razón inversa
- Proporcionalidad directa
- Proporcionalidad inversa
- Aplicación de la proporcionalidad
- Porcentaje

Octavo grado

Noveno grado

Números reales

- Raíz cuadrada
- Relación de orden con raíces cuadradas
- Números irracionales
- Números reales
- Multiplicación y división de raíces cuadradas
- Simplificación de raíces cuadradas
- Multiplicación y división de raíces cuadradas utilizando simplificación
- Racionalización
- Suma y resta de raíces cuadradas
- Suma y resta de raíces cuadradas utilizando simplificación
- Suma y resta de raíces cuadradas utilizando racionalización
- Propiedad distributiva en expresiones con raíces cuadradas
- Operaciones con raíces cuadradas

3 Plan de estudio (29 horas)

Lección	Distribución de horas	Contenidos
1. Números positivos y negativos (8 horas)	1~5/8	• Uso de los números positivos y negativos
	6/8	• Representación gráfica
	7/8	• Relación de orden
	8/8	• Valor absoluto
2. Adición y sustracción de números positivos y negativos (7 horas)	1/7	• Adición de números con igual signo
	2/7	• Adición de números con diferente signo
	3/7	• Propiedad conmutativa y asociativa de la adición
	4~5/7	• Sustracción
	6/7	• Planteamiento sólo con adición
	7/7	• Adición y sustracción combinadas
3. Multiplicación y división de números positivos y negativos (12 horas)	1~3/12	• Multiplicación
	4/12	• Propiedad conmutativa y asociativa de la multiplicación
	5~6/12	• División
	7/12	• Conversión de fracciones a decimales
	8/12	• Recíproco
	9/12	• Potencias
	10/12	• Operaciones combinadas
	11/12	• Propiedad distributiva
	12/12	• Aplicación de los números positivos y negativos
Ejercicios (2 horas)	1~2/2	

4 Puntos de lección

Análisis de las pruebas diagnósticas 2016 y 2017

Algunos docentes desconocen el nivel de aprendizaje que tienen sus estudiantes. Por lo tanto, les aplican ejercicios no adecuados y los estudiantes se confunden. Números Positivos y Negativos es la primera unidad que se enseña en el III Ciclo de Educación Básica y tiene el tema “números negativos” que es muy importante, sin embargo, en la realidad, muchos estudiantes no lo comprenden muy bien.

[Pregunta] Realice los siguientes cálculos:

(-3) + (-2) Institutos 58% CEB 38% (2017)

(+5) - (-7) Institutos 14% CEB 10% (2017)

Especialmente tienen dificultad en el cálculo de “sustracción de números negativos”.

Aunque el cálculo es con números de una cifra, los resultados son muy bajos. Si se cambian dichos números a fracciones o números decimales, por supuesto los resultados bajan aún más.

Entonces, para que puedan comprender los conceptos de números negativos y sus cálculos, primero, se debe enseñar con números de una cifra.

Lección 1. Números positivos y negativos

Se introducen los números negativos como los números que tienen características o sentidos opuestos a los números positivos. En la siguiente tabla se muestran estos sentidos.

Ejemplo en el LE	Cantidad positiva	Cantidad negativa	Punto de referencia
1.1	Temperatura más alta que 0°C	Temperatura más baja que 0°C	0 °C
1.2	Sobre el nivel del mar	Bajo el nivel del mar	Nivel del mar
1.4	Hacia el Este del punto O	Hacia el Oeste del punto O	Punto O
1.5	Futuro	Pasado	Ahora
1.6	Ganancia o ingreso	Pérdida o egreso	No hay movimiento de dinero

En el Ejemplo 1.5 el punto A corresponde a +3 y el punto B corresponde a -2

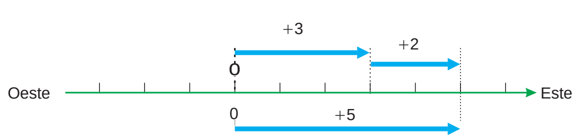
Si se cambia la dirección positiva cambia el signo (si se toma hacia el Oeste como la dirección positiva, el punto A corresponde a -3 y el punto B a +2). Así mismo si se cambia el punto de referencia, cambian los números que corresponden (Si se toma el punto O como punto de referencia el punto A corresponde a +3 y el punto B a -2).

Lección 2. Adición y sustracción de números positivos y negativos

Definición de la adición

En el LE se define la adición como el compuesto de dos movimientos (expresados estos con flechas en la recta numérica). Es decir; (primer movimiento) + (segundo movimiento) = (posición final)

Ejemplo (+3) + (+2)

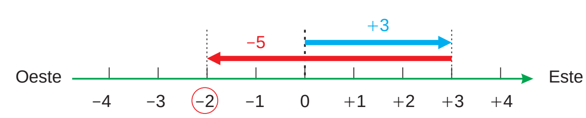


El punto de partida de la segunda flecha (+2) comienza donde termina la primera (+3). La flecha resultante o tercera flecha (+5) tiene como el punto de partida de la primera (+3) y termina donde termina la segunda (+2).

Cuando los sumandos son números positivos se sabe que la composición de las dos flechas se dirige hacia la derecha en la recta numérica y representa la adición de los números que corresponden a las flechas.

Como se pueden componer dos flechas cualesquiera que sea la dirección, se define la adición de los dos números como el compuesto de las dos flechas correspondientes.

Ejemplo: (+3) + (-5)



Regla de la adición

Después de definir la adición se expresa la forma de la adición como se presenta a continuación de modo que los estudiantes puedan hacer el cálculo formalmente.

$a + b$, cuando a y b son del mismo signo.

Signo: El que llevan a y b

Valor absoluto: La suma de los valores absolutos de a y b

$a + b$, cuando a y b son de diferente signo.

Signo: El del número que tiene mayor valor absoluto

Valor absoluto: La diferencia del valor absoluto mayor menos el valor absoluto menor.

Propiedad conmutativa y asociativa de la adición.

Propiedad conmutativa: $a + b = b + a$

Propiedad asociativa:

$(a + b) + c = a + (b + c)$

* En los grados anteriores los estudiantes ya aprendieron estas propiedades con los números positivos sin mencionar los términos. La validez de éstas con los números negativos se puede comprobar manejando flechas en la recta numérica; sin embargo en el LE sólo se muestran con algunos ejemplos sin utilizar la recta numérica.

Ejemplo

■ + ● = ● + ■ ; (-4) + (+7) = (+7) + (-4)

* Con estas propiedades se puede cambiar el orden de la adición (esta es la razón por la cual no se enseña el orden del cálculo usando los paréntesis cuando hay solo adiciones) y por lo general es más fácil sumar los números positivos y negativos separadamente.

Ejemplo:

(-4) + (+7) + (+5) + (-3)

= (+7) + (-4) + (+5) + (-3)

= (+7) + (+5) + (-4) + (-3)

= [(+7) + (+5)] + [(-4)+(-3)]

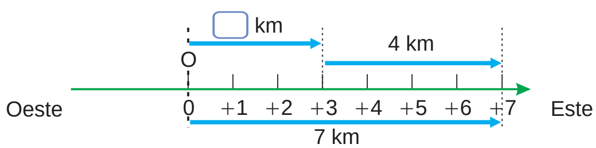
=(+12) + (-7)

= + 5

Definición de la sustracción

* Se define la sustracción como la operación inversa de la adición, es decir, la resta $a - b$ es la solución de la ecuación $x + b = a$.

Ejemplo:



Se encuentra el número con la sustracción (+7) - (+4)

* Ahora vamos a comparar con (+7) + (-4) ya que los estudiantes ya saben cómo calcular suma con signos diferentes usando la gráfica.
* Comparando los cálculos y las gráficas podemos concluir que se puede convertir una sustracción en adición.

(+7)	−	(+4)	=	+3
‖	Resta ↓ Suma	Número opuesto ↓	‖	Respuestas iguales
(+7)	+	(−4)	=	+3

Regla de la sustracción

La regla de la sustracción es $a - b = a + (-b)$

Planteamiento solo con adición

* Un PO con adición y sustracción se puede convertir en un PO solo con adición y en este PO primero se suman los números del mismo signo.

Ejemplo:

(+3) - (+5) + (-8) - (-9)

= (+3) + (-5) + (-8) + (+9)

= [(+3) + (+9)] + [(-5) + (-8)]

= (+12) + (-13)

= -1

* Se llama término a cada número de un PO solo con adición. En el PO los términos son: +3, -5, -8 y +9

Lección 3. Multiplicación y división de números positivos y negativos

En primaria se ha aprendido la siguiente fórmula:

(velocidad) x (tiempo) = (distancia recorrida)

Término “velocidad” se está utilizando como un sentido de “rapidez”. (Rapidez es una magnitud escalar, velocidad es una magnitud vectorial). Entonces la siguiente fórmula es más adecuada: (rapidez) x (tiempo) = (distancia recorrida) sin embargo, para no confundir a los estudiantes, no utilizamos el término “rapidez”.

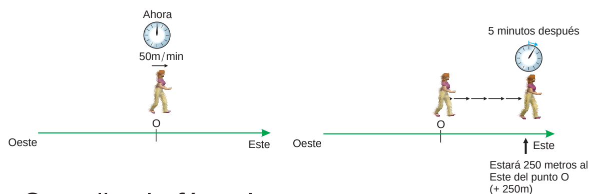
* En esta lección se maneja la siguiente fórmula unicamente para introducción del tema (velocidad) x (tiempo) = (posición final)
* Definición de la multiplicación
* Cuando en una multiplicación el multiplicador es un número negativo por ejemplo en 50 × (-5) no se puede aplicar el sentido de la multiplicación aprendido en los grados anteriores.

* Para introducir la multiplicación en el LE se utiliza el movimiento en la recta numérica igual que se hizo en el caso de la adición. Primero se presenta una situación en la que se encuentra el resultado con una multiplicación de dos números positivos y luego usando una situación semejante se extiende a los casos en que uno o ambos factores son negativos y se encuentra el producto.

Ejemplo (+50) × (+5)

Se interpreta (+50) como “camina hacia el Este a 50m/min”. Ahora está en el punto O.

¿Dónde estará 5 minutos después?



Se aplica la fórmula:

(velocidad) × (tiempo) = (posición final).

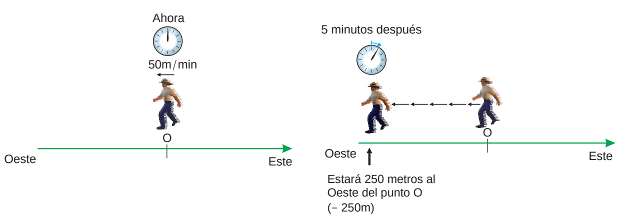
Como la velocidad = +50 y

el tiempo = +5; (+50) x (+5) = +250,

así la posición =+250

Ejemplo: (-50) x (+5)

* Se interpreta (-50) como “camina hacia el Oeste a 50m/min”. Ahora está en el punto O. ¿Dónde estará 5 minutos después?



Como la velocidad = -50 y el tiempo = +5; (-50) x (+5) = -250,

así la posición = -250.

Regla de la multiplicación

El producto de dos números se obtiene así:

Signo: Si los dos factores tienen el mismo signo el producto lleva el signo positivo (+).

Si los dos factores tienen diferente signo el producto lleva el signo negativo (-).

Valor absoluto: El valor absoluto del producto es el producto de los valores absolutos de los dos factores.

Multiplicación por 1

$1 \times a = a$; $a \times 1 = a$

Esta propiedad la aprendieron los estudiantes con los números positivos en los grados anteriores, aquí sólo se garantizará a los números negativos.

Multiplicación por -1

Si se multiplica por -1 cambia de signo.

Ejemplo: (+5) × (-1) = (-1) × (+5) = -5

(-5) × (-1) = (-1) × (-5) =+5

Multiplicación por 0

$\square \times 0 = 0$, $0 \times \square = 0$, $a \times 0 = 0$; $0 \times a = 0$

Esta propiedad la aprendieron los estudiantes con los números positivos en los grados anteriores, aquí solo se generalizará para los números negativos.

Propiedad conmutativa y asociativa de la multiplicación

$a \times b = b \times a$; $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

División

En el LE se define la división como la operación inversa de la multiplicación.

$\square \times b = a$ equivale a $a \div b = \square$

La relación entre la multiplicación y la división es igual a la que existe entre la adición y la sustracción, también lo es su forma de enseñanza.

Primero hay que asegurar la relación entre la multiplicación y la división usando los números positivos.

Ejemplo:

$\square$ × (3) = +12 equivale a (+12) ÷ (+3) = $\square$

Usando esta relación se extiende la división de los números negativos.

Ejemplo

$(+4) \times (+3) = +12 \rightarrow (+12) \div (+3) = +4$

$(-4) \times (+3) = -12 \rightarrow (-12) \div (+3) = -4$

$(-4) \times (-3) = +12 \rightarrow (+12) \div (-3) = -4$

$(+4) \times (-3) = -12 \rightarrow (-12) \div (-3) = +4$

De estos ejemplos se deduce la siguiente regla de la división:

Signo: Si el signo de los dos números es igual el cociente es positivo y si los signos son diferentes el cociente es negativo.

Valor absoluto: El valor absoluto del cociente es el cociente de los valores absolutos de los dos números.

División con cero

Cuando el número a es diferente de cero, $0 \div a = 0$. No se puede dividir entre cero.

A partir de aquí no se utilizará, por lo general, el signo "+" con los números positivos.

Fracción negativa

En la división de números enteros donde el cociente no es un número entero, se puede expresar el cociente de dos números como una fracción.

Ejemplo

$\frac{-5}{3} = \frac{5}{-3} = -\frac{5}{3}$ porque $(-5) \div 3 = 5 \div (-3) = -(5 \div 3)$

Recíproco o inverso multiplicativo

El número b que al multiplicarlo por a es igual a 1 se llama "recíproco de a" o "inverso multiplicativo de a"

Ejemplo

$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$

El reciproco de $\frac{\bigcirc}{\triangle}$ *es* $\frac{\triangle}{\bigcirc}$.

$\left(\text{por que } \frac{\bigcirc}{\triangle} \times \frac{\triangle}{\bigcirc} = 1\right)$

recíproco

$\frac{2}{3} \leftrightarrow \frac{3}{2}$

recíproco

recíproco

$\frac{1}{4} \leftrightarrow 4$

recíproco

Dividir entre un número equivale a multiplicar por su recíproco

Ejemplo:

$\frac{2}{3} \div -\frac{3}{5} = \frac{2}{3} \times -\frac{5}{3} = -\frac{10}{9}$

Operaciones combinadas

1. Si el PO lleva multiplicación y división, se convierten las divisiones en multiplicaciones.

Ejemplo:

$5 \div \left(-\frac{2}{3}\right) \times 8$

$= 5 \times \left(-\frac{3}{2}\right) \times 8$

$= -\frac{15}{2} \times 8$

$= -60$

2. Si en un PO aparecen multiplicaciones, divisiones, adiciones, sustracciones y signos de agrupación el orden es el siguiente: primero hay que resolver lo que hay en los signos de agrupación, luego multiplicaciones y divisiones (de izquierda a derecha) y por último, las adiciones y sustracciones

Ejemplo:

$4 \times 3 - (8 + 6) \div 2$

$= 4 \times 3 - 14 \div 2$

$= 12 - 7$

$= 5$

Propiedad distributiva

$(a + b) \times c = a \times c + b \times c$

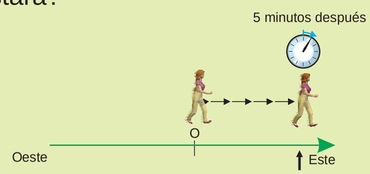
$c \times (a + b) = c \times a + c \times b$

Esta propiedad los alumnos la aprendieron en los grados anteriores con los números positivos sin mencionar su nombre. Aquí se conoce su nombre y se generaliza a los números negativos.

Tema: Multiplicación de números positivos y negativos 1

Ejemplo 3.1 2 Pág. 23 3

María camina a 50 metros por minutos hacia el Este en una Carretera. Ahora está en el punto O. Después de 5 minutos, ¿dónde estará?



Estará 250 metros al Este del punto O (+ 250m)

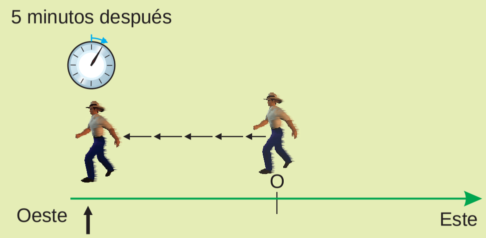
Respuesta: María estará a 250 metros al Este del punto O. 4

Observe:
Velocidad: 50 metros.
Tiempo: 5 minutos.

PO: $(+50) \times (+5) = +250$.

Ejemplo 3.2 2 Pag. 23 3

José camina a 50 metros por minuto hacia el Oeste y ahora está en el punto O. ¿Dónde estará después de 5 minutos?



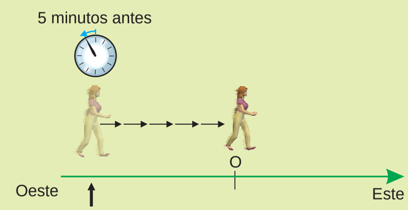
Estará 250 metros al Oeste del punto O (– 250m)

Respuesta: José estará 250 metros al Oeste del punto O. 4

Observe:
Velocidad: –50 metros. (50 metros hacia el Oeste)
PO: $(-50) \times (+5) = -250$
Posición: -250m. (250 metros hacia el Oeste)

Ejemplo 3.3 2 Pag. 24 3

Siguiendo el Ejemplo 3.1 ahora María está en el punto O. ¿Dónde estaba María 5 minutos antes?



Estuvo 250 metros al Oeste del punto O (– 250m)

Respuesta: María estaba a 250 metros al Oeste del punto O. 4

Observe:
Velocidad: +50 metro
Tiempo: –5 minutos. (5 minutos antes)
PO: $(+50) \times (-5) = -250$
Posición: –250m. (250 metros hacia el Oeste)

Conclusión sugerida 6
Al multiplicar un número positivo por un número negativo. el resultado es un número negativo.

1. Al inicio de la clase escribir solo la palabra "**Tema**" y hasta el final de la clase (o en el desarrollo de la misma) escribir el contenido del tema.
2. Escribir el número del Ejemplo o Ejercicio.
3. Escribir el número de **Pág.** del LE para entender dónde se quedaron con respecto al tiempo.
4. Escribir la **Solución** y **Respuesta**.
5. En el problema planteado marcar los datos importantes para poder llegar a la respuesta.
6. Escribir la conclusión en un rectángulo de color rojo.

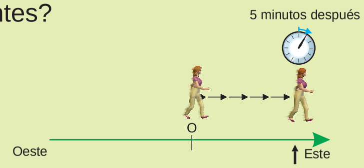
✓ Marcar en el Ejercicio cuando la solución o la respuesta sean correctas.

Nota: Los puntos aquí explicados no siempre aplican todos en un plan de pizarra.

Tema: Multiplicación de números positivos y negativos 1

Ejemplo 3.4 2 Pág. 24 3

Siguiendo el Ejemplo 3.2 ahora José esta en el punto O. ¿Dónde estaba José 5 minutos antes?



Estará 250 metros al Este del punto O (+ 250m)

Respuesta: José estaba a 250 metros al Este del punto O. 4

Observe:

Velocidad: −50. (50 metros hacia el Oeste)

Tiempo: −5 minutos. (5 minutos antes)

PO: $(-50) \times (-5) = +250$.

Conclusión sugerida 6
Al multiplicar un número negativo por un número negativo el resultado es un número positivo.

Los PO anteriores de los Ejemplos 3.1 ~ 3.4

1) PO: $(+50) \times (+5) = +250$

2) PO: $(-50) \times (+5) = -250$

3) PO: $(+50) \times (-5) = -250$

4) PO: $(-50) \times (-5) = +250$

6
Multiplicación de dos números positivos y/o negativos.
Según el signo: Si los dos números tienen el mismo signo, el producto lleva el signo positivo.
Si los dos números tienen signo diferente, el producto lleva signo negativo.
Según el valor absoluto: el valor absoluto, es el producto de los valores absolutos de los dos números.

Ejemplo 3.5 2 Pag. 24 3

Calcule

a) $(+2) \times (+3)$

Solución

a) $(+2) \times (+3) = +(2 \times 3)$
$= +6$

b) $(-2) \times (-3) = +(2 \times 3)$
$= +6$

6
$(+) \times (+) = (+)$
$(-) \times (-) = (+)$

Ejercicio 3.1 2 Pag. 24 3

a) $(+4) \times (+2)$
$= +8$

b) $(-5) \times (-3)$
$= +15$

(Para seguir inciso c), d), e), f), g) y h) se puede borrar la parte izquierda de pizarra.)

Ejemplo 3.6 2 Pág. 24 3

a) $(+4) \times (-3)$ b) $(-2) \times (+3)$

Solución 4

a) $(+2) \times (-3) = -(2 \times 3)$
$= -6$

b) $(-2) \times (+3) = -(2 \times 3)$
$= -6$

6
$(+) \times (-) = (-)$
$(-) \times (+) = (-)$

Ejercicio 3.2 Pag. 24 3

a) $(+4) \times (-2)$
$= -8$

b) $(-5) \times (+3)$
$= -15$

(Para seguir inciso c), d), e), f), g) y h) se continuar en la parte izquierda de pizarra.)

1 Al inicio de la clase escribir solo la palabra "**Tema**" y hasta el final de la clase (o en el desarrollo de la misma) escribir el contenido del tema.

2 Escribir el número del Ejemplo o Ejercicio.

3 Escribir el número de **Pág.** del LE para entender dónde se quedaron con respecto al tiempo.

4 Escribir la **Solución** y **Respuesta**.

5 En el problema planteado marcar los datos importantes para poder llegar a la respuesta.

6 Escribir la conclusión en un rectángulo de color rojo.

Marcar en el Ejercicio cuando la solución o la respuesta sean correctas.

Nota: Los puntos aquí explicados no siempre aplican todos en un plan de pizarra.

Indicador de logro

¿Cómo se expresa 15 °C más bajo qué 0 °C?

1. Comentar lo observado en el mapa.

(10 min)

¿Qué nos muestra el mapa de la derecha?

¿Qué tipo de números observas en el mapa? ¿Cuáles de esos números son desconocidos para ti?

- Aprovechando los comentarios hacer referencia a las 6 ciudades señaladas en el mapa.
- Concluir que en algunas situaciones se utilizan números que llevan el signo "-" a la izquierda.
- Indicar que cuando hablamos de temperatura se toma 0 °C como el punto de referencia, una temperatura más baja que 0 °C se expresa con el signo "-"

2. Conocer sobre números negativos haciendo uso del mapa. *Ejemplo* **1.1**

(10 min)

¿Qué ciudades tienen una temperatura más baja que 0 °C?

¿Qué ciudades tienen una temperatura más alta que 0 °C?

* Indicar que el punto de referencia es 0 °C.

* Indicar que las ciudades que tienen una temperatura más baja que 0 °C es Denver y Ottawa. Y también indicar que las ciudades que tienen una temperatura más alta que 0 °C son New York, Monterrey, Tegucigalpa y Los Ángeles.

* Concluir que, si la temperatura es más alta que 0 °C, se puede expresar con el signo "+" por ejemplo +3 °C y se lee "positivo 3 °C".

Unidad 1: Números positivos y negativos

Lección 1: (1/8) Números positivos y negativos

Sección 1: Uso de los números positivos y negativos

Objetivo: Expresar la temperatura y con números positivos y negativos.

Unidad 1

Números positivos y negativos

Lección 1: Números positivos y negativos

Sección 1: Uso de los números positivos y negativos

En algunas situaciones se utilizan números que llevan el signo "−" a la izquierda.

En el mapa la derecha se presentan las temperaturas de algunas ciudades de Norte América y Centro América.

Tomando 0 °C como el punto referencia, una temperatura menor que 0 °C se expresa con el signo "−".

Por ejemplo, la temperatura que es 4 °C más baja que 0 °C, se expresa como −4 °C y se lee "negativo" 4 °C.

Ejemplo **1.1**

a) ¿Qué ciudades tienen una temperatura más baja que 0 °C?
b) ¿Qué ciudades tienen una temperatura más alta que 0 °C?

Respuesta:
a) Ottawa (−8 °C) y Denver (−5 °C)
b) New York (4 °C), Los Angeles (22 °C), Monterrey (28 °C) y Tegucigalpa (30 °C)

Si la temperatura es más alta que 0 °C, se puede expresar con el signo "+" como +3 °C y se lee "positivo" 3 °C.

continúa en la siguiente página...

Unidad 1: Números positivos y negativos

Lección 1: (1/8) Números positivos y negativos

Sección 1: Uso de los números positivos y negativos

Objetivo: Expresar la temperatura con números positivos y negativos.

Ejemplo 1.2

Observando el mapa de la página anterior, las temperaturas en New York y Ottawa son 4 ºC y − 8 ºC respectivamente. Complete las siguientes explicaciones.

a) La temperatura en New York es más alta que 0°C.
La temperatura que es ☐ °C más alta que 0°C se expresa ☐ °C y se lee "positivo" ☐ °C.

b) La temperatura en Ottawa es más baja que 0°C.
La temperatura que es ☐ °C más baja que 0°C se expresa ☐ °C y se lee "negativo" ☐ °C.

Respuesta:

a) La temperatura que es $\boxed{4}$ °C más alta que 0°C se expresa $\boxed{+4}$ °C y se lee "positivo $\boxed{4}$ °C".

b) La temperatura que es $\boxed{8}$ °C más baja que 0°C se expresa $\boxed{-8}$ °C y se lee "negativo $\boxed{8}$ °C".

Usando números con el signo positivo o negativo se puede expresar la posición relativa con respecto al punto de referencia.

Cuando se expresa un número negativo se debe escribir con el signo "−" (ejemplo) −3, −2.3, $-\frac{3}{5}$

Cuando se expresa un número positivo, se puede escribir sin el signo "+" (ejemplo) 5, 4.2, $\frac{3}{7}$, +3, +0.8, $+\frac{2}{5}$

+ 5 = 5

Ejemplo 1.3

Exprese las siguientes temperaturas con el signo positivo o el signo negativo.

a) 12 ºC más baja que 0 ºC b) 7 ºC más alta que 0 ºC

Respuesta: a) −12 ºC b) +7 ºC

Ejercicio 1.1 Exprese las siguientes temperaturas con el signo positivo o el signo negativo.

a) 5 ºC más alta que 0 ºC b) 15 ºC más baja que 0 ºC
c) 8 ºC más baja que 0 ºC d) 28 ºC más alta que 0 ºC

3

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

Ejercicios adicionales

a) 19 ºC más baja que 0 ºC
b) 25 ºC más baja que 0 ºC
c) 13 ºC más alta que 0 ºC
d) 22 ºC más alta que 0 ºC

Solución:

a) -19 ºC d) -25 ºC
b) +13 ºC e) +22 ºC

Indicador de logro

¿Cómo se expresa 15 °C más baja qué 0 °C?

3. Completar las explicaciones haciendo uso del mapa de la página anterior.

Ejemplo 1.2

(10 min)

* Indicar que complete las explicaciones referidas a las temperaturas de New York y Ottawa.

¿Qué podemos concluir con la temperatura de Nueva York que es más alta que 0°C?

¿Con qué signo se expresa?

¿Qué podemos concluir con la temperatura de Ottawa que es más baja que 0°C?

¿Con qué signo se expresa?

¿Cómo expresar una posición con respecto a un punto de referencia?

* Concluir que con el signo positivo o negativo se puede expresar la posición relativa con respecto al punto de referencia.

* Hacer énfasis en que si el número es negativo siempre lleva el signo " - " pero si el número es positivo se puede omitir el signo "+".

4. Expresar con signo positivo o negativo las siguientes temperaturas.

Ejemplo 1.3

(7 min)

* Hacer énfasis en el punto de referencia que es 0 °C.

* Indicar que si la temperatura es más baja que 0 °C es negativa y si la temperatura es más alta que 0 °C es positiva.

5. Resolver Ejercicio 1.1

(8 min)

Solución

a) +5 ºC d) -15 ºC
b) -8 ºC e) +28 ºC

Indicador de logro

Si decimos que B está a - 8 Km. ¿En qué dirección está ubicado B respecto de O?, ¿a qué distancia?

1. **Expresar cantidades con signo positivo o negativo tomando como punto de referencia el nivel del mar.**
   Ejemplo **1.4**
   (10 min)
   Expresar la altura con signo positivo y la profundidad con signo negativo.
   Comentar lo observado en el dibujo tomando en cuenta el signo.
   ¿Cómo puede expresarse la altura de la montaña de Celaque?, ¿cómo puede expresarse la profundidad?, ¿cuál es el punto de referencia?

* Concluir que se toma el nivel del mar como punto de referencia.

2. **Resolver** *Ejercicio* **1.2**
   (8 min)
   Solución
   a) + 8848 m
   b) Está bajo el nivel del mar. 3122 m de profundidad

3. **Expresar cantidades con signo positivo o negativo tomando como punto de referencia O.** *Ejemplo* **1.5**
   (10 min)
   Expresar la posición y/o movimiento con números negativos o positivos.

4. **Resolver** *Ejercicio* **1.3**
   (7 min)
   Solución
   a) + 50 km
   b) - 50 km

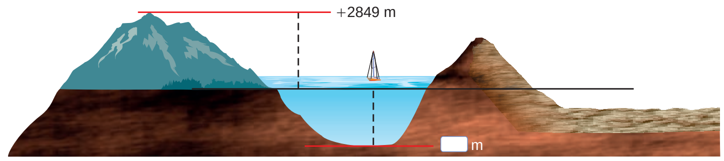
Unidad 1: **Números positivos y negativos**

Lección 1: (2/8) Números positivos y negativos

Sección 1: Uso de los números positivos y negativos

Objetivo: Expresar cantidades con números positivos o negativos, referente a la altura y profundidad; ó la posición o movimiento hacia el Este y el Oeste ó hacia el Norte y el Sur.

Ejemplo **1.4** La cumbre de la montaña de Celaque está a 2849 m sobre el nivel del mar. Si se expresa la altura con +2849 m tomando como punto de referencia el nivel del mar, ¿cómo se expresa 2000 m bajo el nivel del mar?



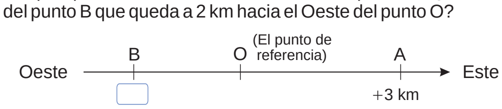
Respuesta: −2000 m

Ejercicio **1.2** Tomando como punto de referencia el nivel del mar conteste.

a) ¿Cómo se expresa la altura del Monte Everest si está a 8848 m sobre el nivel del mar?
b) Una fosa abisal tiene una posición de −3122 m. ¿Está sobre o bajo el nivel del mar? ¿cuál es su profundidad?

Ejemplo **1.5**

En una carretera que se prolonga de Oeste a Este se expresa con +3 km la posición del punto A que queda 3 km hacia al Este desde el punto O. ¿Cómo se expresa la posición del punto B que queda a 2 km hacia el Oeste del punto O?



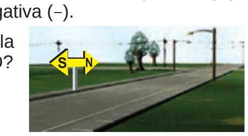
Respuesta: −2 km

Ejercicio **1.3** Si la dirección se prolonga hacia el Este la dirección es positiva (+). Exprese la cantidad con el signo positivo o negativo tomando como punto de referencia al punto O.

a) Un auto recorre 50 km desde el punto O al punto P con dirección al Este. ¿Cómo se expresa la posición del punto P?
b) Si los recorre con dirección al Oeste, ¿cuál es la posición del punto P?

Ejercicio **1.4** Si la carretera se prolonga hacia el Norte la dirección es positiva (+) y si es hacia el Sur, la dirección es negativa (−).

a) Si el punto de referencia es O, ¿cómo se expresa la posición del punto A que está a 5 km al Norte de O?
b) Si decimos que B está a −8 km, ¿en qué dirección está ubicado B respecto de O y a qué distancia?



4 *Unidad 1 - Números positivos y negativos*

5. **Resolver** *Ejercicio* **1.4**
   (10 min)
   Solución
   a) + 5 km b) Al Sur y 8 km

En los *Ejemplo* **1.2** y *Ejemplo* **1.3** que se presentan en el libro no es necesario escribirlos en la pizarra solo el dibujo y la representación gráfica respectivamente.

Unidad 1: **Números positivos y negativos**

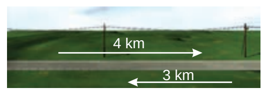
Lección 1: (3/8) Números positivos y negativos

Sección 1: Uso de los números positivos y negativos

Objetivo: Expresar cantidades con números positivos o negativos, referente a la altura y profundidad; ó la posición o movimiento hacia el Este y el Oeste ó hacia el Norte y el Sur.

Ejemplo 1.6

En una carretera que se prolonga de Oeste a Este se expresa con +4 km, los 4 km de movimiento hacia el Este. ¿Cómo se expresa el movimiento 3 km hacia el Oeste?



Respuesta: −3 km.

Ejercicio 1.5 Si la carretera se prolonga hacia el Norte la dirección es positiva (+) y si es hacia el Sur la dirección es negativa (−).

a) ¿Hacia dónde se dirige un vehículo cuyo movimiento es de +2 km?

b) ¿Cómo se expresa 1 km de movimiento hacia el Sur?

Ejemplo 1.7

Si se expresa con +15 minutos el momento 15 minutos después de ahora, ¿cómo se expresa el momento 20 minutos antes de ahora?

20 minutos antes | Ahora | 15 minutos después

Respuesta: −20 minutos

Ejercicio 1.6 Exprese usando el signo positivo o negativo el cambio del momento en el tiempo.

a) 30 minutos antes de ahora   b) 10 minutos después de ahora

c) 45 minutos después de ahora   d) 55 minutos antes de ahora

Usando los números con el signo positivo o negativo se pueden expresar las cantidades que tienen características contrarias.

Ejemplo 1.8

Si se expresa 600 lempiras de ganancia con +600 lempiras, exprese 300 lempiras de pérdida.

Respuesta: −300 lempiras

5

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

5. Expresar con signo positivo o negativo tomando como punto de referencia que no hay movimiento de dinero

Ejemplo 1.8

(8 min)

Concluir: La ganancia se expresa con signo positivo y la pérdida con signo negativo.

Indicador de logro

¿Cómo se expresa 30 minutos antes de ahora?

1. Expresar con números positivos o negativos los movimientos. **Ejemplo 1.6**

(10 min)

Observa el dibujo. ¿Cómo se expresa 3 km de movimiento hacia el Oeste?

* Concluir que la dirección del movimiento es positiva si es hacia el Este y negativa si es hacia el Oeste.

2. Resolver **Ejercicio 1.5**

(8 min)

Solución

(a) Hacia el Norte

(b) - 1 km

Verificar que escriban las respuestas correctas.

3. Expresar con números positivos o negativos el tiempo antes o después de ahora.

Ejemplo 1.7

(10 min)

Observen los relojes y comenten al respecto.

¿Cuál es el punto de referencia?

¿Cómo se expresa 20 minutos antes de ahora?

* Concluir que se puede expresar el tiempo con números positivos y negativos utilizando el ahora como punto de referencia.

4. Resolver **Ejercicio 1.6**

(9 min)

a) - 30 min b) + 10 min

c) + 45 min d) - 55 min

Indicador de logro

Diga cuáles de los siguientes números son enteros

$+1.3,\ 0.4,\ -7,\ -9,\ -0.8,\ 4,\ \frac{2}{4},\ 0,\ -\frac{3}{5}$

1. Expresar como negativos los números menores que cero. *Ejemplo* **1.9**

(7 min)

¿Cómo hemos expresado las temperaturas bajo cero grado, los egresos con lempiras, las cantidades bajo el nivel del mar, el tiempo antes de la hora?

¿Cómo se puede expresar el número que es 5 menor que cero?

* Indicar que se expresa con signo menos.

2. Resolver *Ejercicio* **1.7**

(8 min)

Solución

a) - 4 b) + 7

c) + 8 d) - 2

3. Definir los números naturales.

(3 min)

* Indicar que el conjunto de los naturales no incluye el cero.

4. Llamar a los números positivos y negativos.

(3 min)

¿Cómo se llaman los números que son mayores (menores) que cero?

5. Definir los números naturales y números enteros. *Ejemplo* **1.10**

(10 min)

Concluir

* Todo número natural es entero, pero no al revés.

* Los números naturales están contenidos en los números enteros.

Unidad 1: **Números positivos y negativos**

Lección 1: ***(4/8)*** Números positivos y negativos

Sección 1: Uso de los números positivos y negativos

Objetivo: Definir el conjunto de los números naturales ($\mathbb{N}$) y el conjunto de los números enteros ($\mathbb{Z}$).

Ejemplo **1.9**

Si se expresa como $+5$ el número que es 5 mayor que cero (0) tomando cero como punto de referencia, ¿cómo se expresa el número que es 5 menor que cero?

Respuesta: -5.

Ejercicio **1.7** Exprese los siguientes números con el signo positivo o negativo.

a) El número 4 menor que cero b) El número 7 mayor que cero

c) El número 8 mayor que cero d) El número 2 menor que cero

El conjunto de los **números naturales** se representa por la letra $\mathbb{N}$ y consiste en los números que sirven para contar.

$\mathbb{N} = \{+1, +2, +3, +4, +5, +6, +7, +8, +9, +10, +11, +12, ...\}$

El conjunto de los **números enteros** se representa por la letra $\mathbb{Z}$ y consiste en los enteros positivos (números positivos) en el número cero y los enteros negativos (números negativos).

Números enteros positivos: $+1, +2, +3, +4$ ...

Número cero: 0

Números enteros negativos: $-1, -2, -3, -4$ ...

$\mathbb{Z} = \{..., -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, ...\}$

A partir de ahora cuando se hable de números enteros se entenderá que están incluidos los números positivos, los números negativos y el cero.

Ejemplo **1.10**

Los números $+1, +2, +3, +4$, ... ¿son naturales o enteros?

Respuesta: Son números naturales y a la vez son números enteros.

Los números $-1, -2, -3, -4$, ... ¿son naturales o enteros?

Respuesta: Son números enteros pero no números naturales.

Todos los números naturales son números enteros pero no todos los números enteros son números naturales.
El conjunto de los números naturales está contenido en el conjunto de los números enteros.

Ejemplo **1.11**

Diga cuáles de los siguientes números son enteros.

$+1.5,\ 0.3,\ -4,\ -7,\ -0.6,\ 5,\ \frac{1}{3},\ 0,\ -\frac{4}{5},\ 8$

Solución:

En los números enteros están incluidos los números enteros positivos, los números enteros negativos y el cero. $+1.5, 0.3, -0.6, \frac{1}{3}$, y $-\frac{4}{5}$ no son números enteros. Entonces $-4, -7, 5, 0$ y 8 son números enteros.

Respuesta: $-4, -7, 5, 0, 8$

6

Unidad 1 - Números positivos y negativos

6. Identificar cuáles de los siguientes números son enteros. *Ejemplo* **1.11**

(7 min)

continúa en la siguiente página...

Unidad 1: Números positivos y negativos

Lección 1: (5/8) Números positivos y negativos

Sección 1: Uso de los números positivos y negativos

Objetivo: Definir el conjunto de los números racionales.

Ejercicio 1.8 Diga ¿cuáles de los siguientes números son enteros?

$+1.3,\ 0.4,\ -7,\ -9,\ -0.8,\ 4,\ \frac{2}{4},\ 0,\ -\frac{3}{5}$

El conjunto de **números racionales** se representa por la letra "ℚ" y consiste en los números que se pueden escribir en forma fraccionaria, es decir, en la forma $\frac{\triangle}{\square}$ donde $\triangle$ es número entero y $\square$ es un número entero ($\square \neq 0$).

Ejemplo 1.12 Los números $-\frac{1}{4}, -\frac{2}{3}, -\frac{3}{3}, -\frac{4}{2}$ ¿son enteros o racionales?

Solución:
Los cuatro números son racionales porque se pueden escribir en forma de fracción. Además, los números $-\frac{3}{3} = -1$ y $-\frac{4}{2} = -2$.
Entonces $-\frac{3}{3}, -\frac{4}{2}$ también son enteros.

Ejercicio 1.9 Los números $\frac{3}{4}, -\frac{2}{5}, -\frac{4}{4}$ y $\frac{6}{3}$ ¿son enteros o racionales?

Los números enteros son números racionales.

Ejemplo 1.13
Escriba como fracción los siguientes números decimales.
a) -0.8 b) 0.75

Solución:
a) $-0.8 = -\frac{8}{10} = -\frac{4}{5}$ b) $0.75 = \frac{75}{100} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

$0.1 = \frac{1}{10}$
$0.01 = \frac{1}{100}$

Entonces -0.8 y 0.75 también son números racionales.

Ejercicio 1.10 Escriba como fracción.
a) 0.6 b) -0.16

Generalmente un número decimal periódico también se puede escribir en forma de fracción.

Clasificación de los números decimales

- Número decimal
  - Número decimal finito (0.25, 3.5) → Número racional
  - Número decimal infinito
    - Número decimal Periódico (2.3666..., 0.3333..., 4.121212...) → Número racional
    - Número decimal No periódico (1.4142..., 3.1415...) → Número irracional

El concepto de número irracional se aprenderá al estudiar números reales en 9no grado.

7

Libro del Estudiante - Matemáticas 7° grado

Indicador de logro
Los números $\frac{3}{4}, -\frac{2}{5}, -\frac{4}{4}$ y $\frac{6}{3}$
¿Son enteros o racionales?

7. Resolver Ejercicio 1.8
(7 min)
Solución
Son enteros -7, -9, 4 y 0.

[Hasta aquí Clase 4]
[Desde aquí Clase 5]

1. Definir los números racionales.
(5 min)
* Indicar que las fracciones positivas, el cero y las fracciones negativas forman el conjunto de los números racionales.

2. Concluir que todo número entero es racional.
Ejemplo 1.12
(10 min)
* Los números $-\frac{1}{4}, -\frac{2}{3}, -\frac{3}{3}$ y $-\frac{4}{2}$
¿Son enteros o racionales?
Concluir
* Todo número entero es racional.
* No todo número racional es entero.
* El conjunto de los números enteros está contenido en el de los números racionales.

3. Resolver Ejercicio 1.9
(5 min)
Solución
Los 4 números son racionales por que pueden escribirse en forma de fracción, además los números $-\frac{4}{4} = -1$ y $\frac{6}{3} = -2$ entonces $-\frac{4}{4}$ y $\frac{6}{3}$ también son enteros.
Respuesta: $-\frac{4}{4}$ y $\frac{6}{3}$

4. Escribir como fracción los números decimales.
Ejemplo 1.13
(5 min)
¿Cómo puede expresarse -0.8 como una fracción?
¿Cómo puede expresarse 0.75 como una fracción?

* Concluir que -0.8 y 0.75 también son números racionales.

5. Resolver Ejercicio 1.10
(5 min)
Solución
a) $\frac{3}{5}$ b) $-\frac{4}{25}$

* Es importante hacer un énfasis en que un número decimal periódico también se puede escribir como fracción.

6. Clasificar un número decimal.
(5 min)
* Hacer énfasis en que los números decimales infinitos no periódicos no son números racionales.

continúa en la siguiente página...

Indicador de logro

Ubique los siguientes números en el conjunto al cual pertenecen.

0.2, -8, -1.4, 0, -5, 9, 13, $\frac{1}{2}$, - $\frac{2}{5}$, -7, 10, 5.

7. Identificar a que conjunto pertenecen los siguientes números. *Ejemplo* **1.14**

(5 min)

* Haciendo uso del diagrama ubique los números en el conjunto al cual pertenecen.

8. Resolver *Ejercicio* **1.11**

(5 min)

Solución

Números Racionales

$0.2, -1.4, \frac{1}{2}, -\frac{2}{5}$

Números Enteros

$-8, -5, -7, 0$

Números Naturales

$9, 13, 10, 5$

* Concluir que el conjunto de los números enteros está contenido en el conjunto de los números racionales.

Unidad 1: Números positivos y negativos

Lección 1: (5/8) Números positivos y negativos

Sección 1: Uso de los números positivos y negativos

Objetivo: Definir el conjunto de los números racionales.

Ejemplo **1.14**

Ubique los siguientes números en el conjunto al cual pertenecen.

$-5, 1.5, -0.6, -7, -13, -0.4, 6, -\frac{1}{3}, 0, -\frac{2}{5}, 2$

Números Racionales

Números Enteros

Números Naturales

Solución:

Dado el diagrama vamos a ubicar los números en el conjunto al cual pertenecen.

Números Racionales

$1.5, -0.6, -0.4, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{5}$

Números Enteros

$-13, -7, 0, -5$

Números Naturales

2, 6

2 y 6 también son enteros y racionales.

Ejercicio **1.11** Ubique los siguiente números en el conjunto al cual pertenecen.

$0.2, -8, -1.4, 0, -5, 9, 13, \frac{1}{2}, -\frac{2}{5}, -7, 10, 5$

Números Racionales

Números Enteros

Números Naturales

El conjunto de los números enteros está contenido en el conjunto de los números racionales.

8

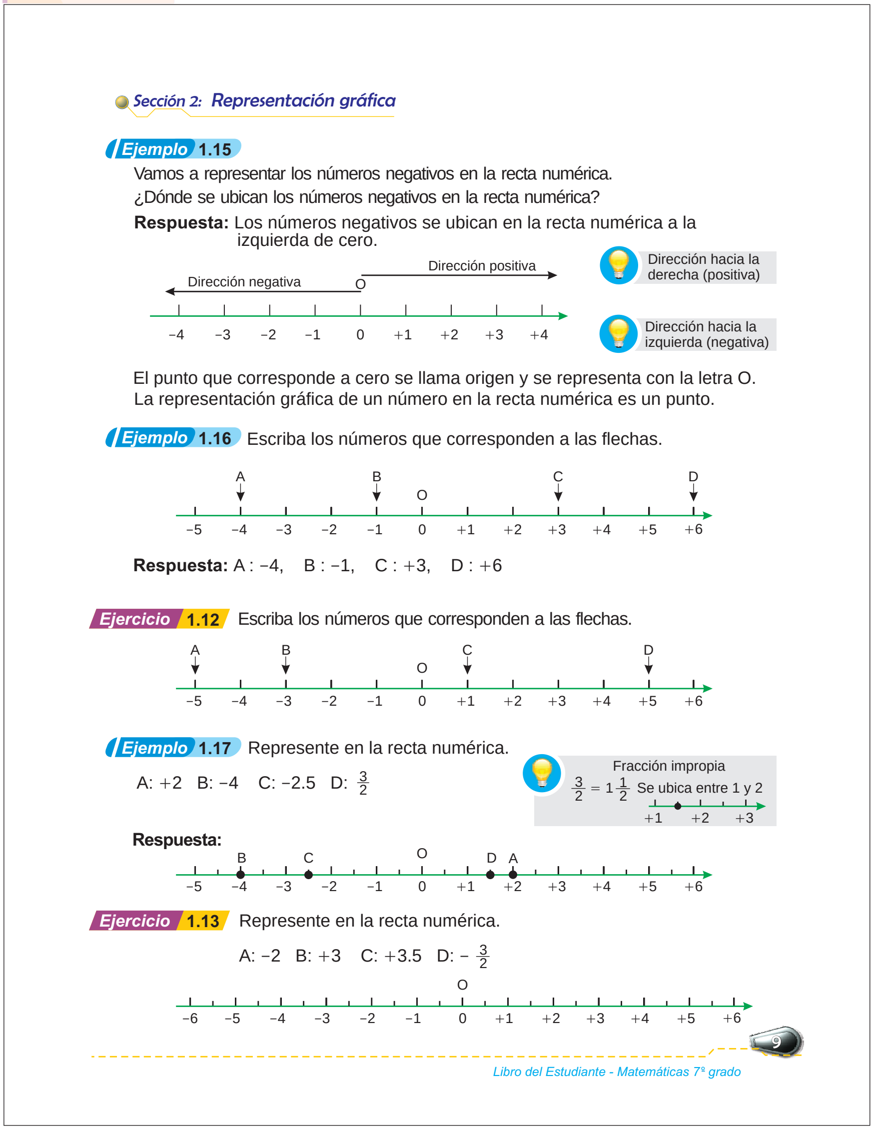
Unidad 1 - Números positivos y negativos

Unidad 1: **Números positivos y negativos**

Lección 1: (6/8) Números positivos y negativos

Sección 2: Representación gráfica

Objetivo: Representar números positivos y negativos en la recta numérica.



Sección 2: Representación gráfica

Ejemplo 1.15

Vamos a representar los números negativos en la recta numérica.
¿Dónde se ubican los números negativos en la recta numérica?

Respuesta: Los números negativos se ubican en la recta numérica a la izquierda de cero.

El punto que corresponde a cero se llama origen y se representa con la letra O.
La representación gráfica de un número en la recta numérica es un punto.

Ejemplo 1.16 Escriba los números que corresponden a las flechas.

Respuesta: A : −4, B : −1, C : +3, D : +6

Ejercicio 1.12 Escriba los números que corresponden a las flechas.

Ejemplo 1.17 Represente en la recta numérica.

A: +2 B: −4 C: −2.5 D: $\frac{3}{2}$

Respuesta:

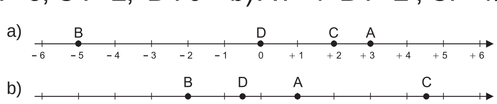
Ejercicio 1.13 Represente en la recta numérica.

A: −2 B: +3 C: +3.5 D: $-\frac{3}{2}$

Ejercicios Adicionales

Represente los números dados en la recta numérica.

a) A : +3, B: -5, C : +2, D : 0 b) A : +1 B : -2 , C: +4.5, D: $-\frac{1}{2}$



Indicador de logro

Represente en la recta numérica.
- 2, + 3, - 3.5, $-\frac{3}{2}$

1. Representar en la recta numérica los números negativos. *Ejemplo* **1.15**
(10 min)

* Construcción de la recta numérica.

* Indicar que dibujen una recta numérica y ubicar los números naturales y el cero.

* Las divisiones deben ser de la misma longitud (ejemplo: 1 cm).

¿Dónde ubicamos los números naturales (positivos) en la recta numérica?

Concluir

* Al punto que corresponde al número cero se llama origen y se representa con la letra O y es un punto de referencia en la recta numérica.

2. Representar en la recta numérica números positivos y negativos. *Ejemplo* **1.16**
(10 min)

Representar en la recta numérica números positivos y negativos.

3. Resolver *Ejercicio* **1.12**
(10 min)

Solución

A : - 5, B : - 3, C : +1, D : +5

4. Representar números en la recta numérica. *Ejemplo* **1.17**
(10 min)

5. Resolver *Ejercicio* **1.13**
(5 min)

Solución

Unidad 1: Números positivos y negativos

Lección 1: (7/8) Números positivos y negativos

Sección 3: Relación de orden

Objetivo: Comparar dos números y establecer la relación de orden entre ellos.

Indicador de logro

Escriba la relación de orden de + 5 ___ - 6

1. Establecer la relación de orden entre dos números.

Ejemplo **1.18**

(15 min)

* En la recta numérica ¿cuál número está más a la derecha +3 ó +5?, ¿cuál es el mayor?

* Indicar que expresen esta relación como +5 > +3.

2. Escribir la relación de orden de dos números.

Ejemplo **1.19**

(15 min)

* Tener cuidado al momento de comparar - 4 y +3, una dificultad que los alumnos pueden tener es solo comparar el número 4 y 3 y no prestar atención al signo de cada número.

Concluir:

* Que de dos números es mayor el que se encuentra más a la derecha en la recta numérica ya sea positivo o negativo.

* Toda relación mayor que se puede expresar como una relación menor que y viceversa.

3. Resolver *Ejercicio* **1.14**

(15 min)

Solución

a) < b) > c) <

d) > e) > f) >

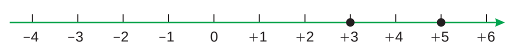
g) > h) < i) >

* Se sugiere utilizar una recta numérica para confirmar la relación de orden.

Sección 3: *Relación de orden*

Ejemplo **1.18**

En la recta numérica, ¿cuál número está más a la derecha +3 ó +5?
¿Cuál de ellos es el mayor?



Respuesta: El +5 está más a la derecha. +5 es el mayor.

La relación +5 mayor que +3 se escribe +5 > +3.

En la recta numérica, el número que está ubicado más a la derecha es mayor.

Si +5 es mayor que +3 se da que +3 es menor que +5 y se escribe +3 < +5.

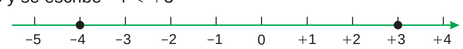
Ejemplo **1.19**

En la recta numérica escriba la relación de orden de las siguientes parejas de números:
a) −4, +3 b) −2, −6

Solución:

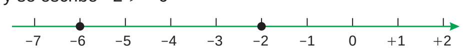
a) −4 está a la izquierda de +3
−4 es menor que +3 y se escribe −4 < +3

También se puede escribir +3 > −4.



b) −2 está a la derecha de −6
−2 es mayor que −6 y se escribe −2 > −6

También se puede escribir −6 < −2.



● < ■ ➡ ● menor que ■   ■ > ● ➡ ■ mayor que ●

Ejercicio **1.14** Exprese la relación de orden de los números (escribir signo < ó >) de cada una de las siguientes parejas. Utilice una recta numérica.

a) +3 ___ +8 b) +5 ___ −6 c) −4 ___ +2

d) −8 ___ −10 e) 0 ___ −2 f) +3 ___ 0

g) +11 ___ +9 h) −5 ___ +2 i) +10 ___ −8

10

Unidad 1 - Números positivos y negativos

Ejercicios adicionales

a) - 5 ___ +3 b) - 2 ___ +1 c) 8 ___ $+\frac{1}{2}$

d) $-\frac{2}{3}$ ___ +3 e) + 8 ___ $-\frac{2}{3}$ f) - 1 ___ $-\frac{3}{4}$

Solución

a) < b) < c) >

d) < e) > f) <

Unidad 1: Números positivos y negativos

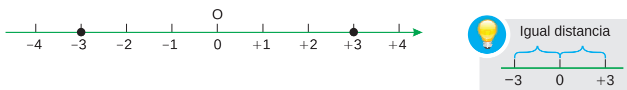
Lección 1: (8/8) Números positivos y negativos

Sección 4: Valor absoluto

Objetivo: Encontrar el valor absoluto de un número y asociarlo a la relación de orden.

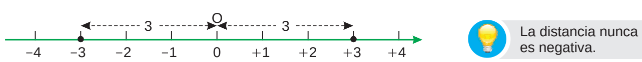
Sección 4: *Valor absoluto*

Ejemplo 1.20 ¿Cuál número está más lejos de 0 en la recta numérica +3 ó −3?



Respuesta: Están a igual distancia

La distancia entre un número y el 0 en la recta numérica se llama **valor absoluto** de este número. El valor absoluto de un número se indica colocando el número entre dos barras.



El valor absoluto de +3 es 3 y se representa como $|+3| = 3$

El valor absoluto de −3 es 3 y se representa como $|-3| = 3$

El valor absoluto de 0 es 0 y se representa como $|0| = 0$

El valor absoluto de un número es un número que resulta de eliminar el signo positivo o negativo del número.

Los números que están a la misma distancia del cero se llaman **números opuestos**.
Ejemplo: +3 y −3 son números opuestos.

Dos números opuestos tienen el mismo valor absoluto.
Ejemplo: $|-3| = |+3| = 3$

Ejercicio 1.15 Encuentre los valores absolutos.

a) $\lvert+8\rvert$	b) $\lvert-5\rvert$	c) $\lvert0\rvert$	d) $\lvert-11\rvert$
e) $\lvert+12\rvert$	f) $\lvert-15\rvert$	g) $\lvert-19\rvert$	h) $\lvert+7\rvert$

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

Indicador de logro

Encuentre los valores absolutos:

l+8l, l-5l

1. Encontrar la distancia entre un número y cero en la recta numérica. **Ejemplo 1.20**

(5 min)

¿Cuál está más lejos de 0 en la recta numérica +3 ó - 3?

2. Llamar valor absoluto a la distancia en la recta numérica entre 0 y +3 ¿y entre 0 y - 3?.

(8 min)

* Indicar que se llama valor absoluto de un número a la distancia en la recta numérica entre 0 y el número.

* Utilizar dos barras para indicar el valor absoluto.

Concluir que +3 y - 3 tienen el mismo valor absoluto, es decir l+3l = l- 3l = 3

3. Definir número opuesto.

(2 min)

* Concluir que los números que están a la misma distancia de 0 se llaman números opuestos.

Concluir que dos números opuestos tienen el mismo valor absoluto, es decir

$|-3| = |+3| = 3$

4. Resolver **Ejercicio 1.15**

(5 min)

Solución

a) 8	b) 5	c) 0
d) 11	e) 12	f) 15
g) 19	h) 7	

continúa en la siguiente página...

Indicador de logro

Determinar el orden de la siguiente pareja de números y compare sus valores absolutos -15, -8

5. Determinar la relación de orden y el valor absoluto de dos números. *Ejemplo* **1.21**

(15 min)

* Comparar la relación de orden de las parejas de números sin valor absoluto.
* Concluir que números positivos son mayores que cero y que números negativos son menores que cero.
* Comparar la relación de orden de las parejas de números con valor absoluto.
* Concluir que entre los números positivos es mayor el que tiene mayor valor absoluto.
* Entre los números negativos es menor el que tiene mayor valor absoluto.
* Para confirmar las respuesta es importante hacer uso de la recta numérica.
* Concluir sobre la relación de orden en base a lo visto en el *Ejemplo* **1.21** y en la Lección 1.

6. Resolver *Ejercicio* **1.16**

(10 min)

Solución

a) > b) < c) >

d) < e) > f) >

g) < h) >

Unidad 1: **Números positivos y negativos**

Lección 1: (8/8) Números positivos y negativos

Sección 4: Valor absoluto

Objetivo: Encontrar el valor absoluto de un número y asociarlo a la relación de orden.

Ejemplo **1.21**

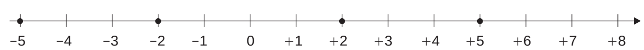
Determine la relación de orden de los dos números de cada una de las siguientes parejas. Así mismo, compare sus valores absolutos.

Relación de orden \ Pareja	+2 y +5	−2 y +5	−5 y +2	−5 y −2
Sin valor absoluto	+2 ☐ +5	−2 ☐ +5	−5 ☐ +2	−5 ☐ −2
Con valor absoluto	|+2| ☐ |+5|	|−2| ☐ |+5|	|−5| ☐ |+2|	|−5| ☐ |−2|

Solución:

Relación de orden \ Pareja	+2 y +5	−2 y +5	−5 y +2	−5 y −2
Sin valor absoluto	+2 < +5	−2 < +5	−5 < +2	−5 < −2
Con valor absoluto	|+2| < |+5|	|−2| < |+5|	|−5| > |+2|	|−5| > |−2|

Con la recta numérica podemos confirmar las respuestas.



Con base a lo anterior y lo que se vio en la lección 1 se concluye lo siguiente:

Relación de orden

- Los números positivos son mayores que el cero.
- Los números negativos son menores que el cero.
- Entre los números positivos es mayor el que tiene mayor valor absoluto.
- Entre los números negativos es menor el que tiene mayor valor absoluto.
- Entre un número positivo y un negativo, es mayor el positivo y menor el negativo.

Ejercicio **1.16** Exprese la relación de orden de los números de cada una de las siguientes parejas. (Escriba el signo < ó > para cada pareja de números.)

a) +8 ___ +3 b) −5 ___ +10 c) |−15| ___ |−8| d) −9 ___ +6

e) −7 ___ −10 f) |−3| ___ |0| g) 0 ___ +1 h) |−10| ___ |−3|

12 *Unidad 1 - Números positivos y negativos*

Ejercicios adicionales

Encuentre los valores absolutos

a) |+4| b) |-12| c) |+5|

d) | -8| e) |+9| d) |-20|

Solución

a) 4 b) 12 c) 5

d) 8 e) 9 d) 20

Unidad 1: **Números positivos y negativos**

Lección 2: Adición y sustracción de números positivos y negativos
(1/7)

Sección 1: Adición de números con igual signo

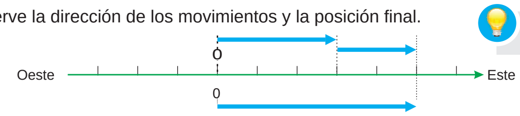
Objetivos:
- Comprender el sentido de la suma de dos números con igual signo en la recta numérica.
- Sumar dos números con igual signo.

Lección 2: Adición y sustracción de números positivos y negativos

Sección 1: *Adición de números con igual signo*

Observe la dirección de los movimientos y la posición final.

El punto O es el origen.



La carretera se prolonga del Oeste hacia el Este. Se expresa un movimiento hacia el Este con signo positivo y hacia el Oeste con signo negativo seguido del número que representa la distancia del movimiento.

Ejemplo 2.1

Si ocurre el siguiente movimiento, ¿cuánto se puede considerar que se ha desplazado hacia el Este partiendo del punto O?

Caso (1): Primero se desplaza 3 km hacia el Este partiendo del punto O y luego se desplaza 2 km hacia el Este.

Solución:

Respuesta: +5 km

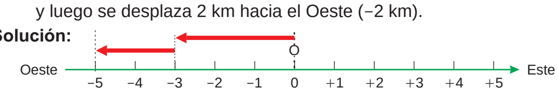
Utilizamos para expresar la dirección **positivo** (Este) con flecha azul.

Ejemplo 2.2

Si ocurre el siguiente movimiento, ¿cuánto se puede considerar que se ha desplazado hacia el Oeste partiendo del punto O?

Caso (2): Primero se desplaza 3 km hacia el Oeste (−3 km) partiendo del punto O y luego se desplaza 2 km hacia el Oeste (−2 km).

Solución:



Respuesta: 5 km hacia el Oeste (−5 km)

Utilizamos para expresar la dirección **negativo** (Oeste) con flecha roja.

Ejemplo 2.3

Piense con qué PO se puede resolver los problemas de los Ejemplo 2.1 y 2.2.

Solución:
Se puede interpretar como:
(el primer movimiento) + (el segundo movimiento) = (posición final)
Entonces, el PO del caso (1) se expresa como: $(+3) + (+2) = +5$
el PO del caso (2) se expresa como: $(-3) + (-2) = -5$

13

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

Importante

Si se desplaza 3 km hacia el Oeste significa (-3 km) por eso la flecha se dirige hacia la izquierda.

Definir el color para las flechas: hacia la derecha color azul y hacia la izquierda color rojo ver Pág 13 y Pág 14 del LE.

En el Ejemplo 2.3 definir el color para los signos, color azul para expresar "+" y color rojo para expresar el "-"

continúa en la siguiente página...

Indicador de logro

Calcule.

(-4) + (-1)

1. **Presentar la situación de un automóvil cuyos movimientos se ilustran en la gráfica.**
   (5 min)
   ¿Qué dirección tienen los dos movimientos sobre la recta?
   ¿En cuál dirección quedó estacionado el auto?
   ¿Cuál flecha ilustra esta última situación?
2. **Interpretar gráficamente la adición de números con signo positivo.** Ejemplo 2.1
   (5 min)
   El auto está en el punto O.
   Caso (1) ¿Cuántos km se desplaza hacia la primera parada?
   ¿Cuántos km más se desplaza para llegar a la posición final?
   ¿Cuántos km recorrió por todo desde el punto O?
   ¿Con cuál de las operaciones ilustramos estos movimientos y por qué?
3. **Interpretar gráficamente la adición de números con signo negativo.** Ejemplo 2.2
   (5 min)
   Analizar la situación.
   El auto está en el punto O.
   Caso (2) ¿Cuántos km se desplaza hacia la primera parada?
   ¿Cuántos km más se desplaza para llegar a la posición final?
   ¿Cuántos km recorrió por todo el punto O?
   ¿Con cuál de las operaciones ilustramos estos movimientos y por qué?
4. **Expresar como un PO el** Ejemplo 2.1 **y** Ejemplo 2.2 Ejemplo 2.3
   (5 min)
   ¿Cuál será el PO del caso (1)?
   ¿Por qué +3, +2 y +5 son positivos?
   ¿Cuál será el PO del caso (2)?
   ¿Por qué -3, -2 y -5 son negativos?

Indicador de logro

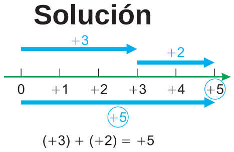
Calcule (-4) + (-1)

5. **Calcular la adición de los números positivos haciendo uso de la gráfica.**
   Ejemplo **2.4**
   (4 min)

* Indicar que el punto final del primer movimiento es el punto inicial del segundo movimiento.
¿En qué dirección quedó del punto O?

* Concluir que si calculamos la suma de dos números positivos el resultado quedará a la derecha del punto O.

6. **Resolver** *Ejercicio* **2.1**
   (4 min)
   Solución



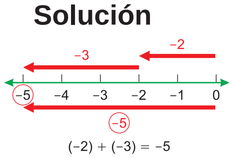
Respuesta: +5

7. **Calcular la adicion de dos números nagativos haciendo uso de la gráfica.**
   Ejemplo **2.5**
   (4 min)

* Hacer lo mismo con el *Ejemplo* **2.4** analizar la manera de realizar el cálculo.
¿En qué dirección quedó del punto O?

* Concluir que si calculamos la suma de dos números negativos el resultado quedará a la izquierda del punto O.

8. **Resolver** *Ejercicio* **2.2**
   (4 min)
   Solución



Respuesta: -5

9. **Calcule la adición de los números con igual signo.**
   Ejemplo **2.6**
   (5 min)

Unidad 1: **Números positivos y negativos**

Lección 2: (1/7) Adición y sustracción de números positivos y negativos

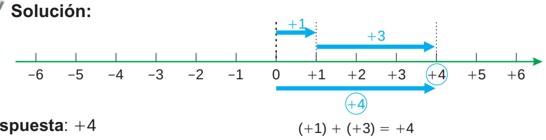
Sección 1: Adición de números con igual signo

Objetivo:
- Comprender el sentido de la suma de dos números con igual signo en la recta numérica.
- Sumar dos números con igual signo.

Ejemplo **2.4**

Calcule (+1) + (+3) usando la gráfica.

Solución:



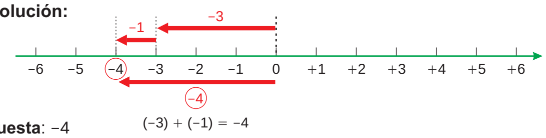
Respuesta: +4

Ejercicio **2.1** Calcule (+3) + (+2) usando la gráfica.

Ejemplo **2.5**

Calcule (−3) + (−1) usando la gráfica.

Solución:



Respuesta: −4

Ejercicio **2.2** Calcule (−2) + (−3) usando la gráfica.

Para sumar dos números que tienen el mismo signo se coloca el signo que es común a los dos números acompañado por la suma de sus valores absolutos.

Ejemplo **2.6**

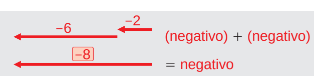
Calcule.

a) (+5) + (+4) b) (−2) + (−6)

Solución:

a) (+5) + (+4) = + (5 + 4)
= +9

b) (−2) + (−6) = − (2 + 6)
= −8



Ejercicio **2.3** Calcule.

a) (+6) + (+2) b) (+3) + (+4) c) (−4) + (−1) d) (−2) + (−5)

14 *Unidad 1 - Números positivos y negativos*

* Analizar la manera de realizar el cálculo.

* Es importante recordar a los estudiantes el uso de los colores, que utilicen el color azul para el signo “+” y color rojo para el signo “-”.

10. **Resolver** *Ejercicio* **2.3**
    (4 min)
    Confirmar el proceso para sumar dos números con igual signo.
    Solución a) +8 b) +7 c) -5 d) -7

Unidad 1: # Números positivos y negativos

Lección 2: (2/7) Adición y sustracción de números positivos y negativos

Sección 2: Adición de números con diferente signo

Objetivos:
- Comprender el sentido de la suma de dos números con diferente signo en la recta numérica.
- Sumar dos números enteros con diferente signo.

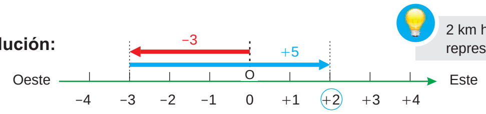
Sección 2: Adición de números con diferente signo

Ejemplo 2.7

¿Cuál es la posición final después de los dos movimientos?

Caso: Primero se desplaza 3 km hacia el Oeste partiendo del punto O y luego se desplaza 5 km hacia el Este.

Solución:



2 km hacia el Este, se representa por + 2 km.

$(-3) + (+5) = +2$

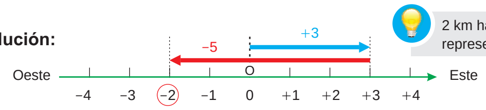
Respuesta: +2 km

Ejemplo 2.8

¿Cuál es la posición final después de los dos movimientos?

Caso: Primero se desplaza 3 km hacia el Este partiendo del punto O y luego se desplaza 5 km hacia el Oeste.

Solución:



2 km hacia el Oeste, se representa por − 2 km.

$(+3) + (-5) = -2$

Respuesta: −2 km

Ejercicio 2.4 Calcule usando la gráfica.

a) $(-2) + (+6)$ b) $(+2) + (-6)$

15

Libro del Estudiante - Matemáticas 7° grado

Indicador de logro

Calcule (-3) + (+7)

1. Encontrar la posición final después de los dos movimientos. *Ejemplo* **2.7**

(7 min)

¿Cuál es el PO que representa estos movimientos?

Encontrar la respuesta haciendo uso de la gráfica.

Indicar que el punto final del primer movimiento es el punto inicial del segundo movimiento.

¿En qué dirección quedó de O?

2. Encontrar la posición final después de los dos movimientos. *Ejemplo* **2.8**

(7 min)

¿Cuál es el PO que representa estos movimientos?

Encontrar la respuesta haciendo uso de la gráfica.

¿En qué dirección quedó de O?

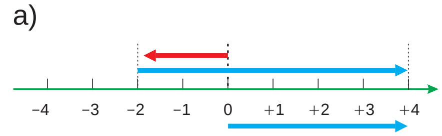
* Hacer énfasis en que el punto final del primer movimiento es el punto inicial del segundo movimiento ¿En qué dirección quedó del punto O?

3. Resolver *Ejercicio* **2.4**

(7 min)

Solución

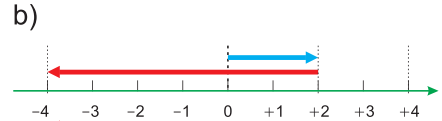
a)



$(-2) + (+6) = +4$

Respuesta: + 4

b)



$(+2) + (-6) = -4$

Respuesta: - 4

continúa en la siguiente página...

Indicador de logro

Calcule: (-3) + (+7)

4. Analizar y relacionarlo con el *Ejemplo* 2.7 y el *Ejemplo* 2.8

(10 min)

* Al interpretarlo gráficamente la respuesta será la diferencia entre la longitud de la flecha larga y la longitud de la flecha corta.

* Indicar que la flecha más larga significa que tiene mayor valor absoluto.

5. Resolver *Ejemplo* 2.9

(7 min)

* Podemos agrupar para resolver y recordar que el signo de la respuesta es el número que tenga mayor valor absoluto.

6. Resolver *Ejercicio* 2.5

(7 min)

Solución

a) +4 b) -1 c) -2

d) +2 e) -4 f) -7

Ejercicios adicionales

Calcule:

a) (-2) + (+4) b) (+7) + (-4)

c) (-5) + (+9) d) (-8) + (+3)

e) (+6) + (-7) f) (+5) + (-9)

Solución

a) +2 b) +3 c) +4

d) -5 e) -1 f) -4

Unidad 1: **Números positivos y negativos**

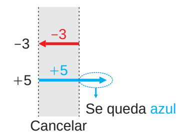
Lección 2: (2/7) Adición y sustracción de números positivos y negativos

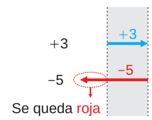
Sección 2: Adición de números con diferente signo

Objetivos:
- Comprender el sentido de la suma de dos números con diferente signo en la recta numérica.
- Sumar dos números con diferente signo.

En los casos de los *Ejemplo* 2.7 y 2.8 podemos analizar lo siguiente.

$(-3) + (+5) = +2$ $(+3) + (-5) = -2$





Respuesta: +2 (positivo) **Respuesta**: −2 (negativo)

Cuando se suman dos números que tienen diferente signo, el signo de la respuesta es igual a la flecha más larga.
(*Flecha más larga significa que tiene mayor valor absoluto)

La longitud de la flecha de la respuesta es la diferencia que hay entre la longitud de la flecha larga y la longitud de la flecha corta.

Ejemplo 2.9

Calcule.

a) $(-2) + (+6)$ b) $(-5) + (+3)$

Solución:

a) $(-2) + (+6) = +(6 - 2)$
$= +4$

a) −2
+6 más larga
es decir, $|-2| < |+6|$ por eso $+(6 - 2)$

b) $(-5) + (+3) = -(5 - 3)$
$= -2$

b) −5 más larga
+3
es decir, $|-5| > |+3|$ por eso $-(5 - 3)$

Ejercicio 2.5 Calcule.

a) $(-3) + (+7)$ b) $(+2) + (-3)$ c) $(-6) + (+4)$

d) $(-4) + (+6)$ e) $(+3) + (-7)$ f) $(-10) + (+3)$

16 *Unidad 1 - Números positivos y negativos*

Unidad 1: **Números positivos y negativos**

Lección 2: (3/7) Adición y sustracción de números positivos y negativos

Sección 3: Propiedad conmutativa y asociativa de la adición

Objetivo: Sumar números positivos y negativos aplicando la propiedad conmutativa y asociativa.

Sección 3: *Propiedad conmutativa y asociativa de la adición*

Ejemplo 2.10

Compare el resultado de (−4) + (+7) y (+7) + (−4)

Solución:

(−4) + (+7) = $\boxed{+3}$ y (+7) + (−4) = $\boxed{+3}$

son iguales

Respuesta: Son iguales.

Con los números positivos y negativos es válida la propiedad siguiente:

Propiedad conmutativa ■ + ● = ● + ■

Ejemplo 2.11

Compare el resultado de [(−3) + (−2)] + (+7) y (−3) + [(−2) + (+7)]

Primero se resuelve lo que está dentro del corchete [ ].

Solución:

[(−3) + (−2)] + (+7) = (−5) + (+7) y (−3) + [(−2) + (+7)] = (−3) + (+5)

= $\boxed{+2}$ = $\boxed{+2}$

son iguales

Respuesta: Son iguales.

Con los números positivos y negativos es válida la propiedad siguiente:

Propiedad asociativa (■ + ●) + ▲ = ■ + (● + ▲)

Ejemplo 2.12

Calcule (−4) + (+7) + (+5) + (−3) empleando las propiedades conmutativa y asociativa.

Solución:

(−4) + (+7) + (+5) + (−3) = (+7) + (−4) + (+5) + (−3)
= (+7) + (+5) + (−4) + (−3)
= [(+7) + (+5)] + [(−4) + (−3)]
= (+12) + (−7)
= +5

Se agrupan los números con el mismo signo usando estas propiedades.

Ejercicio 2.6 Calcule lo siguiente empleando las propiedades conmutativa y asociativa

a) (−2) + (+5) + (+7) + (−6) b) (+3) + (−8) + (+2) + (−1)

c) (−3) + (+6) + (−2) + (+8) d) (−5) + (+7) + (+3) + (−6)

17

Libro del Estudiante - Matemáticas 7° grado

* Indicar que asocien primero los dos números positivos y después los dos negativos (aplicación de las propiedades conmutativa y asociativa).

Ejercicios adicionales

a) (-7) + (+4) + (-3) + (+8) b) (-3) + (-6) + (+4) + (+2)

c) (+2) + (-4) + (-8) + (+5) d) (-9) + (+5) + (-8) + (+6)

Solución

a) +2 b) -3 c) -5 d) -6

Indicador de logro

Calcule lo siguiente empleando la propiedad conmutativa y asociativa.

(+3) + (- 8) + (+2) + (-1)

1. **Sumar dos números con igual o diferente signo cambiando el orden de los sumandos.** Ejemplo 2.10
   (10 min)
   ¿Cuánto es (-4) + (+7)?
   ¿Cuánto es (+7) + (-4)?
   ¿Cómo son los resultados?
   ¿Qué podemos concluir?
   ¿Cómo se llama esa propiedad?
2. **Sumar tres números con igual o diferente signo cambiando el orden de asociación.** Ejemplo 2.11
   (10 min)
   * Indicar que primero se opera lo que está en corchetes [ ].
   * Concluir que con la propiedad asociativa podemos sumar tres o más números en diferente orden sin alterar el resultado.
3. **Confirmar la validez de las propiedades conmutativa y asociativa con números positivos y negativos.**
   (6 min)
4. **Calcular empleando la propiedad conmutativa y asociativa.** Ejemplo 2.12
   (10 min)
   Indicar que se puede cambiar el orden de las adiciones usando la propiedad conmutativa y asociativa.
5. **Resolver** Ejercicio 2.6
   (9 min)
   Solución
   a) +4 b) - 4 c) +9 d) -1

Indicador de logro

Convierta la sustracción (+7) - (+4) en una adición.

1. **Comentar la situación y captar el sentido.**

   ***Ejemplo* 2.13**

   (10 min)

   ¿Cuántos km se desplazó al comienzo?

   ¿Cuánto se desplazó por todo?

   ¿Con cuál PO se puede expresar la composición de estos movimientos?

2. **Expresar los movimientos como una sustracción.**

   (10 min)

* Al expresar estos movimientos en forma de adición es □ + (+4) = +7

¿De qué otra forma podemos expresar este movimiento?

¿Si lo expresamos como una sustracción cómo queda?

(+7) - (+4) = □

¿Cómo encontramos el valor de □?

Al obtener el resultado observar la gráfica de arriba.

Comparar con (+7) - (+4) haciendo uso de la gráfica.

* Hay que recordar suma con signos diferentes.

3. **Comparar las gráficas y los cálculos.**

   (10 min)

   ¿Qué sucede al comparar las dos gráficas y sus respectivos cálculos?

   Discutir las observaciones dadas por los estudiantes.

   ¿Qué podemos concluir?

   Concluir que la sustracción es la operación inversa a la adición.

   □ + (+4) = +7 equivale a (+7) - (+4) = □.

* Concluir.

Se puede convertir una sustracción en una adición pues (+7) - (+4) = (+7) + (-4).

Unidad 1: Números positivos y negativos

Lección 2: (4/7) Adición y sustracción de números positivos y negativos

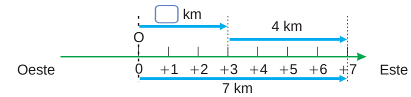
Sección 4: Sustracción

Objetivos:
- Comprender el sentido de la sustracción en la recta numérica.
- Restar dos números convirtiendo la sustracción en una adición.

Sección 4: Sustracción

***Ejemplo* 2.13**

En una carretera que se prolonga de Oeste a Este se adelantó ciertos km hacia el Este partiendo del punto O. Luego se adelantó 4 km hacia el Este y se llegó al punto que está a 7 km hacia el Este del punto O. ¿Hacia dónde y cuántos km se adelantó primero?



Solución:

(1) Representando el primer movimiento con □ km la composición de los dos movimientos en la forma de adición es:

□ + (+4) = +7 — (primer movimiento) + (segundo movimiento) = (posición final)

(2) El primer movimiento se puede expresar en la forma de sustracción.

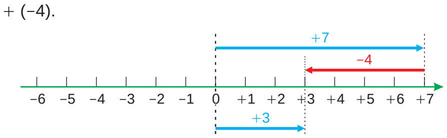
(+7) − (+4) = □ — (posición final) − (segundo movimiento) = (primer movimiento)

(3) Al observar la gráfica de arriba, encuentre □.

(+7) − (+4) = +3

Respuesta: +3 km

Como ya saben calcular la suma con diferente signo, usando la gráfica, determine (+7) + (−4).



(+7) + (−4) = +3

Observe lo siguiente (comparación entre dos cálculos)

(+7) − (+4) = +3

(+7) + (−4) = +3

Entonces se sabe que se puede convertir una sustracción en una adición

(+7)	−	(+4)	=	+3
‖	Resta ↓ Suma	Número opuesto		‖ Respuestas iguales
(+7)	+	(−4)	=	+3

continúa en la siguiente página...

Unidad 1: **Números positivos y negativos**

Lección 2: (5/7) Adición y sustracción de números positivos y negativos

Sección 4: Sustracción

Objetivo:
- Comprender el sentido de la sustracción en la recta numérica.
- Restar dos números convirtiendo la sustracción en una adición.

Ejemplo 2.14

Convierta las siguientes sustracciones en adiciones y calcule.

a) (+6) − (+2)   b) (+3) − (+5)

Solución:

a) (+6) − (+2) = (+6) + (−2)
= +4

(+6)	−	(+2)
Igual	Resta → Suma	Número opuesto
(+6)	+	(−2)

b) (+3) − (+5) = (+3) + (−5)
= −2

(+3)	−	(+5)
Igual	Resta → Suma	Número opuesto
(+3)	+	(−5)

Ejercicio 2.7 Convierta las siguientes sustracciones en adiciones y calcule.

a) (+5) − (+2)   b) (+2) − (+7)

c) (+7) − (+3)   d) (+3) − (+8)

Ejemplo 2.15

Convierta las siguientes sustracciones en adiciones y calcule.

a) (+2) − (−3)   b) (−4) − (−2)

Solución:

a) (+2) − (−3) = (+2) + (+3)
= +5

(+2)	−	(−3)
Igual	Resta → Suma	Número opuesto
(+2)	+	(+3)

b) (−4) − (−2) = (−4) + (+2)
= −2

(−4)	−	(−2)
Igual	Resta → Suma	Número opuesto
(−4)	+	(+2)

Para restar un número (positivo o negativo) de otro se suma el número opuesto.

Ejercicio 2.8 Convierta las siguientes sustracciones en adiciones y calcule.

a) (+6) − (−3)   b) (+4) − (−7)   c) (+5) − (−2)   d) (+3) − (−6)

e) (−7) − (+2)   f) (−2) − (−6)   g) (−7) − (+3)   h) (−1) − (−4)

19

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

Ejercicios adicionales

Convierta las siguientes sustracciones en adiciones y calcule.

a) (+4) - (-2)   b) (+3) - (-6)   c) (+7) - (-3)

d) (+2) - (-6)   e) (-8) - (+3)   f) (-1) - (+5)

Solución

a) +6   b) +9   c) +10   d) +8   e) -11   f) -6

Indicador de logro

Convierta la siguiente sustracción en adición y calcule (+4) - (-7).

4. Convertir las siguientes sustracciones en adiciones y calcule. **Ejemplo 2.14**

(8 min)

¿Qué es lo primero que debe hacer?

Luego de convertir la resta en suma ¿Cuál es el siguiente paso?

Concluir que se convierte la sustracción en adición y luego se resuelve como una adición de dos números.

5. Resolver **Ejercicio 2.7**

(7 min)

Solución

a) +3   b) -5   c) +4   d) -5

[Hasta aquí Clase 4]

[Desde aquí Clase 5]

1. Convertir los siguientes adiciones en sustracciones y calcule. **Ejemplo 2.15**

(10 min)

¿Qué es lo primero que debe hacer?

Luego de convertir la resta en suma ¿Cuál es el siguiente paso?

2. Resolver **Ejercicio 2.8**

(10 min)

Solución

a) +9   b) +11   c) +7

d) +9   e) -9   f) +4

g) -10   h) +3

continúa en la siguiente página...

Indicador de logro

Convierta a un PO solo con adición y calcule (-2) + (+7) - (-5)

3. Resolver Ejemplo 2.16

(15 min)

¿Qué pasa si se suma cero a un número?

Si se resta un número del cero ¿Cuál es el resultado?

* Indicar que como el cero no tiene signo no se aplica la regla de sustracción de la página anterior.

4. Resolver Ejercicio 2.9

(10 min)

Solución

a) +6 b) -8 c) -4

d) -7 e) +5 f) +10

[Hasta aquí Clase 5]

[Desde aquí Clase 6]

1. Convertir a un PO solo con adición. Ejemplo 2.17

(10 min)

En (+3) - (+5) + (-8) - (-9) ¿Cuántas sustracciones hay?

Cambiar estas sustracciones de modo que solo haya adiciones en el PO.

2. Identificar los términos de un PO.

(5 min)

* Explicar que a cada sumando del PO anterior se le llama término.

¿Cuáles son los términos del PO anterior?

Unidad 1: Números positivos y negativos

Lección 2: (6/7) Adición y sustracción de números positivos y negativos

Sección 5: Planteamiento solo con adición

Objetivo: Convertir un PO con adiciones y sustracciones en un PO solo con adición y calcularlo.

Ejemplo 2.16

Calcule.

a) 0 – (+3) b) 0 – (–3) c) (+3) – 0 d) (–3) – 0

Solución:

a) 0 – (+3) = 0 + (–3) = –3

b) 0 – (–3) = 0 + (+3) = +3

c) (+3) – 0 = +3

d) (–3) – 0 = –3

Ejercicio 2.9 Calcule.

a) (+6) – 0 b) 0 – (+8) c) 0 – (+4)

d) (–7) – 0 e) 0 – (–5) f) 0 – (–10)

Sección 5: Planteamiento sólo con adición

Como se ha visto en la sección anterior, se puede convertir una sustracción en una adición. Aplicando esta conversión varias veces, se puede convertir un PO con adición y sustracción en un PO sólo con adición.

Ejemplo 2.17 Convierta a un PO solo con adición.

(+3) – (+5) + (–8) – (–9)

Solución:

(+3) – (+5) + (–8) – (–9) = (+3) + (–5) + (–8) + (+9)

Se llama **término** a cada número de un PO que está representado sólo con adición.

En el ejercicio anterior los términos son +3, –5, –8 y +9.

20

Unidad 1 - Números positivos y negativos

continúa en la siguiente página...

Unidad 1: **Números positivos y negativos**

Lección 2: (7/7) Adición y sustracción de números positivos y negativos

Sección 6: Adición y sustracción combinadas

Objetivo: Eliminar los paréntesis en adición y sustracción combinadas y calcularlo.

Ejercicio 2.10 Convierta en adición y escriba los términos de los siguientes PO.

a) (−2) + (+7) − (−5)　　b) (−5) − (−1) − (+2)

c) (−6) + (+4) − (+5) − (−3)　　d) (+7) − (−8) − (+4) − (+3)

Después de convertir un PO con adición y sustracción en un PO solo con adición, se suman los términos positivos y los términos negativos separadamente.

Ejemplo 2.18

Convierta a un PO solo con adición y calcule (+3) − (+5) + (−8) − (−9)

$$\begin{aligned}(+3) - (+5) + (-8) - (-9) &= (+3) + (-5) + (-8) + (+9)\\ &= [(+3) + (+9)] + [(-5) + (-8)]\\ &= (+12) + (-13)\\ &= -1\end{aligned}$$

Ejercicio 2.11 Convierta a un PO solo con adición y calcule.

a) (−2) + (+7) − (−5)　　b) (−5) − (−1) − (+2)

c) (−6) + (+4) − (+7) − (−3)　　d) (+7) − (−8) − (+4) + (+3)

Sección 6: Adición y sustracción combinadas

Para eliminar paréntesis en adición y sustracción combinadas.
Si el paréntesis viene precedido del signo "+", se suprime dejando los sumandos del interior con sus signos.
Si el paréntesis viene precedido del signo "−", al suprimirlo se transforman los signos de los sumandos del interior, cada uno se cambia por el opuesto.

Ejemplo 2.19

Calcule

a) (+3) + (+5)　　b) (+3) − (+5)　　c) (+5) + (+3) + (−2)

Solución:

a) (+3) + (+5) = 3 + 5
　　= 8

Solo se colocan los números como están dentro del paréntesis.

b) (+3) − (+5) = 3 − 5
　　= −2

3 + (−5) = 3 − 5

c) (+5) + (+3) + (− 2) = 5 + 3 − 2
　　= 8 − 2
　　= 6

Recuerde que +5 = 5, entonces +5 + 3 − 2 = 5 + 3 − 2

21

Libro del Estudiante - Matemáticas 7° grado

* Explicar el desarrollo del cálculo en la pizarra.

* Señalar que no hay que eliminar los paréntesis con números negativos en la multiplicación ni en la división.

Indicador de logro

Calcule -3 -4

3. Resolver Ejercicio 2.10

(10 min)

Solución

a) -2, +7, +5
b) -5, +1, -2
c) -6, +4, -5, +3
d) +7, +8, -4, -3

4. Encontrar el cálculo de un PO solo con adición.

Ejemplo 2.18

(10 min)

En (+3) - (+5) + (-8) - (-9)

¿Cuánto es el resultado?

¿Cómo lo hicieron?

* Hacer que los estudiantes expliquen el desarrollo en la pizarra.

* Hacer entender que convirtiendo en la forma de adición se pueden utilizar las propiedades conmutativa y asociativa.

5. Resolver Ejercicio 2.11

(10 min)

Solución

a) +10　　b) -6
c) -6　　d) +14

[Hasta aquí Clase 6]
[Desde aquí Clase 7]

1. Eliminar paréntesis en un PO solo con adición.

(5 min)

* Indicar que en un PO solo con adición se omiten los paréntesis.

2. Resolver Ejemplo 2.19

(10 min)

Escribir sin paréntesis y resolver.

* Hacer énfasis en que si el primer término es positivo solo se escribe el número sin signo.

continúa en la siguiente página...

Indicador de logro

Calcule -3 -4

3. Resolver Ejercicio 2.12

(7 min)

a) +10 b) +5 b) -4

d) +2 e) +10 f) -6

4. Resolver Ejemplo 2.20

(6 min)

¿Cómo lo hicieron?

* Explicar el desarrollo del cálculo en la pizarra.

* ¿Cuál es el resultado?

5. Resolver Ejercicio 2.13

(6 min)

Solución

a) -3 b) +3 c) -4 d) +6

6. Sumar números con signos negativos. Ejemplo 2.21

(5 min)

Desarrollar en forma similar al anterior

* Indicar que si ambos números son negativos se suman y mantienen su signo negativo.

7. Resolver Ejercicio 2.14

(6 min)

Solución

a) -7 b) -9 c) -8 d) -10

Ejercicios adicionales

Calcule:

a) -3 + 4 b) -2 + 5

c) -7 + 2 d) -9 + 3

e) -8 + 4 f) -9 + 5

g) -6 -2 h) -5 -4

i) -7 -5 j) -9 -6

Solución

a) +1 b) +3 c) -5

d) -6 e) -4 f) -4

g) -8 h) -9 i) -12

j) -15

Unidad 1: **Números positivos y negativos**

Lección 2: (7/7) Adición y sustracción de números positivos y negativos

Sección 6: Adición y sustracción combinadas

Objetivo: Eliminar los paréntesis en adición y sustracción combinadas y calcularlo.

Ejercicio 2.12 Calcule.

a) $(+6) + (+4)$

b) $(+8) - (+3)$

c) $(+5) - (+9)$

d) $(+6) + (+3) + (-7)$

e) $(+3) + (+4) - (-3)$

f) $(-4) + (-8) + (+6)$

Ejemplo 2.20

Calcule $-5 + 2$.

Solución:

$-5 + 2$ significa $(-5) + (+2)$ por tanto

$-5 + 2 = -3$

$\boxed{-5}\ \boxed{+2}$

Se suman estos números

Ejercicio 2.13 Calcule.

a) $-6 + 3$ b) $-2 + 5$ c) $-8 + 4$ d) $-1 + 7$

Ejemplo 2.21

Calcule $-2 - 6$.

Solución:

$-2 - 6$ significa $(-2) + (-6)$ por tanto

$-2 - 6 = -8$

$\boxed{-2}\ \boxed{-6}$

Se suman estos números

Ejercicio 2.14 Calcule.

a) $-3 - 4$ b) $-6 - 3$ c) $-2 - 6$ d) $-7 - 3$

Unidad 1: **Números positivos y negativos**

Lección 3: (1/12) Multiplicación y división de números positivos y negativos

Sección 1: Multiplicación

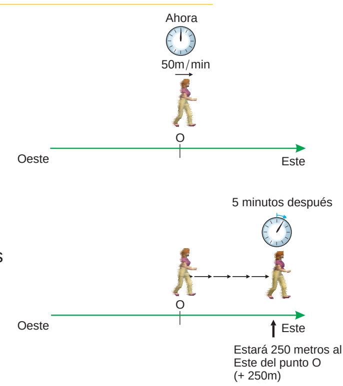
Objetivo: Interpretar el sentido de la multiplicación de dos números en términos de la velocidad, el tiempo y la posición.

Lección 3: Multiplicación y división de números positivos y negativos

Sección 1: Multiplicación

Ejemplo 3.1

María camina a 50 metros por minuto hacia el Este en una carretera. Ahora está en el punto O. Después de 5 minutos, ¿dónde estará?



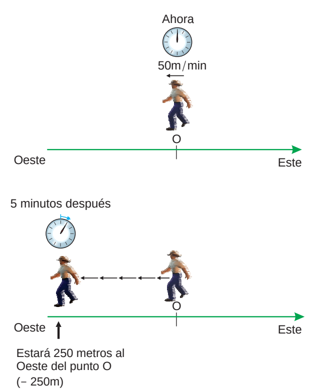
Respuesta: María estará 250 metros al Este del punto O.

Se puede expresar el PO como :
$(+50) \times (+5) = +250$

Ejemplo 3.2

José camina a 50 metros por minuto hacia el Oeste y ahora está en el punto O.

¿Dónde estará después de 5 minutos?



Respuesta: José estará 250 metros al Oeste del punto O.

Caminar a 50 metros por minuto hacia el Oeste se interpreta como "caminar a −50 metros por minuto" y se expresa la posición de 5 minutos después con la multiplicación $(-50) \times (+5) = -250$.
−250 significa 250 metros al Oeste del punto O.

Importante

(Velocidad) X (tiempo) = distancia recorrida.

Debemos tener cuidado por que la distancia es siempre positiva.

En esta lección se maneja velocidad por tiempo = posición final (unicamente para introducción del tema).

Indicador de logro

José camina 50 metros por minuto hacia el Oeste y ahora está en el punto O. ¿Dónde estará después de 5 minutos? Expresa la posición con la multiplicación.

1. Interpretar la multiplicación de dos números positivos.

Ejemplo 3.1

(15 min)

* Analizar el dibujo.

Después de 5 minutos, ¿Cuánto ha avanzado María y en qué dirección?

Confirmar la respuesta

¿Con cuál PO podemos expresar la situación anterior?

En el PO (+50)×(+5)=+250

¿Qué representa cada uno?

Concluir que el PO anterior se interpreta como

(velocidad) x (tiempo)= (posición final).

2. Interpretar la multiplicación de un número negativo y un número positivo.

Ejemplo 3.2

(15 min)

Analizar el dibujo y confirmar la respuesta

¿Cómo se interpreta la velocidad y el tiempo en el caso de José?

¿Cómo podemos expresar la posición final de José?

Resaltar que (-50) se interpreta como la velocidad de 50 metros por minuto hacia el Oeste,(+5) como el tiempo "después de 5 minutos" y (-250) como la posición al Oeste del punto O.

¿Con cuál PO podemos expresar la posición anterior?

Concluir que PO se expresa:

(-50) × (+5)=-250

continúa en la siguiente página...

Indicador de logro

Calcule

(-5) × (-3) (-5) × (+3)

3. Interpretar la multiplicación de un número positivo y un número negativo.

Ejemplo 3.3

(15 min)

* Auxiliándose de la lámina interpretar la situación y determinar el PO y el cálculo de forma similar al caso anterior.

Analizar el dibujo y confirmar la respuesta.

¿Cómo se interpreta la velocidad y el tiempo en el caso de María?

¿Cómo podemos expresar la posición anterior de María?

Resaltar que (+50) se interpreta como la velocidad de 50 metros por minuto hacia el Este, (-5) como el tiempo "antes de 5 minutos" y (-250) como la posición al Este del punto O.

¿Con cuál PO podemos expresar esta situación presentada?

Concluir que PO se expresa:

(+50) × (-5) = -250

[Hasta aquí Clase 1]

[Desde aquí Clase 2]

1. Interpretar la multiplicación de dos números negativos.

Ejemplo 3.4

(10 min)

- Auxiliándose de la lámina interpretar la situación y determinar el PO y el cálculo de forma similar a la anterior.
- Analizar el dibujo y confirmar la respuesta.

  ¿Cómo se interpreta la velocidad y el tiempo en este caso de José?
- ¿Cómo podemos expresar la posición anterior de José?

Unidad 1: **Números positivos y negativos**

Lección 3: (2/12) Multiplicación y división de números positivos y negativos

Sección 1: Multiplicación

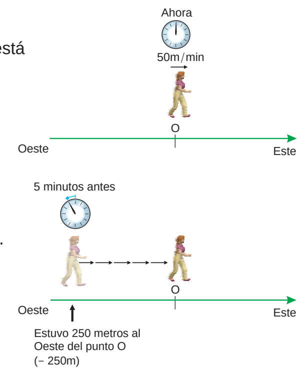
Objetivo: Multiplicar dos números según el signo.

Ejemplo 3.3

Siguiendo el Ejemplo 3.1. Ahora María está en el punto O.

¿Dónde estaba María 5 minutos antes?

Respuesta: María estaba 250 metros al Oeste desde el punto O.



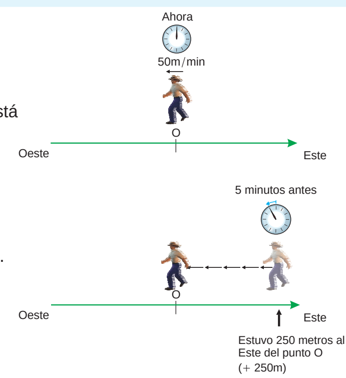
5 minutos antes se interpreta como −5 y se expresa la posición de esos 5 minutos con la multiplicación: (+50) × (−5) = −250.

Ejemplo 3.4

Siguiendo el Ejemplo 3.2. Ahora José está en el punto O.

¿Dónde estaba José 5 minutos antes?

Respuesta: José estaba 250 metros al Este desde el punto O.



Se expresa la posición con la multiplicación (−50) × (−5) = +250.

24 Unidad 1 - Números positivos y negativos

* Resaltar que (-50) se interpreta como la velocidad de 50 metros por minuto hacia el Oeste, (-5) como el tiempo "antes de 5 minutos" y (+250) como la posición al Este del punto O.

* ¿Con cuál PO podemos expresar esta situación presentada?

* Concluir que PO se expresa: (+50) × (-5) = +250

continúa en la siguiente página...

Unidad 1: **Números positivos y negativos**

Lección 3: (2/12) Multiplicación y división de números positivos y negativos

Sección 1: Multiplicación

Objetivo: Multiplicar dos números según el signo.

Observamos los PO de los Ejemplo 3.1 ~ 3.4 .

1) PO: $(+50) \times (+5) = +250$ 2) PO: $(-50) \times (+5) = -250$

3) PO: $(+50) \times (-5) = -250$ 4) PO: $(-50) \times (-5) = +250$

De los PO y las respuestas de los ejemplos anteriores se puede concluir lo siguiente:

Multiplicación de dos números positivos y/o negativos

Según el signo:

Si los dos números tienen el mismo signo, el producto lleva el signo positivo.

Si los dos números tienen diferente signo, el producto lleva el signo negativo.

Según el valor absoluto:

El valor absoluto es el producto de los valores absolutos de los dos números.

Ejemplo 3.5

Calcule.

a) $(+2) \times (+3)$ b) $(-2) \times (-3)$

Solución:

a) $(+2) \times (+3) = +(2 \times 3)$

$= +6$

b) $(-2) \times (-3) = +(2 \times 3)$

$= +6$

$(+) \times (+) = (+)$

$(-) \times (-) = (+)$

Ejercicio 3.1 Calcule.

a) $(+4) \times (+2)$ b) $(-5) \times (-3)$ c) $(+6) \times (+2)$ d) $(-4) \times (-3)$

e) $(+2) \times (+5)$ f) $(-6) \times (-3)$ g) $(+7) \times (+3)$ h) $(-8) \times (-4)$

Ejemplo 3.6

Calcule.

a) $(+2) \times (-3)$ b) $(-2) \times (+3)$

Solución:

a) $(+2) \times (-3) = -(2 \times 3)$

$= -6$

b) $(-2) \times (+3) = -(2 \times 3)$

$= -6$

$(+) \times (-) = (-)$

$(-) \times (+) = (-)$

Ejercicio 3.2 Calcule.

a) $(+4) \times (-2)$ b) $(-5) \times (+3)$ c) $(+6) \times (-2)$ d) $(-4) \times (+2)$

e) $(-2) \times (+5)$ f) $(+6) \times (-3)$ g) $(-3) \times (+7)$ h) $(+8) \times (-4)$

25

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

Verificar los procedimientos empleados por los estudiantes ya que se necesita el uso correcto de las tablas de multiplicar.

Ejercicios adicionales

a) $(-2) \times (-7)$ b) $(+4) \times (+5)$ c) $(-6) \times (+3)$ d) $(+9) \times (-3)$

e) $(+10) \times (-5)$ f) $(-9) \times (-4)$ g) $(-8) \times (+5)$ h) $(-8) \times (+7)$

Solución

a) +14 b) +20 c) - 18 d) - 27 e) - 50 f) +36 g) - 40 h) - 56

Indicador de logro

Calcule

$(-5) \times (-3)$ $(-5) \times (+3)$

2. Escribir los PO en la pizarra junto con sus resultados:

(7 min)

$(+50) \times (+5) = +250$;

$(-50) \times (+5) = -250$

$(+50) \times (-5) = -250$;

$(-50) \times (-5) = +250$

¿Qué observan en cuanto al signo del producto?

* Concluir lo que se presenta en el resumen. Hay que tener cuidado que los estudiantes no consulten el resumen del LE porque el objetivo es que ellos lo deduzcan.

* Puede simplificar los cuatro casos de la multiplicación con la palabra (más por más), (más por menos, etc.)

3. Multiplicar dos números con igual signo. Ejemplo 3.5

(4 min)

4. Resolver Ejercicio 3.1

(10 min)

Solución

a) +8 b) +15 c) +12 d) +12

e) +10 f) +18 g) +21 h) +32

5. Multiplicar dos números con diferente signo.

Ejemplo 3.6

(4 min)

6. Resolver Ejercicio 3.2

(10 min)

Solución

a) - 8 b) - 15 c) - 12 d) - 8

e) - 10 f) - 18 g) - 21 h) - 32

Indicador de logro

Calcule (-1) × (+7)

1. **Multiplicar un número por +1 ó - 1.** *Ejemplo* **3.7**
   (15 min)
   ¿Cuál es el resultado de (+3) × (+1)?, ¿cómo se interpreta?

* Concluir: que al multiplicar un número positivo o negativo por +1 el resultado es el mismo número.

* Concluir que al multiplicar un número positivo o negativo por - 1 el resultado es el mismo número con signo contrario.

2. **Resolver** *Ejercicio* **3.3**
   (10 min)
   Solución
   a) +2 b) -7 c) -5 d) +8
   e) - 5 f) +9 g) +4 h) - 6

3. **Multiplicar por 0.**
   Ejemplo **3.8**
   (15 min)
   Recordar la situación planteada en el *Ejemplo* **3.2** ¿Qué sucede con la posición de José después de 0 minutos?
   ¿Cómo se puede expresar esta situación con un PO?

* Concluir que 0 representa el tiempo de ahora y por lo tanto no hay recorrido.

* Desarrollar 0 × (- 5) de forma análoga.

¿Qué conclusión podemos sacar de todo esto?

4. **Resolver** *Ejercicio* **3.4**
   (5 min)
   Solución
   a) 0 b) 0 c) 0 d) 0
   e) 0 f) 0 g) 0 h) 0

Unidad 1: **Números positivos y negativos**

Lección 3: (3/12) Multiplicación y división de números positivos y negativos

Sección 1: Multiplicación

Objetivo: Multiplicar un número por +1, -1 y 0.

Ejemplo **3.7**

Compare los productos con los números +1 y −1.

1. Productos con +1
a) (+3) × (+1) b) (+1) × (+3)
c) (−3) × (+1) d) (+1) × (−3)
Respuesta:
a) +3 b) +3 c) −3 d) −3

□ × (+1) = □
(+1) × □ = □

2. Productos con −1
a) (+3) × (−1) b) (−1) × (+3)
c) (−3) × (−1) d) (−1) × (−3)
Respuesta:
a) −3 b) −3 c) +3 d) +3

□ × (−1) = − □
(−1) × □ = − □

El producto de un número positivo o negativo por +1 es el mismo número.

El producto de un número positivo o negativo por −1 es su número opuesto .

Ejercicio **3.3** Calcule.

a) (+2) × (+1) b) (−1) × (+7) c) (−5) × (+1) d) (−1) × (−8)
e) (+5) × (−1) f) (+1) × (+9) g) (−4) × (−1) h) (+1) × (−6)

Ejemplo **3.8** Usando la situación del *Ejemplo* **3.2** y *Ejemplo* **3.3**, encuentre (−50) × 0 y 0 × (−5).

Solución: (−50) × 0 representa la posición de José después de 0 minutos, es decir, ahora, por lo tanto equivale a 0.
0 × (−5) representa la posición de una persona que permanece en el punto O, por lo tanto equivale a 0.

Un número positivo o negativo multiplicado por cero es igual a cero.
□ × 0 = 0 0 × □ = 0

Ejercicio **3.4** Calcule.

a) (+3) × 0 b) 0 × (+2) c) (−8) × 0 d) 0 × (−6)
e) (−10) × 0 f) 0 × (−7) g) (+12) × 0 h) 0 × (−4)

26 *Unidad 1 - Números positivos y negativos*

Ejercicios adicionales: Calcule.

a) (+10) × (+1) b) (- 12) × 0 c) (+11) × (-1) d) (- 4) × 0
e) 0 × (+15) f) (+1) × (-10) g) (- 8) × 0 h) (- 13) × (-1)

Solución

a) +10 b) 0 c) -11 d) 0 e) 0 f) - 10 g) 0 h) +13

Unidad 1: **Números positivos y negativos**

Lección 3: (4/12) Multiplicación y división de números positivos y negativos

Sección 2: Propiedad conmutativa y asociativa de la multiplicación

Objetivo: Multiplicar tres números en el orden más conveniente aplicando la propiedad conmutativa y asociativa.

Ejemplo 3.9

Compare el resultado de $(+3) \times (-4)$ y $(-4) \times (+3)$.

Solución:

$(+3) \times (-4) = -(3 \times 4)$ $\quad$ $(-4) \times (+3) = -(4 \times 3)$

$= \boxed{-12}$ $\quad$ $= \boxed{-12}$

Son iguales

Respuesta: Son iguales.

Como el signo y el valor absoluto del producto de números no dependen del orden de los números, se tiene para los números positivos y negativos la siguiente propiedad.

Propiedad conmutativa de la multiplicación.

■ × ▲ = ▲ × ■

Ejemplo 3.10

Compare el resultado de $[(+3) \times (-4)] \times (-2)$ y $(+3) \times [(-4) \times (-2)]$.

Solución:

$[(+3) \times (-4)] \times (-2) = (-12) \times (-2)$ $\quad$ $(+3) \times [(-4) \times (-2)] = (+3) \times (+8)$

$= \boxed{+24}$ $\quad$ $= \boxed{+24}$

Son iguales

Respuesta: Son iguales.

Propiedad asociativa de la multiplicación.

(■ × ●) × ▲ = ■ × (● × ▲)

Con estas propiedades se pueden calcular el producto de varios números en cualquier orden.

Ejemplo 3.11

Encuentre el siguiente producto aplicando las propiedades.

$(-5) \times (+3) \times (+2) = (-5) \times (+2) \times (+3)$

$= [(-5) \times (+2)] \times (+3)$

$= (-10) \times (+3)$

$= -30$

$(-5) \times (+2) = -10$ es más fácil de calcular.

Ejercicio 3.5 Encuentre los siguientes productos.

a) $(-2) \times (-5) \times (+4)$ $\quad$ b) $(+3) \times (-4) \times (+2)$

c) $(+5) \times (+3) \times (-6)$ $\quad$ d) $(-5) \times (+4) \times (-3)$

* Concluir que por medio de las propiedades conmutativa y asociativa podemos multiplicar tres o más números cambiando el orden para que sea más fácil.

Ejercicios adicionales

a) (-3) × (-4) × (+3) $\quad$ b) (-7) × (+1) × (-2)

c) (+5) × (+4) × (-3) $\quad$ d) (-8) × (-1) × (-4)

Solución

a) +36 $\quad$ b) +14 $\quad$ c) -60 $\quad$ d) -32

Indicador de logro

Aplica la propiedad asociativa

(- 2) × (-5) × (+4)

1. Multiplicar dos números con diferente signo cambiando el orden de los números. Ejemplo 3.9

(10 min)

Calcule (+3) × (- 4) y (- 4) × (+3) ¿Cómo son los resultados?

¿Qué podemos deducir de las respuestas?

¿Cómo se llama esta propiedad?

* Concluir que el signo y el valor absoluto del producto no dependen del orden de los números.

2. Multiplicar tres números cambiando la forma de asociarlos. Ejemplo 3.10

(15 min)

* Concluir: por medio de la propiedad asociativa podemos multiplicar tres números en diferente orden sin alterar el resultado.

3. Calcular aplicando las propiedades. Ejemplo 3.11

(10 min)

Inducir a los alumnos para que asocien primeramente los números que sean más adecuados.

4. Resolver Ejercicio 3.5

(10 min)

Solución

a) +40 b) - 24 c) - 90 d) +60

Indicador de logro

Convierta (-4) x (+3) = -12

1. **Escribir un PO con división.**

   Ejemplo **3.12**

   (15 min)

* ¿Cómo podemos conocer el número que va en la casilla en $\square \times (+3) = +12$?
¿Qué signo debe tener el número que va en la casilla?

* ¿Cuál es el número que va en la casilla?

* ¿De qué otra forma podemos encontrar ese número?

* ¿Cómo podemos encontrarlo a través de la división?
El valor del $\square$
$\square \times (+3) = +12$ se encuentra a través de la división, es decir $\square = (+12) \div (+3)$

* Concluir que una multiplicación se puede expresar como una división.

* Indicar que encuentren los valores en b), c) y d).

2. **Expresar la multiplicación como una división.**

   (15 min)

   Aprendieron a expresar la división como una multiplicación en 4to grado.

3. **Analizar los signos de las divisiones anteriores.**

   (15 min)

* Observar el signo de cada cálculo y encontrar la regla

* Concluir que el cociente de la división de dos números es positivo si ambos tienen el mismo signo y es negativo si tienen signos diferentes. Así como concluir sobre el valor absoluto.

¿Con cuál de las operaciones se parecen estos resultados?

Unidad 1:	**Números positivos y negativos**
Lección 3: (5/12)	Multiplicación y división de números positivos y negativos
Sección 3:	División
Objetivo:	Escribir un PO de multiplicación como un PO de división.

Sección 3: *División*

Ejemplo **3.12**

Encuentre el número que va en la casilla.

a) $\square \times (+3) = +12$ b) $\square \times (+3) = -12$

c) $\square \times (-3) = +12$ d) $\square \times (-3) = -12$

Respuesta: a) +4 b) – 4 c) – 4 d) +4

En 3er se aprendió que se puede expresar la multiplicación como división.

$(+4) \times (+3) = +12 \rightarrow (+12) \div (+3) = +4$

$(-4) \times (+3) = -12 \rightarrow (-12) \div (+3) = -4$

$(-4) \times (-3) = +12 \rightarrow (+12) \div (-3) = -4$

$(+4) \times (-3) = -12 \rightarrow (-12) \div (-3) = +4$

$(+4) \times (+3) = +12$ también se puede expresar como $(+12) \div (+4) = +3$

$\blacksquare \times \blacktriangle = \bullet$, entonces $\bullet \div \blacktriangle = \blacksquare$

Observando los casos anteriores, se puede concluir lo siguiente:

División de dos números positivos y/o negativos

Según el signo:
Si el signo de los dos números es el mismo, el signo del cociente es positivo (+).
Si el signo de los dos números es diferente, el signo del cociente es negativo (–).

Según el valor absoluto:
El valor absoluto es el cociente de la división de los valores absolutos de los dos números.

Signos iguales
$(+) \div (+) = (+)$
$(-) \div (-) = (+)$

Signos distintos
$(-) \div (+) = (-)$
$(+) \div (-) = (-)$

Así que para el signo, en caso de la división se puede pensar de la misma manera que en la multiplicación.

Para calcular el cociente, se escribe el signo y después el cociente de los valores absolutos de los números.

Si $\blacktriangle$ representa un número diferente de 0, $0 \div \blacktriangle = 0$ porque $0 \times \blacktriangle = 0$.
La división entre cero no está definida.

28 *Unidad 1 - Números positivos y negativos*

Unidad 1: **Números positivos y negativos**

Lección 3: (6/12) Multiplicación y división de números positivos y negativos

Sección 3: División

Objetivo: Dividir dos números según el signo.

Indicador de logro

Resuelve (-18)÷(-6) (-15)÷(+3)

Ejemplo **3.13**

Calcule.

a) $(+18) \div (+3)$ b) $(-18) \div (-3)$

$(+) \div (+) = (+)$

$(-) \div (-) = (+)$

Solución:

a) $(+18) \div (+3) = +(18 \div 3) = +6$

b) $(-18) \div (-3) = +(18 \div 3) = +6$

Ejercicio **3.6** Calcule.

a) $(+15) \div (+3)$ b) $(-15) \div (-3)$

c) $(+18) \div (+6)$ d) $(-18) \div (-6)$

Ejemplo **3.14**

Calcule.

a) $(+18) \div (-3)$ b) $(-18) \div (+3)$

$(+) \div (-) = (-)$

$(-) \div (+) = (-)$

Solución:

a) $(+18) \div (-3) = -(18 \div 3) = -6$

b) $(-18) \div (+3) = -(18 \div 3) = -6$

Ejercicio **3.7** Calcule.

a) $(+15) \div (-3)$ b) $(-15) \div (+3)$

c) $(+18) \div (-6)$ d) $(-18) \div (+6)$

En la división de números enteros donde el cociente no es un número entero, se puede expresar el cociente de dos números como una fracción.

Ejemplo **3.15**

Calcule $(-5) \div (+3)$.

Solución:

Se deja expresado en forma de fracción.

$(-5) \div (+3) = -(5 \div 3) = -\frac{5}{3}$

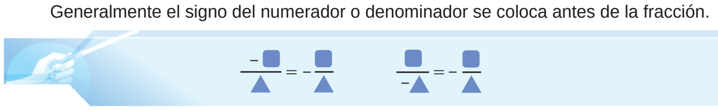
$-\frac{5}{3} = -1\frac{2}{3}$, pero en este libro vamos a usar fracciones impropias en lugar de fracciones mixtas.

Observe que la división se puede expresar como fracción, entonces podemos concluir lo siguiente:

$(-5) \div (+3) = \frac{-5}{3} = -\frac{5}{3}$

De la misma forma $\frac{5}{-3} = 5 \div (-3) = -(5 \div 3) = -\frac{5}{3}$

Generalmente el signo del numerador o denominador se coloca antes de la fracción.



29

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

1. **Dividir dos números con igual signo.** *Ejemplo* **3.13**
   (8 min)
   ¿Cuál es el resultado del inciso a)?
   ¿Cuál es el resultado del inciso b)?
   ¿Qué podemos concluir?

2. **Resolver** *Ejercicio* **3.6**
   (8 min)
   Solución:
   a) +5 b) +5 c) +3 d) +3

3. **Dividir dos números con signos diferentes** *Ejemplo* **3.14**.
   (8min)
   ¿Cuál es el resultado del inciso a)?
   ¿Cuál es el resultado del inciso b)?
   ¿Qué podemos concluir?

4. **Resolver** *Ejercicio* **3.7**
   (8 min)
   Solución:
   a)-5 b) -5 c) -3 d) -3

5. **Escribir un cociente inexacto en forma de fracción.** *Ejemplo* **3.15**
   (13 min)
   ¿Cómo se puede expresar como una fracción?

* Hacer énfasis en que en una división de números enteros en donde el cociente no es un número entero se puede expresar como una fracción.

* Concluir que si uno de los términos es negativo la fracción resultante es negativa.

* Generalmente el signo del numerador o denominador se coloca antes de la fracción.

Ejercicios adicionales

a) (+18)÷(-9) b) (+28)÷(+7) c) (-36)÷(-4) d) (-55)÷(-5)

Solución

a) -2 b) +4 c) +9 d) +11

Indicador de logro

Convierta a su equivalente decimal $\frac{3}{5}$

Dar a conocer que a partir de esta clase se omite el signo + de los números positivos.

1. **Expresar un cociente inexacto como una fracción.** *Ejemplo* **3.16**
   (10 min)

2. **Calcular el equivalente decimal de una fracción.**
   Ejemplo **3.17**
   (20 min)
   ¿Cuál es el resultado en el inciso a)?

* Indicar el proceso de la división, ya que 2 < 5 hay que agregar ceros al dividendo para continuar la división

* Concluir $\frac{2}{5} = 0.4$

¿Cuál es el resultado en el inciso b)?

* Concluir $-\frac{3}{8} = -0.375$

¿Cuál es el resultado en el inciso c)?

Concluir $\frac{2}{3} = 0.666\ldots$

* Tener cuidado de detener el proceso de división cuando en el cociente se repiten una o más cifras.

3. **Resolver** *Ejercicio* **3.8**
   (15 min)
   Solución
   a) -0.5 b) 0.6
   c) -0.333… d) 0.12121212…

* Puede permitirse el uso de la calculadora para verificar las respuestas.

Unidad 1: Números positivos y negativos

Lección 3: (7/12) Multiplicación y división de números positivos y negativos

Sección 4: Conversión de fracciones a decimales

Objetivo: Convertir una fracción a su equivalente decimal.

Sección 4: Conversión de fracciones a decimales

A partir de ahora se omite el signo + de los números positivos

Recuerde que + 5 = 5

Ejemplo **3.16** Calcule (−2) ÷ 3

Solución:

$(-2) \div 3 = -(2 \div 3)$
$= -\frac{2}{3}$

■ ÷ ▲ = $\frac{■}{▲}$

Si se utiliza esta relación se calcula rápidamente la conversión de fracciones en números decimales.

Ejemplo **3.17**

Convierta en número decimal.

a) $\frac{2}{5}$ b) $-\frac{3}{8}$ c) $\frac{2}{3}$

Solución:

a) $\frac{2}{5} = 0.4$ b) $-\frac{3}{8} = -0.375$ c) $\frac{2}{3} = 0.666\ldots$

```
     0.4          0.375          0.666
 5 ) 2.0      8 ) 3.0        3 ) 2.0
     2 0          2 4            1 8
       0            60             20
                    56             18
                    40             20
                    40             18
                     0              2
```

Es un número decimal exacto porque el residuo es cero.

Decimal exacto.

Es un número decimal inexacto porque su residuo no es cero.

Al número o números que se repiten, se les llama período.

Ejercicio **3.8** Convierta a su equivalente decimal. Si no es exacta, entonces hasta encontrar el período.

a) $-\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $-\frac{1}{3}$ d) $\frac{4}{33}$

Cuando la división de los números no es exacta, se expresará como una fracción.
Ejemplo $7 \div 3 = \frac{7}{3}$

Ejercicios adicionales

Convierta a su equivalente decimal.

a) $\frac{1}{5}$ b) $-\frac{5}{6}$ c) $-\frac{1}{8}$ d) $\frac{20}{9}$

Solución

a) 0.2 b) -0.833… c) - 0.125 d) 2.222…

Unidad 1: Números positivos y negativos

Lección 3: (8/12) Multiplicación y división de números positivos y negativos

Sección 5: Recíproco

Objetivo: Encontrar el recíproco de una fracción.

Sección 5: Recíproco

Ejemplo 3.18 Calcule.

a) $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2}$ b) $\frac{1}{4} \times 4$ $4 = \frac{4}{1}$

Solución:

a) $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{\cancel{2}^{1} \times \cancel{3}^{1}}{\cancel{3}_{1} \times \cancel{2}_{1}} = \frac{1}{1} = 1$ b) $\frac{1}{4} \times 4 = \frac{1}{4} \times \frac{4}{1} = \frac{1 \times \cancel{4}^{1}}{\cancel{4}_{1} \times 1} = \frac{1}{1} = 1$

Un número es **recíproco** de otro número cuando al multiplicarse ambos números el producto es 1.

En caso del Ejemplo 3.18 $\frac{3}{2}$ es el recíproco de $\frac{2}{3}$ ya que $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$.
4 es el recíproco de $\frac{1}{4}$ ya que $\frac{1}{4} \times 4 = 1$.

También se puede decir $\frac{2}{3}$ es el recíproco de $\frac{3}{2}$, $\frac{1}{4}$ es el recíproco de 4.

El recíproco de $\frac{\bigcirc}{\triangle}$ *es* $\frac{\triangle}{\bigcirc}$. (por que $\frac{\bigcirc}{\triangle} \times \frac{\triangle}{\bigcirc} = 1$)

recíproco: $\frac{2}{3} \leftrightarrow \frac{3}{2}$ recíproco: $\frac{1}{4} \leftrightarrow 4$

Ejemplo 3.19

Encuentre el recíproco de los siguientes números.

a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{1}{3}$ c) 8 d) $-\frac{3}{4}$

Solución:

a) $\frac{2}{5} \times \boxed{\frac{5}{2}} = 1$ Respuesta: $\frac{5}{2}$

b) $\frac{1}{3} \times \boxed{3} = 1$ Respuesta: 3

c) $8 \times \boxed{\frac{1}{8}} = 1$ Respuesta: $\frac{1}{8}$

d) $\left(-\frac{3}{4}\right) \times \boxed{\left(-\frac{4}{3}\right)} = 1$ Respuesta: $-\frac{4}{3}$

Para que el producto sea 1, ponga atención al signo.
$(-) \times (-) = (+)$

Ejercicio 3.9 Encuentre el recíproco de los siguientes números.

a) $\frac{3}{10}$ b) $\frac{1}{9}$ c) 7
d) $-\frac{4}{3}$ e) $-\frac{1}{4}$ f) -6

31

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

Ejercicios adicionales

Encuentre el recíproco de los siguientes números

a) $\frac{1}{5}$ b) 6 c) $-\frac{4}{7}$ d) 8 e) $\frac{2}{5}$ f) -3

Solución

a) 5 b) $\frac{1}{6}$ c) $-\frac{7}{4}$ d) $\frac{1}{8}$ e) $\frac{5}{2}$ f) $-\frac{1}{3}$

Indicador de logro

Encuentre el recíproco de $\frac{3}{10}$

1. Observar los resultados obtenidos en las multiplicaciones presentadas.

Ejemplo 3.18

(10 min)

* Observar las fracciones del inciso a) $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{2}$
¿Cuál es la diferencia?
¿Cuál es el resultado al multiplicar estas dos fracciones?
Llamar a $\frac{3}{2}$ recíproco de $\frac{2}{3}$
* Observar el inciso b) $\frac{1}{4}$ y 4.
¿Cuál es la diferencia? ¿Cuál es el resultado del producto de estos dos números?
* Concluir que un número es recíproco de otro número cuando al multiplicarse ambos números el producto es 1.

2. Confirmar el recíproco.

(10 min)

* Confirmar que $\frac{3}{2}$ es el recíproco de $\frac{2}{3}$ ya que el producto de ambos números es igual a 1.
* Confirmar que 4 es el recíproco de $\frac{1}{4}$ ya que el producto de ambos números es igual a 1.

3. Encontrar el recíproco de los siguientes números.

Ejemplo 3.19

(10 min)

* Para que el producto sea 1 hay que prestar atención al signo (-) x (-) = (+)

4. Resolver Ejercicio 3.9

(15 min)

Solución

a) $\frac{10}{3}$ b) 9 c) $\frac{1}{7}$

d) $-\frac{3}{4}$ e) -4 f) $-\frac{1}{6}$

Indicador de logro

Calcule $(-8)^2$

1. **Escribir en forma de potenciación.** *Ejemplo* **3.20**

   (10 min)

* Indicar a los estudiantes tomar en cuenta que el área del cuadrado es la cantidad de cuadrados de 1 cm de lado y el volumen del cubo es la cantidad de cubos de 1 cm de lado.

* Observar y analizar los dibujos del cuadrado y el cubo.

¿Cuál es el área del cuadrado?

¿Cuál es el volumen del cubo?

¿Podemos abreviar las respuestas?

* Concluir que al multiplicar un número por sí mismo se puede escribir en forma de potencia.

2. **Resolver** *Ejercicio* **3.10**

   (15 min)

   Solución

   a) 7^2 b) 2^3 c) 5^3

3. **Calcular potencias con exponente 2 y 3.** *Ejemplo* **3.21**

   (10 min)

* Indicar que calculen $(-3)^2$ y -3^2

¿Por qué los resultados son distintos?

¿Cuál es la diferencia de los cálculos?

¿Qué se puede concluir?

* Dar a conocer que se utilizan paréntesis también en caso de fracciones, aunque sean positivas para evitar errores.

4. **Resolver** *Ejercicio* **3.11**

   (10 min)

   Solución

   a)+ 64 b) - 64

   c) + 125 d) -125

Unidad 1: **Números positivos y negativos**

Lección 3: (9/12) Multiplicación y división de números positivos y negativos

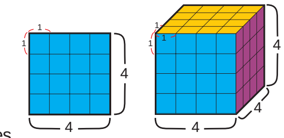
Sección 6: Potencias

Objetivo: Calcular potencias de 2 y 3.

Sección 6: Potencias

Ejemplo **3.20**

Observe y analice los siguientes dibujos y exprese el área del cuadrado y el volumen del cubo.



Solución:

Como área: base $\times$ altura entonces,

Área : 4×4

Como volumen: área de la base $\times$ altura entonces,

Volumen : $4 \times 4 \times 4$

El producto de multiplicar un número por sí mismo 2 ó más veces se representa de la siguiente manera:

$4 \times 4 = 4^2$ $\quad$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$

Los números 4^2 ó 4^3 están se expresados como potencia.

Ejercicio **3.10** Escriba en forma de potencia.

a) 7×7 b) $2 \times 2 \times 2$ d) $5 \times 5 \times 5$

Ejemplo **3.21**

Calcule las siguientes potencias.

a) $(-3)^2$ b) -3^2 c) $(-2)^3$

Respuesta:

a) $(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$ $\quad$ b) $-3^2 = -(3 \times 3) = -9$

c) $(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$

-3^2 no es igual a $(-3)^2$

$(-3)^2$ se lee "-3 al cuadrado" o "-3 elevado a la dos"

$(-2)^3$ se lee "-2 al cubo" o "-2 elevado a la tres"

Un número negativo elevado a otro número debe encerrarse en un paréntesis.
Una fracción positiva o negativa elevada a un número debe encerrarse en un paréntesis. Ejemplo: $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$ (con paréntesis)

$\frac{1^2}{2} = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$ (sin paréntesis)

Ejercicio **3.11** Calcule las siguientes potencias.

a) $(-8)^2$ b) -8^2 c) 5^3 d) $(-5)^3$

32 *Unidad 1 - Números positivos y negativos*

Ejercicios adicionales

Calcule.

a) $(-5)^2$ b) -4^2 c) 4^3 d) $(-4)^3$

e) 6^2 f) $(-6)^3$ g) 7^2 h) 7^3

Solución

a) 25 b) -16 c) 64 d) -64

e) 36 f) -216 g) 49 h) 343

Unidad 1: Números positivos y negativos

Lección 3: (10/12) Multiplicación y división de números positivos y negativos

Sección 7: Operaciones combinadas

Objetivo: Calcular las operaciones combinadas siguiendo la jerarquía de las operaciones.

Sección 7: *Operaciones combinadas*

Ejemplo 3.22

Se calcula un PO con multiplicación y división convirtiéndolo en un PO sólo con multiplicación.

a) $5 \div \left(-\frac{2}{3}\right) \times 8$ b) $(-12) \times (-6) \div \frac{4}{3}$

Respuesta:

a) $5 \div \left(-\frac{2}{3}\right) \times 8$

$= 5 \times \left(-\frac{3}{2}\right) \times 8$

$= -\left(5 \times \frac{3}{\cancel{2}_{1}} \times \overset{4}{\cancel{8}}\right)$

$= -60$

b) $(-12) \times (-6) \div \frac{4}{3}$

$= (-12) \times (-6) \times \frac{3}{4}$

$= +\left(\overset{3}{\cancel{12}} \times 6 \times \frac{3}{\cancel{4}_{1}}\right)$

$= 54$

Si en el PO aparecen multiplicaciones y divisiones, se cambia todo a multiplicación.

Ejercicio 3.12 Calcule convirtiendo a un PO solo con multiplicación.

a) $(-3) \div \left(-\frac{2}{5}\right) \times 4$ b) $6 \times (-10) \div \frac{2}{3}$

Si en un PO aparecen multiplicaciones, divisiones, adiciones, sustracciones y signos de agrupación, el orden de las operaciones es el siguiente:

1. Calcular lo que está dentro de signos de agrupación.
2. Las multiplicaciones y divisiones (de izquierda a derecha).
3. Por último, las adiciones y sustracciones (de izquierda a derecha).

Ejemplo 3.23

Calcule $4 \times 3 - (8 + 6) \div 2$.

Respuesta:

$4 \times 3 - \underbrace{(8 + 6)}_{1} \div 2 = \underbrace{4 \times 3}_{2} - \underbrace{14 \div 2}_{2}$

$= \underbrace{12 - 7}_{3}$

$= 5$

1 Calcular lo que está dentro del paréntesis

2 Multiplicación y división

3 Efectuando la suma

Primero 1
Segundo 2
Tercero 3

Ejercicio 3.13 Calcule.

a) $(12 \div 3) \times 4 - 2 \times 6$ b) $15 \div (5 - 2) + 4 \times 3$

c) $[60 \div (-12)] + 5 \times 3 - 16 \div 2$

33

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

Ejercicios adicionales

a) $(6 + 2 \times 3) \div 2$ b) $3 \times (10 - 2) - 2 + 4 \times 2$

Solución

a) 6

b) 30

Indicador de logro

Calcule $(-3) \times \left(-\frac{2}{5}\right) \times 4$

1. **Convertir en un PO solo con multiplicación.** **Ejemplo 3.22**
   (15 min)
   ¿Cuál es el resultado de $5 \div \left(-\frac{2}{3}\right) \times 8$?
   * Exprese el PO solo con multiplicaciones y calcule
   * Concluir que un PO con multiplicaciones y divisiones puede convertirse en un PO solo con multiplicaciones.

2. **Resolver** **Ejercicio 3.12**
   (10 min)
   Solución
   a) 30 b) -90

3. **Resolver un PO que tiene las cuatro operaciones básicas.** **Ejemplo 3.23**
   (10 min)
   * Orientar en la aplicación de la jerarquía de las operaciones básicas.
   * Calcule $4 \times 3 - (8 + 6) \div 2$

4. **Resolver** **Ejercicio 3.13**
   (10 min)

Solución

a) $(12 \div 3) \times 4 - 2 \times 6$
$= 4 \times 4 - 2 \times 6$
$= 16 - 12$
$= 4$

b) $15 \div (5 - 2) + 4 \times 3$
$= 15 \div 3 + 4 \times 3$
$= 5 + 12$
$= 17$

c) $[60 \div (-12)] + 5 \times 3 - 16 \div 2$
$= -5 + 15 - 8$
$= 2$

Indicador de logro

Calcule 5 × 2 + 5 × 3

1. **Confirmar la propiedad distributiva.** Ejemplo 3.24

   ⏱ *(15 min)*

   Calcular

   4 × (-5 + 3) y 4 × (-5) + 4 × 3

* ¿Cómo son los resultados obtenidos?

* Indicar que se debe resolver primero lo que está dentro del paréntesis y después la otra operación.

* Desarrollar b) en forma similar ¿qué se puede concluir?

* Concluir sobre la propiedad distributiva.

* Indique cuál es la diferencia entre las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva.

2. **Calcular aplicando la propiedad distributiva con los números decimales.** Ejemplo 3.25

   ⏱ *(15 min)*

   ¿Cuál es el resultado de 1.4 x 5 + 1.6 x 5?

   ¿Que se puede concluir?

* Concluir que la propiedad distributiva nos facilita los cálculos cuando usamos números decimales.

3. **Resolver** Ejercicio 3.14

   ⏱ *(15 min)*

   Solución

   a) 25 b) 20

   c) 30 d) 18

Unidad 1: **Números positivos y negativos**

Lección 3: (11/12) Multiplicación y división de números positivos y negativos

Sección 8: Propiedad distributiva

Objetivo: Aplicar la propiedad distributiva.

Sección 8: Propiedad distributiva

Ejemplo 3.24

Compare los resultados.

a) 4 × (−5 + 3) con 4 × (−5) + 4 × 3

b) (−7 + 4) × (−2) con (−7) × (−2) + 4 × (−2)

Solución:

a) 4 × (−5 + 3) = 4 × (−2) = −8 4 × (−5) + 4 × 3 = − 20 + 12 = −8

Respuesta: Los resultados son iguales.

b) (−7 + 4) × (−2) = − 3 × (−2) = 6 (−7) × (−2) + 4 × (−2) = 14 + (− 8) = 6

Respuesta: Los resultados son iguales.

La propiedad distributiva es válida con números positivos y negativos.

(■ + ●) × ▲ = ■ × ▲ + ● × ▲

● × (■ + ▲) = ● × ■ + ● × ▲

Ejemplo 3.25

Calcule aplicando propiedad distributiva.

1.4 × 5 + 1.6 × 5

La propiedad distributiva también es válida en los números decimales.

Solución:

1.4 × 5 + 1.6 × 5 = (1.4 + 1.6) × 5
= 3 × 5
= 15

Ejercicio 3.14 Calcule aplicando la propiedad distributiva.

a) 5 × 2 + 5 × 3 b) 8 × 4 − 3 × 4

c) 1.8 × 10 + 1.2 × 10 d) 2.5 × 6 + 0.5 × 6

Ejercicios adicionales

a) 6 x 3 + 6 x 4 b) 9 x 5 - 9 x 3

c) 1.3 x 4 + 1.2 x 4 d) 2.7 x 7 + 0.3 x 7

Solución

a) 42 b) 18

c) 10 d) 21

Unidad 1: **Números positivos y negativos**

Lección 3: (12/12) Multiplicación y división de números positivos y negativos

Sección 9: Aplicación de los números positivos y negativos

Objetivo: Resolver problemas de la vida real utilizando el concepto de número negativo.

Sección 9: *Aplicación de los números positivos y negativos*

Ejemplo 3.26

La cantidad de personas que se permiten en un elevador se calcula suponiendo que el peso de una persona es 70 kg. Dados los datos siguientes:

78 kg, 65 kg, 67 kg, 58 kg, 70 kg, 72 kg, 64 kg, 83 kg

a) Utilice 70 kg como punto de referencia para comparar el peso de cada persona. Luego exprese la cantidad de kg que sobran y faltan utilizando el número positivo ó negativo.

b) Averigüe si en un elevador con capacidad para 8 personas pueden entrar las 8 personas con los pesos dados anteriormente.

Solución:

a) Se representa el peso de cada persona tomando 70 kg como punto de referencia.

Respuesta: 8 kg, −5 kg, −3 kg, −12 kg, 0 kg, 2 kg, −6 kg, 13 kg

b) La suma de pesos anteriormente dados es:

$8 + (-5) + (-3) + (-12) + 0 + 2 + (-6) + 13 = -3$

Esto significa que el peso total es 3 kg menos que el límite.

Respuesta: Sí pueden entrar.

Ejercicio 3.15 Para que un alumno apruebe la asignatura necesita un promedio mínimo de 70%. Un alumno obtuvo las cuatro calificaciones siguientes:

64%, 80%, 70% y 66%.

¿Aprobó la asignatura?

Ejemplo 3.27

A un tanque que tiene 600 ℓ de agua le agregan 15 ℓ por minuto, pero al mismo tiempo gastan 40 ℓ por minuto para el regadío de la finca. ¿Cuántos litros de agua habrá al pasar 20 minutos?

Solución:

Al tanque se le agregan $15 \times 20 = 300$ (ℓ) y gasta $40 \times 20 = 800$ (ℓ)

Al pasar 20 minutos quedan: $600 + 300 - 800 = 100$ (ℓ)

Respuesta: 100 ℓ

Otra solución:

Por cada minuto que pasa el tanque pierde 25 ℓ pues $15 - 40 = -25$ (ℓ).

En 20 minutos pierde 500 ℓ porque $-25 \times 20 = -500$ (ℓ).
Quedan entonces
$600 + (-500) = 100$ (ℓ)

35

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

Indicador de logro

En una caja donde se colocan manzanas se toman 150 g como el peso medio de ellas. Si se tienen los siguientes pesos 146 g, 153 g, 157 g, 148 g, 144 g, 155 g ¿se podrán colocar en la caja 6 manzanas?

1. Confirmar la propiedad distributiva. Ejemplo 3.26

(15 min)

Calcular

* Presentar el problema y discutir sobre el mismo.

¿Qué podemos hacer para resolver este problema?

* Se espera que utilicen la suma de las diferencias de los pesos con respecto al peso dado.

* Concluir: si la suma es negativa el elevador tiene capacidad para 8 personas y si es positiva no tiene capacidad.

*

2. Resolver Ejercicio 3.15

(15 min)

Solución

Sea 70% el punto de referencia. Las cuatro calificaciones se expresan: -6%, 10%, 0%, -4%

PO: -6 + 10 + 0 - 4 = 0

0 significa que tiene el promedio del 70%.

Respuesta: Si aprobó

3. Resolver Ejemplo 3.26

(15 min)

Solución

* Inducir a los estudiantes que utilicen la estrategia de calcular el agua que entra (600+15×20) menos la que se gasta en 20 minutos.

* La segunda forma de resolución no es tan fácil de percibirla, pero se puede inducir proponiéndoles que calculen el agua que se pierde por minuto y extrapolándola a 20 minutos y que esta cantidad se la resten a la cantidad de agua que había.

1 Expresar situaciones con números positivos y negativos.

Solución

a) -10°C
b) -800 m
c) +3 km
d) -250 m
e) +1 semana
f) +5 días

2 Otras situaciones donde se utilizan los números.

Solución

- Alto y bajo desde un determinado nivel.
- Antes y después de ahora
- Derecha e izquierda de un punto de referencia.
- Mayor y menor de un determinado número.
- Norte y Sur partiendo de un punto O.
- Este y Oeste partiendo de un punto O.

3 Expresión de número tomando cero como referencia.

Solución

a) +5 b) -8 c) $-\frac{4}{3}$
d) $+\frac{5}{8}$ e) +0.8 f) -1.4

4 Representación en la recta numérica.

Solución

a) A = -3

b) B = $-\frac{9}{4}$ ó -2.25

c) C = -1.4 ó $-\frac{7}{5}$

d) D = $-\frac{1}{3}$

e) E = + 1.4 ó $\frac{7}{5}$

f) F = $+\frac{13}{5}$ ó 2.6

g) G = +4

Unidad 1: Números positivos y negativos

(1/2) Ejercicios de la unidad

Objetivo: Confirmar lo aprendido sobre números positivos y negativos.

Ejercicios

1 Exprese las siguientes situaciones con números positivos o negativos.

a) Si se expresa 7 °C más alta que 0 °C con +7 °C, ¿cómo se expresa 10 °C más baja que 0 °C?

b) Si se expresa 1500 m de altura sobre el nivel del mar con +1500 m, ¿cómo se expresa 800 m bajo el nivel del mar?

c) Si se expresa 5 km al Oeste desde el punto O con −5 km, ¿cómo se expresa 3 km al Este del punto O?

d) Si se expresa 670 m al Norte desde el punto O con +670 m, ¿cómo se expresa 250 m al Sur desde el punto O?

e) Si se expresa 2 semanas antes de ahora con −2 semanas, ¿cómo se expresa 1 semana después de ahora?

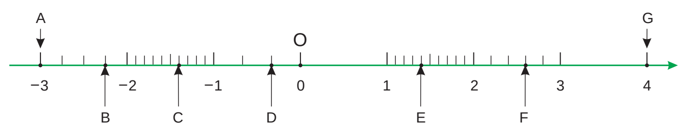
f) Si se expresa 8 días de transcurso al pasado con −8 días, ¿cómo se expresa 5 días de transcurso al futuro?

2 ¿Qué otras situaciones conoce con las cuales se pueda explicar el sentido de los números negativos y positivos?

3 Exprese los siguientes números con signo positivo o negativo.

a) 5 mayor que cero b) 8 menor que cero
c) $\frac{4}{3}$ menor que cero d) $\frac{5}{8}$ mayor que cero
e) 0.8 mayor que cero f) 1.4 menor que cero

4 Escriba los números que corresponden a los siguientes puntos.



Unidad 1: (2/2)

Números positivos y negativos

Ejercicios de la unidad

Objetivo: Confirmar lo aprendido sobre números positivos y negativos.

5 Grafique en una recta numérica los siguientes números.

a) $-\frac{2}{3}$ b) -0.4 c) -2 d) $\frac{11}{5}$ e) 2.7   f) 2

6 Exprese la relación de orden de los números de cada una de las siguientes parejas. (Escriba el signo < ó > para cada pareja de números.)

a) -8 ___ -9 b) 4 ___ 3   c) -7 ___ 6   d) -14 ___ 10

e) $-\frac{1}{2}$ ___ 0   f) 0 ___ $-\frac{2}{3}$ g) -0.4 ___ -1.3 h) -34 ___ -63

7 Calcule.

a) $(+4) + (-9)$ b) $(-3) + (-2)$ c) $(-2) + (+5)$

d) $(-8) + (+2)$ e) $(+6) - (+4)$ f) $(-2) - (+5)$

g) $(+4) - (-3)$ h) $(-7) - (-2)$

8 Calcule.

a) $3 - 8$ b) $-2 + 6$ c) $-7 + 4$

d) $-5 - 2$ e) $-5 + 9$ f) $2 - 7$

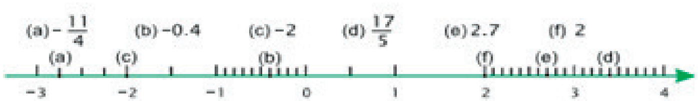
g) $-3 - 6$ h) $-8 + 6$

9 Plante con un PO sólo con adición y calcule.

a) $(-5) - (+2) - (-3)$

b) $7 - (+5) - (-4)$

Solución Ejercicio **5**



5 **Representación en la recta numérica.**

Solución (En la parte inferior de la página)

6 **Relación de orden en los números.**

Solución

a) >   b) >
c) <   d) <
e) <   f) >
g) >   h) >

7 **Adición y sustracción de números.**

Solución

a) -5   b) -5   c) +3
d) -6   e) +2   f) -7
g) +7   h) -5

8 **Adición y sustracción de números.**

Solución

a) -5   b) +4   c) -3
d) -7   e) +4   f) -5
g) -9   h) -2

9 **Adición y sustracción de números.**

Solución

a) $(-5) + (-2) + (+3) = -4$
b) $7 + (-5) + (+4) = 6$

10 Multiplicación de números

Solución

a) +6
b) -12
c) -10
d) +20

11 División de números

Solución

a) -2 b) -5
c) +9 d) -2

12 Recíproco de un número

Solución

a) $\frac{3}{4}$ b) $-\frac{2}{3}$ c) $\frac{1}{3}$ d) -7

13 División de números

Solución

a) +9
b) -8
c) -16
d) $+\frac{1}{4}$
e) +1

14 Convierta a un PO solo con multiplicación

Solución

a) -8 b) +6

15 PO solo con multiplicación

Solución

a) +10 b) -4 c) +16

16 Resolución de problemas empleando un PO solo con multiplicación

Solución

a) PO: 90 × 3 = 270

Respuesta: 270 lempiras

b) Sea la dirección positiva, del Oeste hacia el Este.
PO: 80 x 3 + (-80) x 4 = -80

Respuesta: -80 km

(80 km hacia el Oeste del punto de referencia).

Unidad 1: **Números positivos y negativos**

(2/2) Ejercicios de la unidad

Objetivo: Confirmar lo aprendido sobre números positivos y negativos.

10 Calcule.

a) $(-3) \times (-2)$ b) $3 \times (-4)$

c) $(-5) \times 2$ d) $(-4) \times (-5)$

11 Calcule.

a) $(-8) \div 4$ b) $15 \div (-3)$

c) $(-18) \div (-2)$ d) $(-12) \div 6$

12 Encuentre el recíproco de los siguientes números.

a) $\frac{4}{3}$ b) $-\frac{3}{2}$ c) 3 d) $-\frac{1}{7}$

13 Calcule las siguientes potencias.

a) 3^2 b) $(-2)^3$ c) -4^2 d) $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ e) $(-1)^2$

14 Convierta a un PO solo con multiplicación y calcule.

a) $3 \div \left(-\frac{3}{2}\right) \times 4$ b) $(-5) \times (-3) \div \frac{5}{2}$

15 Calcule.

a) $(15 \div 3) \times 2$ b) $3 \times 2 - 5 \times 2$ c) $-2 \times 4 + (5 + 3) \times 3$

16 Resuelva empleando un PO con multiplicación.

a) ¿Cuánto se ahorra un aficionado del fútbol si deja de ir al estadio 3 veces y la entrada tiene un costo de 90 lempiras?

b) Un carro sale de un lugar y se dirige hacia el Este durante 3 horas. Después regresa hacia el Oeste en línea recta durante 4 horas. El carro mantuvo la velocidad constante durante todo el recorrido a 80 km por hora.
¿Cuál es la posición del carro en relación al lugar de partida?

Unidad 2
Variables y expresiones

Unidad 2

Variables y expresiones

(22 horas)

1 Expectativas de logro

- Desarrollan el concepto de variables y expresiones algebraicas.
- Usan variables y expresiones algebraicas para formalizar matemáticamente frases de la vida real.

2 Relación y desarrollo

Séptimo grado

Variables y expresiones

- Expresión algebraica (EA)
- Reglas convencionales
- Expresión de cantidades con variables
- Valor numérico de EAs
- Términos y coeficientes de EAs
- Adición y sustracción de EAs
- Multiplicación y división de EAs

Ecuaciones de primer grado en una variable

- Ecuaciones de primer grado (Definición)
- Propiedades de la igualdad y sus aplicaciones
- Resolución de ecuaciones de primer grado
- Aplicación

Octavo grado

Polinomios

- Monomios y polinomios
- Adición y sustracción de polinomios
- Multiplicación y división de polinomios por un número
- Multiplicación y división de monomios

Sistema de dos ecuaciones de primer grado en dos variables

- Despeje de una variable
- Sistema de dos ecuaciones de primer grado (Definición)
- Resolución de sistemas mediante:
  - Tablas
  - Método de eliminación
  - Método de sustitución
- Varios tipos de sistemas
- Aplicación

Funciones de primer grado

- Funciones de primer grado
- Razón de cambio
- Sistema de coordenadas
- Gráfica de funciones de primer grado
- Expresión de una función de primer grado $y = ax + b$ mediante su gráfica
- Expresión de una función de primer grado $y = ax + b$ a partir de dos puntos
- Criterio de paralelismo y perpendicularidad
- Solución gráfica de una ecuación de primer grado en dos variables
- Gráfica de una ecuación de primer grado en dos variables
- Solución gráfica de sistemas de dos ecuaciones de primer grado en dos variables
- Aplicación

Noveno grado

Polinomios

- Multiplicación y división de un polinomio por un monomio
- Multiplicación de polinomios
- Valor numérico de un polinomio
- Productos notables
- Aplicación de productos notables
- Factorización de polinomios
- Aplicación de la factorización

Ecuaciones de segundo grado

- Ecuación de segundo grado (Definición)
- Resolución de ecuaciones mediante:
  - Sustitución de valores
  - Factorización
  - Raíz cuadrada
  - Completación de cuadrados
  - Fórmula cuadrática
- Aplicación

3 Plan de estudio (22 horas)

Lección	Distribución de horas	Contenidos
1. Variables y expresiones (11 horas)	1~3/11	• Expresión algebraica
	4~5/11	• Reglas convencionales
	6~8/11	• Expresión de cantidades con variables
	9~11/11	• Valor numérico de expresiones algebraicas
2. Operaciones con expresiones algebraicas. (9 horas)	1/9	• Términos y coeficientes en las expresiones algebraicas
	2~4/9	• Adición y sustracción de expresiones algebraicas
	5~9/9	• Producto y división de expresiones algebraicas
Ejercicios (2 horas)	1~2/2	

4 Puntos de lección

Análisis de las pruebas diagnósticas 2016 - 2017

[Pregunta] Simplifique los términos semejantes: $3x + 1 + x + 2$

Institutos: 18% CEB: 0% (2016)

Por la preocupación en la comprensión del cálculo de números negativos, esta pregunta solamente tiene términos positivos, sin embargo, los resultados son muy bajos. Para los estudiantes no es fácil de entender el concepto de variable por eso la introducción se tiene que hacer con mucho cuidado. Después de la validación del material que se ha elaborado, los resultados son los siguientes:

[Pregunta]

Simplifique los términos semejantes: $3x + 1 + x + 2$

Institutos: 18% → 31% (2016) (2017) CEB: 0% → 3% (2016) (2017)

Al igual que la unidad 1 de 7mo grado, en esta unidad también es mejor tratar con números sencillos para que puedan comprender el conocimiento básico del tema "variables".

Lección 1: Variables y expresiones.

En 6to grado los estudiantes para expresar la propiedad conmutativa de la multiplicación se utilizó la siguiente forma □ + ○ = ○ + □ , en esta lección se sustituyen estas figuras por letras a las cuales se les llama variables.

A la combinación de números y variables (letras) unidos por los signos de las operaciones básicas se les llama expresión algebraica.

Existen reglas convencionales acerca de las expresiones algebraicas:

* No se escribe el signo de la multiplicación por (×)

  Ejemplo $a \times b = ab$
* Se escribe el número primero antes de la variable. Ejemplo: $a \times 5 = 5a$
* Nota: en las expresiones $1 \times a$ es $1a$, sin embargo, se escribe solo a, y $-1 \times a$ es $-1a$ sin embargo se escribe solo $-a$.
* Los productos con la misma variable se escriben en forma de potencia.
  Ejemplo $a \times a = a^2$
* Se omite el signo (×) cuando un número esta fuera del paréntesis.
  Ejemplo: $2 \times (a + b) = 2\,(a + b)$

  En las expresiones con dos o mas variables, las variables se escriben por lo general en orden alfabético. Ejemplo: $c \times b \times a = abc$

En la división de una expresión algebraica por lo general no se utiliza el signo “÷” sino que se escribe como una fracción.

Ejemplo 1.10 del LE

$a \div 5 = \frac{a}{5}$

$(a + b) \div 5 = \frac{a + b}{5}$

Nota: hay otras maneras de escribir la división de una expresión algebraica:

Ejemplo:

$a \div 5 = a \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5}a$

$(a + b) \div 5 = \frac{a + b}{5} = \frac{1}{5}(a + b)$

Por lo general se coloca el signo negativo (-) antes de la fracción.

Ejemplo:

$\frac{-4a}{3}$ y $\frac{4a}{-3}$ como $-\frac{4a}{3}$ o $-\frac{4}{3}a$

Sección 3: Para iniciar esta sección primero se piensa en la forma de expresar las cantidades con variables.

Ejemplo 1.18 del LE

a: lempiras (bolígrafos negros)

b: lempiras (bolígrafos azules)

Total de pago: 5 bolígrafos negros y 7 bolígrafos azules.

$5a + 7b$ (lempiras)

Sección 4: Al sustituir las variables por números en una expresión algebraica se obtiene el valor numérico de la expresión.

Ejemplo 1.24 del LE.

Si $x = 4$, $y = 5$ sustituyendo en estos valores en

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 2 \times x + 3 \times y \\ &= 2 \times 4 + 3 \times 5 \\ &= 8 + 15 \\ &= 23 \end{aligned}$$

Lección 2: Operaciones con expresiones algebraicas

Sección 1: Términos y coeficientes en las expresiones algebraicas.

Una expresión algebraica como $x - 6y + 2$, convertido como una adición cambiando el signo del sustraendo, es $x + (-6y) + 2$.

En esta expresión x, $-6y$ y 2 son términos de la expresión algebraica. La suma de todos los términos conforma la expresión. La parte numérica 1 de x y -6 de y se llama coeficiente.

Sección 2: Adición y sustracción de expresiones algebraicas.

Dos o más términos son semejantes si tiene la misma variable con el mismo exponente.

Simplificar una expresión algebraica consiste en agrupar los términos semejantes y calcular separadamente.

Ejemplo 2.2 del LE

$$\begin{aligned} 3x + 5x &= (3 + 5)x \\ &= 8x \end{aligned}$$

Para sumar expresiones algebraicas se eliminan los paréntesis que los separan y luego se suman los términos semejantes.

Ejemplo 2.7 del LE

$(3a + 4) + (5a - 6)$

ahora puede eliminar los paréntesis porque se suman en cualquier orden. También este ejemplo se puede calcular en forma vertical.

Una de las mayores dificultades que presentan los estudiantes es cuando eliminan un paréntesis precedido del signo negativo (-).

Ejemplo 2.6

$$\begin{aligned} 3a - (5a - 2) &= 3a - 5a + 2 \\ &= -2a + 2 \end{aligned}$$

Por lo general solo realizan $(-1) \times 5a$ olvidándose que también deben calcular $-1 \times (-2)$.

Estos conceptos los estudiantes ya los aprendieron en la unidad 1.

Ejemplo:

$-(5a - 2) = (-1) \times [5a + (-2)]$

En este momento los estudiantes tienen que saber el cálculo de $-(5a - 2)$ por tal razón en algunos libros se estudia la multiplicación de un número por una expresión algebraica.

Sección 3: Para la parte referida al cálculo de la multiplicación de una expresión algebraica por un número, se necesita resolver ecuaciones de primer grado, como también en el cálculo general de los polinomios que se explicará en 8vo grado.

Para multiplicar una expresión algebraica por un número, se multiplica el coeficiente del término por el número y se copia la variable.

Hay dos maneras de realizar la división de una expresión algebraica entre un número:

a) Expresar el cociente en la forma de fracción.
Ejemplo 2.12 del LE

$$6a \div 3 = \frac{6a}{3} = \frac{6 \times a}{3} = 2a$$

b) Convertir la división en una multiplicación utilizando el recíproco.
Ejemplo 2.13 del LE

$$4x \div \left(-\frac{2}{3}\right) = 4x \times \left(-\frac{3}{2}\right)$$
$$= 4 \times \left(-\frac{3}{2}\right) \times x$$
$$= -6x$$

Para la multiplicación de un número por una expresión algebraica con dos términos se utiliza la propiedad distributiva y se eliminan los paréntesis. Ejemplo 2.15 y Ejemplo 2.16

$$(2x - 4) \times (-3) = [2x + (-4)] \times (-3)$$
$$= 2x \times (-3) + (-4) \times (-3)$$
$$= -6x + 12$$

$$\frac{3}{2}(6x - 2) = \frac{3}{2} \times 6x - \frac{3}{2} \times 2$$
$$= 9x - 3$$

Ejemplo 2.17 del LE

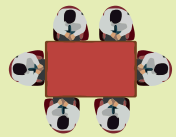
$$(6a + 12) \div (-3) = \frac{6a + 12}{-3}$$
$$= -\frac{6a + 12}{3}$$
$$= -\left(\frac{6a}{3} + \frac{12}{3}\right)$$
$$= -(2a + 4)$$
$$= -2a - 4$$

$$(12x - 18) \div \frac{3}{2} = (12x - 18) \times \frac{2}{3}$$
$$= 12x \times \frac{2}{3} - 18 \times \frac{2}{3}$$
$$= 8x - 12$$

Tema: Expresión algebraica 1

Ejemplo 1.1 2 Pág. 40 3

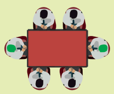
Se van a formar varias mesas unidas una después de otra. Se tiene una mesa como la siguiente en la que se pueden sentar 6 personas.



Si se unen varias mesas una después de otra, ¿Cuántas personas pueden sentarse en 1, 2 y 3 mesas?

Solución 4

En una mesa

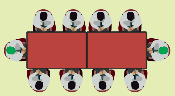


6 personas

1 mesa se sientan

$4 \times \boxed{1} + \boxed{2} = 6$ personas

Si se unen dos mesas

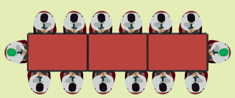


10 personas

en 2 mesas se sientan

$4 \times \boxed{2} + \boxed{2} = 10$ personas

Si se unen tres mesas



14 personas

en 3 mesas se sientan

$4 \times \boxed{3} + \boxed{2} = 14$ personas

6 Cantidad de personas que se pueden sentar se representa:

$$4 \times \boxed{\text{número de mesas}} + 2$$

Ejercicio 1.1 2 Pág. 40 3

Complete la tabla y responda ¿Cuántas personas se pueden sentar en 4, 5 y 6 mesas?

Solución 4

Nº de mesas	1	2	3	4	5	6
Cantidad de personas	$4 \times \boxed{1} + 2$ = 6 personas	$4 \times \boxed{2} + 2$ = 10 personas	$4 \times \boxed{3} + 2$ = 14 personas	$4 \times \boxed{4} + 2$ = 18 personas	$4 \times 5 + 2$ = 22 personas	$4 \times 6 + 2$ = 26 personas

6 Usando una letra “a” en lugar de número de mesas, se expresa la cantidad de persona que se pueden sentar:

$4 \times a + 2$

número de mesas

1 Al inicio de la clase escribir solo la palabra “**Tema**” y hasta el final de la clase (o en el desarrollo de la misma) escribir el contenido del tema.

2 Escribir el número del Ejemplo o Ejercicio .

3 Escribir el número de **Pág.** del LE para entender dónde se quedaron con respecto al tiempo.

4 Escribir la **Solución** y **Respuesta**.

5 En el problema planteado marcar los datos importantes para poder llegar a la respuesta.

6 Escribir la conclusión en un rectángulo de color rojo.

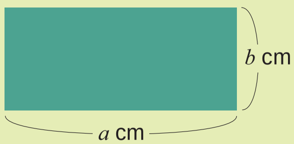
✓ Marcar en el Ejercicio cuando la solución o la respuesta sean correctas.

Nota: Los puntos aquí explicados no siempre aplican todos en un plan de pizarra.

Tema: Expresiones de cantidades con variables.

Ejemplo 1.12 **Pág.** 45

Exprese el área y el perímetro de un rectángulo cuyo largo mide a cm y ancho mide b cm.



Solución

Área: $a \times b = ab$

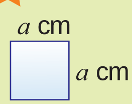
Respuesta: ab (cm^2)

Perímetro: $2 \times a + 2 \times b = 2a + 2b$

Respuesta: $2a + 2b$ (cm)

Ejemplo 1.13 **Pág.** 45

¿Cuál es el área y el perímetro de un cuadrado cuyo lado mide a cm?



Solución

$a \times a = a^2$

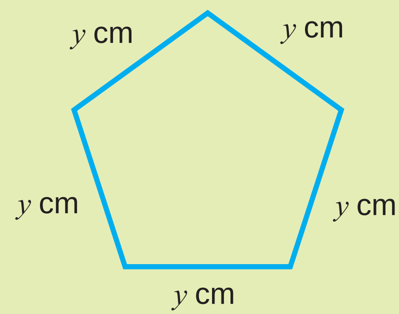
Respuesta: a^2 (cm^2)

Tiene 4 lados iguales entonces: $a \times 4 = 4a$
Perímetro: $4a$ cm

Ejercicio 1.12 **Pág.** 45

¿Cuál es el perímetro de un pentágono regular (lados iguales) cuyos lados miden y cm?

Solución

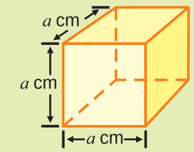


El pentágono tiene 5 lados iguales entonces:
Perímetro: $y \times 5 = 5y$

Respuesta: $5y$ (cm)

Ejemplo 1.14 **Pág.** 45

¿Cuál es el volumen de un cubo de a cm de lado?



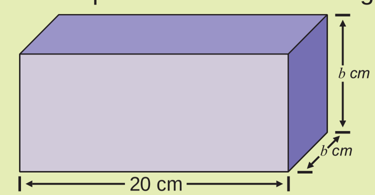
Solución

$a \times a \times a = a^3$

Respuesta: a^3 (cm^3)

Ejercicio 1.12 **Pág.** 45

Encuentre el volumen de una caja que tiene las medidas que se muestran en la figura.



Solución

$20 \times b \times b = 20b^2$

Respuesta: $20b^2$ (cm^3)

1. Al inicio de la clase escribir solo la palabra "**Tema**" y hasta el final de la clase (o en el desarrollo de la misma) escribir el contenido del tema.
2. Escribir el número del *Ejemplo* o *Ejercicio*.
3. Escribir el número de **Pág.** del LE para entender dónde se quedaron con respecto al tiempo.
4. Escribir la **Solución** y **Respuesta**.
5. En el problema planteado marcar los datos importantes para poder llegar a la respuesta.
6. Escribir la conclusión en un rectángulo de color rojo.

✓ Marcar en el *Ejercicio* cuando la solución o la respuesta sean correctas.

Nota: Los puntos aquí explicados no siempre aplican todos en un plan de pizarra.

Indicador de logro

¿Cuántas personas se pueden sentar en 4, 5 y 6 mesas?

Unidad 2: Variables y expresiones

Lección 1: Variables y expresiones **(1/11)**

Sección 1: Expresión algebraica

Objetivo: Definir el concepto de variable y expresión algebraica.

1. **Introducción a las expresiones algebraicas.**

Ejemplo 1.1

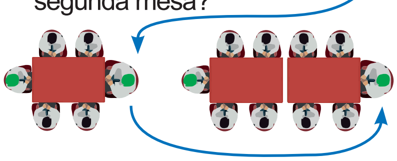
(25 min)

¿Cuántas personas se pueden sentar en una mesa?

* Ahora al unir otra mesa. ¿Qué pasa con la persona que está sentada en el extremo de la mesa? ¿Dónde se ubica en la segunda mesa? ¿Cuántas personas están sentadas en dos mesas?

* Puede decir al estudiante imagínese una pareja que tiene 4 invitados, con la pareja utiliza color verde, los invitados color negro y las mesas de color rojo. Los colores son para que el estudiante identifique la cantidad de mesas y la cantidad de personas.

¿Dónde se debe sentar él  cuando se ubica la segunda mesa?



Recuerde que esta parte es muy importante para el estudiante.

Preguntar, ¿cuántas personas se pueden sentar en 1 mesa, 2 mesas y en 3 mesas? Utilice los colores.

2. **Generalizar y sustituir por número de mesas.**

(5 min)

* En la expresión

4 × $\boxed{\text{Número de mesa}}$ + 2

¿Cuál es el valor que cambia para saber el número de personas que pueden sentarse?

3. **Resolver Ejercicio 1.1**

(10 min)

Solución

4	5	6
4 × $\boxed{4}$ + 2 = $\boxed{18}$ personas	$\boxed{4 \times 5 + 2}$ = $\boxed{22}$ personas	$\boxed{4 \times 6 + 2}$ = $\boxed{26}$ personas

Unidad 2 Variables y expresiones

Lección 1: Variables y expresiones

Sección 1: Expresión algebraica

Ejemplo 1.1

Se van a formar varias mesas unidas una después de otra.

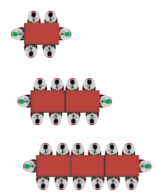
Se tiene una mesa como la siguiente  en la que se pueden sentar 6 personas.
Si se unen varias mesas una después de otra, ¿Cuántas personas pueden sentarse en 1, 2 y 3 mesas?

Solución:

En una mesa — 6 personas

Si se unen dos mesas — 10 personas

Si se unen tres mesas — 14 personas



Observando la cantidad de personas que se pueden sentar, se puede expresar como lo siguiente:

En $\boxed{1}$ mesa se sientan 4 × $\boxed{1}$ + 2 = 6 personas.
En $\boxed{2}$ mesas se pueden sentar 4 × $\boxed{2}$ + 2 = 10 personas.
En $\boxed{3}$ mesas se pueden sentar 4 × $\boxed{3}$ + 2 = 14 personas.

Cantidad de personas que se pueden sentar se representa:
4 × $\boxed{\text{número de mesas}}$ + 2

Ejercicio 1.1 Complete la tabla y responda ¿Cuántas personas se pueden sentar en 4, 5 y 6 mesas?

Nº de mesas	1	2	3	4	5	6
Cantidad de personas	4 × $\boxed{1}$ + 2 = 6 personas	4 × $\boxed{2}$ + 2 = 10 personas	4 × $\boxed{3}$ + 2 = 14 personas	4 × ☐ + 2 = ☐ personas	☐ = ☐ personas	☐ = ☐ personas

Usando una letra "a" en lugar de $\boxed{\text{número de mesas}}$, se expresa la cantidad de personas que se pueden sentar:

$4 \times a + 2$

4. **Indicar que puede expresarse el número de mesas con una letra.**

(5 min)

Unidad 2: Variables y expresiones

Lección 1: (2/11) Variables y expresiones

Sección 1: Expresión algebraica

Objetivo: Expresar con variables problemas verbales sobre situaciones de la vida real.

Ejemplo 1.2

¿Cuál es el precio de n cuadernos donde cada uno cuesta 20 lempiras?

Solución:

Cantidad de cuadernos	1	2	3	...	n
Precio total (lempiras)	20×1	20×2	20×3		$20 \times n$

Respuesta: El precio total en su forma general es $20 \times n$ (lempiras) donde n es la cantidad de cuadernos.

Se llama variable a aquello que puede asumir uno o diferentes valores y la representamos por una letra.

No confunda x con $\times$
x ... variable
$\times$... signo "por" para multiplicación

Ejercicio 1.2 ¿Cuál es el precio de y camisetas si cada una cuesta 90 lempiras?

Ejemplo 1.3

¿Cuál es el precio total de a cuadernos que cuestan 20 lempiras cada uno y b bolígrafos que cuestan 15 lempiras cada uno?

Solución:
a: cantidad de cuadernos
b: cantidad de bolígrafos
Si se sabe que cada cuaderno cuesta 20 lempiras, el precio es $20 \times a$ y si se sabe que cada bolígrafo cuesta 15 lempiras, el precio es $15 \times b$, entonces el precio total es la suma del precio de cuadernos y el precio de bolígrafos.

Respuesta: $20 \times a + 15 \times b$ (lempiras)

Se llama expresión algebraica a la combinación de números y variables (letras) unidos por los signos de las operaciones.

Ejercicio 1.3 a)¿Cuál es el precio total de c cuadernos si cuestan 80 lempiras cada uno y d bolígrafos que cuestan 20 lempiras cada uno?

b)¿Cuál es el precio total de y camisas si cuestan 150 lempiras cada una y z camisetas que cuestan 60 lempiras cada una?

41

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

Ejercicios adicionales

¿Cuál es el precio total de y cuadernos si cuestan 20 lempiras cada uno, y el monto final tiene una rebaja de 10 lempiras?

Solución

$20y - 10$ (lempiras)

Indicador de logro

¿Cuál es el precio de y camisas si cuestan 150 lempiras cada una y z camisetas que cuestan 60 lempiras cada una?

1. Pensar en la forma de encontrar el precio total de n cuadernos. Ejemplo 1.2

(10 min)

* Dibuje la tabla en el pizarrón, luego pregunte: ¿cuánto vale un cuaderno?
* Si compro 2 y luego 3 cuadernos, ¿cuánto tengo que pagar?
  ¿Qué operación utilizó?
  ¿Cómo queda expresada?
* En la expresión 20 × cantidad de cuaderno, al sustituir la cantidad de cuadernos por la letra n, ¿cómo queda expresada la operación $20 \times n$?

2. Definir variable.

(3 min)

3. Resolver Ejercicio 1.2

(5 min)

Solución

$90 \times y$ (lempiras)

4. Encontrar el precio total al comprar 2 artículos en diferentes cantidades.

Ejemplo 1.3

(12 min)

* Que el estudiante identifique las variables.
  ¿Cómo se expresa el precio de a cuadernos?, ¿cómo se expresa el precio de b bolígrafos?, ¿cómo se expresa el precio total?

5. Definir expresión algebraica.

(3 min)

6. Resolver Ejercicio 1.3

(12 min)

Solución

a) $80 \times c + 20 \times d$ (lempiras)
b) $150 \times y + 60 \times z$ (lempiras)

Indicador de logro

¿Cuál es la variable en la expresión $5 \times d - 3$?

1. Escribir brevemente una expresión algebraica con la adición. *Ejemplo* **1.4**

(10 min)

* Que el estudiante identifique la variable y qué representa.

¿Qué significado tiene "dentro de" y con cuál operación se relaciona?

* Puede preguntar al estudiante qué otras palabras dan sentido a la suma.

2. Escribir una expresión algebraica con la resta.

Ejemplo **1.5**

(5 min)

* Preguntar qué significa la palabra "hace" y con qué signo de las operaciones la podemos asociar. Vemos que tiene su significado en la sustracción (-).

3. Resolver *Ejercicio* **1.4**

(15 min)

* Deberá recalcar que la palabra después indica una adición y la palabra antes una sustracción.

* Como también una variable la escribimos con letra minúscula.

Solución

a) $b + 6$ (años)

b) $c - 10$ (años)

4. Identificar la variable.

Ejemplo **1.6**

(5 min)

* Enfatizar sobre qué es una variable y una expresión algebraica, que para que sea expresión algebraica debe tener por lo menos una variable.

* Recalcar que cuando vamos a escribir variables deberán ser con letra minúscula.

5. Resolver *Ejercicio* **1.5**

(10 min)

Solución

Expresión algebraica	Variable
$2 + c + 7$	c
$5 \times d - 3$	d
$3 - z + 5$	z
$4 \times e - \frac{3}{4}$	e
$3 + 6 \times a$	a

Unidad 2: Variables y expresiones

Lección 1: (3/11) Variables y expresiones

Sección 1: Expresión algebraica

Objetivo: Identificar una expresión algebraica y una variable.

Ejemplo **1.4**

Si expresamos la edad de Carlos con la letra b, ¿cuál será la edad de Carlos dentro de 5 años?

Solución:

b: edad de Carlos

Como la palabra dentro significa después, lo que indica una suma (+), entonces la edad de Carlos dentro de 5 años se expresa como $b + 5$.

Respuesta: $b + 5$ (años)

Ejemplo **1.5**

Si la edad de José la representamos con la letra a, ¿cuál era la edad de José hace 5 años?

Solución:

a: edad de José

Como la palabra hace significa pasado, lo que indica una resta (−), entonces la edad de José hace 5 años se expresa como $a - 5$.

Respuesta: $a - 5$ (años)

Ejercicio **1.4** a) Si expresamos la edad de Donaldo con la letra b, ¿cuál será la edad de Donaldo dentro de 6 años?
b) Si la edad de Gustavo la representamos con la letra c, ¿cuál era su edad hace 10 años?

Las letras mayúsculas y minúsculas son variables diferentes.
Ejemplo: $2 \times n + 3$ no es lo mismo que $2 \times N + 3$

Ejemplo **1.6**

Identifique la variable en cada expresión algebraica.

a) $3 \times m + 1$ b) $5 + 2 \times n$

Respuesta: a) La variable es m b) La variable es n

Ejercicio **1.5** Complete la tabla.
Identifique la variable en cada expresión algebraica.

Expresión algebraica	Variable
$2 + c + 7$	
$5 \times d - 3$	
$3 - z + 5$	
$4 \times e - \frac{3}{4}$	
$3 + 6 \times a$	

Variable

$\underbrace{2 \times \boxed{c} - 1}$

Expresión algebraica

Ejercicios adicionales

Identifique las variables en cada expresión algebraica.

a) $3 \times a + 1$ b) $5 \times b + 2 \times c + 5$ c) $-5 \times d - 2$

Solución

a) Variable a b) Variables b y c c) Variable d

Unidad 2: Variables y expresiones

Lección 1: (4/11) Variables y expresiones

Sección 2: Reglas convencionales acerca de las expresiones algebraicas

Objetivo: Aplicar las reglas convencionales para la escritura de multiplicación de expresiones algebraicas.

Sección 2: *Reglas convencionales acerca de las expresiones algebraicas*

Ejemplo 1.7

¿Cómo escribiríamos brevemente $a \times b$?

Respuesta: $a \times b$ la escribiríamos como ab.

Observe que no lleva ahora el signo $\times$.

Para expresar la multiplicación en una expresión algebraica se aplican las siguientes reglas:

1. Se escribe primero el número antes de la variable.
2. En productos con la misma variable se escribe en forma de potencia.
3. Se omite el signo por ($\times$) cuando un número está fuera del paréntesis.
4. En expresiones con dos o más variables, las variables se escriben por lo general en orden alfabético.

Ejemplo 1.8

Escriba las siguientes expresiones omitiendo el signo $\times$.

a) $a \times 5$ b) $a \times a$ c) $2 \times (a + b)$ d) $c \times b \times a$

Solución:

a) $a \times 5 = 5a$

b) $a \times a = a^2$

c) $2 \times (a + b) = 2(a + b)$

d) $c \times b \times a = abc$

Por la propiedad conmutativa el producto no cambia si se altera el orden de los factores. $a \times 5 = 5 \times a = 5a$

$(a + b) \times 2 = 2 \times (a + b) = 2(a + b)$

$b \times a$ es ba, en orden alfabético se escribe ab.

Ejercicio 1.6 Escriba las siguientes expresiones omitiendo el signo $\times$.

a) $d \times c$ b) $d \times 4$ c) $a \times a \times a$ d) $3 \times (b + c)$

Ejemplo 1.9

Aplicando la regla de la multiplicación calcule:

a) $1 \times a$ b) $-1 \times a$

Solución:

a) $1 \times a$ es $1a$ sin embargo se escribe solo a

b) $-1 \times a$ es $-1a$ sin embargo se escribe solo $-a$

Ejercicio 1.7 Aplique la regla de la multiplicación.

a) $1 \times b$ b) $c \times 1$ c) $-1 \times d$ d) $e \times (-1)$

Ejercicio 1.8 Escriba con el signo $\times$ las expresiones.

a) $5m$ b) b^2 c) $2y^2$ d) $-c$

43

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

6. Resolver Ejercicio 1.7

(5 min)

Solución

a) b b) c c) $-d$ d) $-e$

7. Resolver Ejercicio 1.8

(5 min)

Solución

a) $5 \times m$ b) $b \times b$ c) $2 \times y \times y$ d) $-1 \times c$

También son respuestas correctas

a) $m \times 5$ c) $y \times y \times 2$ d) $c \times (-1)$

"el orden no importa" según la propiedad conmutativa.

Indicador de logro

¿Cómo se escribiría la expresión $d \times 4$ en forma abreviada?

1. Conocer las reglas convencionales acerca de expresiones algebraicas. Ejemplo 1.7

(5 min)

* Preguntar al estudiante qué significa la palabra brevemente.

¿Cómo queda la expresión $a \times b$ sin el signo $\times$?

* En la expresión ab,aunque no aparece el signo $\times$ la expresión indica una multiplicación.

2. Definir las reglas convencionales para la multiplicación de expresiones algebraicas.

(10 min)

* Escriba las reglas convencionales en el pizarrón.

3. Omitir el signo ×. Ejemplo 1.8

(10 min)

* Que el estudiante identifique las regla que se aplica en los incisos escritos en la pizarra.
* Hacer mención de la propiedad conmutativa, distributiva y potencia.
* Indicar que hay reglas convencionales que nos permiten escribir de manera ordenada una expresión algebraica.

4. Resolver Ejercicio 1.6

(5 min)

Solución

a) cd b) $4d$ c) a^3 d) $3(b + c)$

5. Aplicar las reglas de la multiplicación. Ejemplo 1.9

(5 min)

¿Qué sucede si se multiplica 1 por un número?

* Aclarar que $1 \times a$ es $1a$ que significa solo a y - $1 \times a = -1a$ que significa $-a$

Indicador de logro

Escriba como fracción $b \div 3$

1. Expresar una división como fracción. *Ejemplo* **1.10**

(15 min)

¿Cómo se escribe $a \div 5$ en forma fraccionaria?

* Recordar que la división se expresa como una multiplicación del dividendo por el inverso del divisor.
* Enfatizar que $a \div 5 = a \times \frac{1}{5}$ luego aplicando la regla convencional de la multiplicación lo correcto es $\frac{1}{5}a$.
* Existen dos formas de escribir $a \div 5$, una $\frac{a}{5}$ y otra $\frac{1}{5}a$.
* La expresión $(a + b) \div 5$ ¿cómo se expresa en forma fraccionaria?
* Que el estudiante pueda expresarlo como un producto $(a + b) \div 5$. Aplicando la regla convencional del producto es $(a + b) \times \frac{1}{5}$.
* Puede trabajar de dos maneras $\frac{a+b}{5}$ o $\frac{1}{5}(a + b)$.

2. Resolver *Ejercicio* **1.9**

(10 min)

* Haga notar el papel que juegan los paréntesis en el inciso d).

Solución

a) $\frac{b}{3}$ ó $\frac{1}{3}b$ b) $\frac{3}{b}$ c) $\frac{x}{y}$

d) $\frac{x+y}{4}$ ó $\frac{1}{4}(x + y)$

3. Resolver *Ejercicio* **1.10**

(10 min)

Solución

a) $y \div 5$ b) $2 \div x$ c) $(x + y) \div 2$

d) $(a - b) \div 5$

* En los incisos c) y d) tener cuidado en el uso de los paréntesis $x + y \div 2 \neq (x + y) \div 2$

4. Omitir el signo × y ÷ .

Ejemplo **1.11**

(5 min)

* Recordar la regla convencional de la multiplicación y expresar una división como fracción.

Unidad 2: Variables y expresiones

Lección 1: (5/11) Variables y expresiones

Sección 2: Reglas convencionales acerca de las expresiones algebraicas

Objetivo: Expresar la división de expresiones algebraicas como una fracción.

La división en una expresión algebraica se escribe como fracción.

Ejemplo **1.10**

¿Cómo podemos expresar $a \div 5$ y $(a + b) \div 5$ en forma de fracción?

Solución:

Ahora $a \div 5$ escrito como fracción es $\frac{a}{5}$ y $(a + b) \div 5 = \frac{a+b}{5}$.

Al dividir $a \div 5$ es igual, $a \times \frac{1}{5}$ entonces $\frac{a}{5} = \frac{1}{5}a$ y $\frac{a+b}{5} = \frac{1}{5}(a + b)$.

Ejercicio **1.9** Escriba como fracción las siguientes expresiones algebraicas.

a) $b \div 3$ b) $3 \div b$

c) $x \div y$ d) $(x + y) \div 4$

Ejercicio **1.10** Escriba las siguientes expresiones con el signo ÷.

a) $\frac{y}{5}$ b) $\frac{2}{x}$

c) $\frac{x+y}{2}$ d) $\frac{a-b}{5}$

Ejemplo **1.11**

En la expresión $3 \times a + b \div 2$ omita el signo × y ÷.

Solución:

$3a + \frac{b}{2}$

Ejercicio **1.11** En las siguientes expresiones omita el signo × y ÷.

a) $10 \times m + n \div 5$ b) $x \div 2 - y \times 2$

44

Unidad 2 - Variables y expresiones

5. Resolver *Ejercicio* **1.11** *(5 min)*

Solución

a) $10\ m + \frac{n}{5}$ b) $\frac{x}{2} - 2y$

Ejercicios adicionales

Escriba sin el signo × y ÷ las expresiones algebraicas

a) $2 + a \times 3$ b) $-1 \times b + 2$ c) $5 - a \div 1$ d) $5 - n \div 2$

Solución

a) $2 + 3a$ b) $-b + 2$ c) $5 - a$ d) $5 - \frac{n}{2}$

Unidad 2: Variables y expresiones

Lección 1: Variables y expresiones
(6/11)

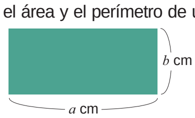
Sección 3: Expresión de cantidades con variables

Objetivo: Expresar cantidades con variables.

Indicador de logro
¿Cuál es el perímetro de un pentágono regular (lados iguales) cuyos lados miden y cm?

Sección 3: ***Expresión de cantidades con variables***

Ejemplo 1.12
Exprese el área y el perímetro de un rectángulo cuyo largo mide a cm y ancho mide b cm.

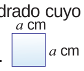


Rectángulo
Área: (largo) × (ancho)
Perímetro: 2 (largo) + 2 (ancho)

Solución:
Área: $a \times b = ab$
Respuesta: ab (cm^2)
Perímetro: $2 \times a + 2 \times b = 2a + 2b$
Respuesta: $2a + 2b$ (cm)

Pensemos en la forma de expresar cantidades con variables.

Ejemplo 1.13
¿Cuál es el área y el perímetro de un cuadrado cuyo lado mide a cm?
Solución:
Dibuje un cuadrado cuyo lado mide a cm.

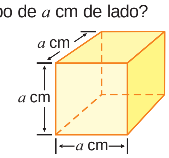


Dado que el cuadrado tiene a cm por lado, el área se expresa: $a \times a = a^2$
Respuesta: a^2 (cm^2)
Como el cuadrado tiene 4 lados iguales entonces el perímetro: $a \times 4 = 4a$
Respuesta: $4a$ (cm)

Ejercicio 1.12 ¿Cuál es el perímetro de un pentágono regular (lados iguales) cuyos lados miden y cm?

Ejemplo 1.14
¿Cuál es el volumen de un cubo de a cm de lado?

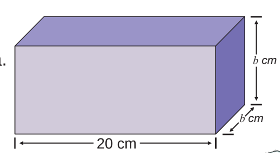
Solución:
$a \times a \times a = a^3$



Fórmula del volumen de un prisma rectangular:
largo × ancho × altura

Respuesta: a^3 (cm^3)

Ejercicio 1.13 Encuentre el volumen de una caja que tiene las medidas que se muestran en la figura de la derecha.



45
Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

1. **Exprese área y perímetro de un rectángulo con variables.**
Ejemplo 1.12
(10 min)
* Luego si se sabe que el largo del rectángulo es a cm y su ancho es b cm ¿Cómo expresa su área?
* Recordar que cm × cm = cm^2
* Recordar la regla convencional de la multiplicación.

2. **Exprese área y perímetro de un cuadrado con variables.**
Ejemplo 1.13
(5 min)
* Hay que enfatizar que $4a \neq a^4$ y $a^4 = a \times a \times a \times a$.

3. **Resolver** **Ejercicio 1.12**
(15 min)
* Recordar que un pentágono regular tiene la medida de sus lados iguales.
* No hacer esto $y + y + y + y + y = 5y$, ya que no ha visto reducción de términos semejantes.
Respuesta: $5y$ (cm)

4. **Encontrar el volumen de un cubo con variables.** **Ejemplo 1.14**
(5 min)
* Dibuje el cubo en la pizarra luego hacer la diferencia entre área (medida de la superficie) y volumen (medida del espacio que ocupa un objeto) son dos situaciones distintas.
* Recordar que el volumen es en cm^3 ya que en este caso su medida está en cm.

5. **Resolver** **Ejercicio 1.13**
(10 min)
* Dé un tiempo de 6 minutos para que los estudiantes piensen, dibujen la figura y realicen sus cálculos.

* Pase al pizarrón un estudiante que lo ha terminado y luego pregunte a otro qué es lo que su compañero hizo.
Solución $20 \times b \times b$
Respuesta: $20b^2$ (cm^3)

Ejercicios adicionales
Encuentre el volumen de una pila que tiene a m de largo, b m de ancho y 3 m de altura.
Solución $3ab$ (m^3)

Unidad 2: **Variables y expresiones**

Lección 1: (7/11) Variables y expresiones

Sección 3: Expresión de cantidades con variables

Objetivo: Expresar con variables problemas verbales con más de dos operaciones.

Indicador de logro

Si tenemos n huevos y cada uno cuesta 3 lempiras ¿Cómo se representaría el costo total?

1. Expresar cantidades con variables. *Ejemplo* **1.15**

(8 min)

* Que identifique su variable y pregunte, ¿qué valores puede tomar esa variable?
* Luego formule la expresión algebraica.
* Puede concluir que el número de artículos por el precio de cada uno es igual al costo total.

2. Resolver *Ejercicio* **1.14**

(7 min)

¿Quién es n? n representa la cantidad de huevos.

* Ahora si n = 1, 2, 3, ¿cuánto se debe pagar?

Solución $3 \times n = 3n$
Respuesta: $3n$ (lempiras)

3. Expresar cantidades con variables. *Ejemplo* **1.16**

(8 min)

* De un tiempo de 4 minutos para que el estudiante piense, si no hay respuesta puede preguntar ¿Qué operación tiene la acción de repartir en partes iguales?

¿Qué representa el cociente?

4. Resolver *Ejercicio* **1.15**

(7 min)

Solución

$n \div 20 = \frac{n}{20}$ (lempiras)

5. Aplicación de una expresión algebraica. *Ejemplo* **1.17**

(15 min)

* Llevar una cinta de papel que mida 50 cm de largo. Pegue y marque la cinta en la pizarra. Luego, pase a un estudiante que haga 3 cortes de b cm en la cinta. Asegúrese que sobre cinta.
* Posteriormente pase a otro estudiante que arme la cinta y la pegue en la pizarra donde quedó dibujada.
* Ahora deje que los estudiantes piensen y escriban la expresión usando los signos de las operaciones básicas.

Ejemplo **1.15**

¿Cómo se expresaría el costo total de la compra de a cuadernos si cada uno cuesta 30 lempiras?

Solución:
a: cantidad de cuadernos
Si un cuaderno cuesta 30 lempiras el costo total es $30 \times a$
Respuesta: $30a$ (lempiras)

Ejercicio **1.14** Si tenemos n huevos y cada uno cuesta 3 lempiras. ¿Cómo se expresaría el costo total?

Ejemplo **1.16**

José tiene que repartir un premio de m lempiras en partes iguales a 10 niños. ¿Cuántos lempiras recibiría cada niño?

Solución:
m: cantidad de lempiras que José tiene
Cantidad de niños: 10 niños
Si tengo que repartir m lempiras a 10 niños entonces divido la cantidad de lempiras entre 10, $m \div 10$.
Respuesta: $\frac{m}{10}$ (lempiras)

Ejercicio **1.15** Pedro va repartir n lempiras en partes iguales a 20 niños ¿Cómo expresaría la cantidad dada a cada niño?

Ejemplo **1.17**

Compré un cordón de 50 cm, corté 3 veces b cm y sobró cordón. ¿Cuál es la longitud de la parte que sobra?

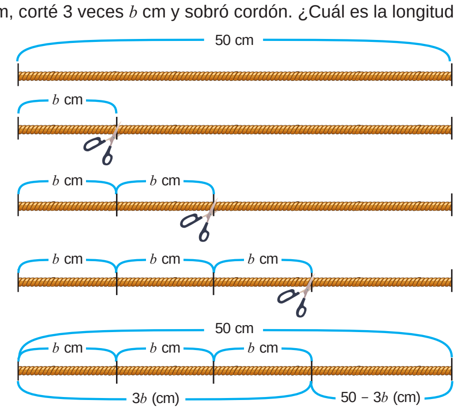
Dibuje un cordón de 50 cm

Primer corte de b cm

Segundo corte de b cm

Tercer corte de b cm

Lo que sobró del cordón



Respuesta: $50 - 3b$ (cm)

46
Unidad 2 - Variables y expresiones

Ejercicios adicionales

a) ¿Cómo representaría algebraicamente el costo total de n lápices si cada uno cuesta 5 lempiras?

b) Se camina a metros en 5 minutos ¿Cuánto se camina por minuto?

Solución

a) $5 \times n = 5n$ b) $\frac{a}{5}$ metros por minuto ($a \div 5 = \frac{a}{5}$)

Unidad 2: **Variables y expresiones**

Lección 1: (8/11) Variables y expresiones

Sección 3: Expresión de cantidades con variables

Objetivo: Expresar problemas verbales con más de dos variables.

Ejemplo 1.18

Dolores compró 5 bolígrafos negros por a lempiras cada uno y 7 bolígrafos azules por b lempiras cada uno. ¿Cuánto pagó en total por todo?

Solución:

a lempiras (bolígrafos negros),
b lempiras (bolígrafos azules)

$a \times 5$ (lempiras)
5 veces a

$b \times 7$ (lempiras)
7 veces b

Entonces la unión de ambos bolígrafos indica una suma $a \times 5 + b \times 7 = 5a + 7b$.

Respuesta: $5a + 7b$ (lempiras)

Ejercicio 1.16 Exprese en forma algebraica los siguientes enunciados:

a) ¿Cuál es la cantidad de naranjas que quedan en el árbol si se cosechan b naranjas de a naranjas que habían?

b) De una cinta que mide 60 cm de longitud se cortan 4 pedazos que miden y cm de longitud cada uno y sobra cinta. ¿Cuál es la longitud de la parte que sobra?

c) ¿Cuál es el número cuya decena es a y cuya unidad es b?

d) José compró x bolígrafos azules por 4 lempiras cada uno y y bolígrafos rojos por 3 lempiras cada uno. ¿Cuánto gastó en total?

e) En una empresa, a trabajadores ganan 300 lempiras diarios y b trabajadores ganan 400 lempiras diarios. ¿Cuánto debe pagar la empresa en total al día?

47

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

Indicador de logro

¿Cuál es la cantidad de naranjas que quedan en el árbol si se cosechan b naranjas de a naranjas que había?

1. Expresar situaciones en forma algebraica.

Ejemplo 1.18

(15 min)

* Identifique sus variables.

  ¿Cuántas variables hay en el problema?

  ¿Qué operación debe aplicar en cada variable?

  ¿Qué operación debe realizar si se debe pagar su total?

* Recalcar que el pago total es la suma del producto de cada artículo.

* Indicar entre paréntesis lempiras.

2. Resolver Ejercicio 1.16

(30 min)

* Dejar que el estudiante piense en cuanto a qué operación deberá aplicar.

Solución

a) $a - b$ (naranjas)

b) $60 - 4 \times y = 60 - 4y$ (cm)

c) Decena es 10, unidad es 1 entonces
$10 \times a + 1 \times b = 10a + b$

d) $4 \times x + 3 \times y = 4x + 3y$ (lempiras)

e) $300 \times a + 400 \times b = 300a + 400b$ (lempiras)

Ejercicios adicionales

Exprese en forma algebraica los siguientes enunciados:

a) El número cuya unidad es a, la decena es b y la centena es c.

b) De una cuerda que mide 36 pulgadas se cortaron 5 pedazos que miden y pulgadas cada uno. ¿Cuál es la longitud de la parte que sobra?

Solución

a) $100 \times c + 10 \times b + 1 \times a = 100c + 10b + a$

b) $36 - 5 \times y = 36 - 5y$ (pulgadas)

Indicador de logro

Sea a el pago diario que recibe un obrero. Si recibe una bonificación de 150 lempiras, ¿cuánto recibe de salario al día si a = 200?

1. **Encontrar el valor numérico de una expresión algebraica.** *Ejemplo* **1.19**

   (12 min)

* ¿Qué valor se le está asignando a la variable a?
* Si a es el pago que recibe diariamente y gasta 80 lempiras diarios, entonces algebraicamente se expresa como a - 80.
* Ahora al sustituir la variable a por 300 en la expresión a - 80 nos queda 300 - 80.

  ¿Cuánto gana de salario?

2. **Definir valor numérico de una expresión algebraica.**

   (3 min)

3. **Resolver** *Ejercicio* **1.17**

   (7 min)

   Solución

   Bonificación nos indica un aumento o una suma.

   a + 150

   a) 200 + 150 = 350 (lempiras)

   b) 300 + 150 = 450 (lempiras)

4. **Encontrar el valor numérico.** *Ejemplo* **1.20**

   (8 min)

   ¿Qué pasa si sustituimos la variable por un número?

* Debe tomar en cuenta que ese número que se va a sustituir lo escribimos dentro de paréntesis.
* Enfatizar en las leyes de los signos de la multiplicación.
* Con el inciso b) tomar en cuenta la adición de números de igual signo.

5. **Resolver** *Ejercicio* **1.18**

   (5 min)

   Solución

   a) $10 - 2x = 10 - 2 \times x$
   $= 10 - 2 \times 6$
   $= -2$

   b) $10 - 2x = 10 - 2 \times x$
   $= 10 - 2 \times (-6)$
   $= 10 + 12$
   $= 22$

Unidad 2: **Variables y expresiones**

Lección 1: (9/11) Variables y expresiones

Sección 4: Valor numérico de expresiones algebraicas

Objetivo: Encontrar el valor numérico de expresiones algebraicas con una variable.

Sección 4: Valor numérico de expresiones algebraicas

Ejemplo **1.19**

Sea a el pago diario que recibe un obrero, si gasta 80 lempiras durante un día
a) ¿Cómo se expresa algebraicamente la ganancia diaria?
b) Si al obrero se le paga 300 lempiras durante un día de trabajo. ¿Cuánto dinero le queda al día si gasta 80 lempiras diariamente?

Solución:
a) a el pago diario y la palabra gasta nos indica una resta, entonces a lo que recibe como pago diario le resto lo que gasta.

Respuesta: $a - 80$ (lempiras)

b) "a" pago diario que recibe un obrero, ahora $a = 300$ (lempiras) y si gasta 80 (lempiras) durante el día entonces $a - 80 = 300 - 80 = 220$

Respuesta: 220 (lempiras)

El valor numérico de una expresión algebraica es el valor obtenido al sustituir las variables por los números.

Ejercicio **1.17** Sea a el pago diario que recibe un obrero, si recibe una bonificación de 150 lempiras. ¿Cuánto recibe de salario al día? Si:
a) $a = 200$ b) $a = 300$

Ejemplo **1.20**

Dada la expresión $4x - 8$ encuentre el valor numérico si:

En caso de sustituir por un valor negativo no olvide escribir ( ).
Correcto $4 \times (-3) - 8$
Incorrecto $4 \times -3 - 8$

a) Si $x = 2$ b) Si $x = -3$

Solución:

a) Si $x = 2$ $4x - 8 = 4 \times x - 8$
$= 4 \times 2 - 8$
$= 8 - 8$
$= 0$

b) Si $x = -3$ $4x - 8 = 4 \times x - 8$
$= 4 \times (-3) - 8$
$= -12 - 8$
$= -20$

Ejercicio **1.18** Encuentre el valor numérico de $10 - 2x$ cuando:
a) $x = 6$ b) $x = -6$

Ejemplo **1.21**

Con la expresión $-a$ encuentre el valor numérico si $a = -3$.

Solución:

Si $a = -3$, $-a = (-1) \times a$
$= (-1) \times (-3)$
$= 3$

48 *Unidad 2 - Variables y expresiones*

6. **Encontrar el valor numérico.** *Ejemplo* **1.21** *(5 min)*

* Enfatizar en la ley de los signos de la multiplicación.
  Recalcar que -a es (-1) × a. Otra manera es, si al sustituir la variable a por -3, y -a nos queda - (-3).

Unidad 2: Variables y expresiones

Lección 1: (10/11) Variables y expresiones

Sección 4: Valor numérico de expresiones algebraicas

Objetivo: Encontrar el valor numérico de un cociente y una potencia con expresiones algebraicas con una variable.

Ejercicio 1.19 Encuentre el valor numérico de la expresión $-a-3$ cuando:

a) $a = 3$ b) $a = -4$

Ejemplo 1.22

Encuentre el valor numérico de la expresión $\frac{6}{a}$ si $a = -2$.

Solución:

Si $a = -2$ sustituyendo en $\frac{6}{a} = \frac{6}{-2}$

$= -\frac{6}{2}$

$= -3$

Ejercicio 1.20 Si $x = -2$, encuentre el valor numérico con las expresiones.

a) $\frac{12}{x}$ b) $-\frac{14}{x}$

Ejemplo 1.23

En las expresiones a^2 y $-a^2$, encuentre el valor numérico si $a = -3$.

Solución:

a) $a^2 = a \times a$
$= (-3) \times (-3)$
$= 9$

b) $-a^2 = (-1) \times a^2$
$= (-1) \times a \times a$
$= (-1) \times (-3) \times (-3)$
$= -9$

También se puede expresar como:

a) $a^2 = (-3)^2$
$= 9$

b) $-a^2 = -(-3)^2$
$= -[(-3) \times (-3)]$
$= -9$

Ejercicio 1.21 Con la expresión a^2 y $-a^2$, encuentre el valor numérico.

a) Si $a = 2$ b) Si $a = -1$

Ejercicios adicionales

Si $x = -4$, encuentre el valor numérico con las siguientes expresiones.

a) $-\frac{4}{x}$ b) $-\frac{12}{x}$ c) $-5x^2$

Solución

a) 1 b) 3 c) $-5 \times x^2 = -5 \times (-4)^2$
$= -5 \times 16$
$= -80$

Indicador de logro

Encuentre el valor numérico de las siguientes expresiones:

a) $\frac{12}{x}$, si $x = -2$ b) $-a^2$, si $a = 2$

7. Resolver Ejercicio 1.19

(5 min)

Solución

a) $-a - 3 = -(3) - 3$
$= -3 - 3$
$= -6$

b) $-a - 3 = -(-4) - 3$
$= 4 - 3$
$= 1$

[Hasta aquí Clase 9]

[Desde aquí Clase 10]

1. Encontrar el valor numérico. Ejemplo 1.22

(10 min)

¿Qué valor tiene la variable?, ¿qué debe hacer con el valor de a?

* Recalcar que la forma recomendable de escribir $\frac{6}{-2}$ es $-\frac{6}{2}$.
* Recordar que $\frac{6}{a}$ se puede expresar como $6 \div a$.

2. Resolver Ejercicio 1.20

(10 min)

Solución

a) $\frac{12}{x} = \frac{12}{-2} = -6$

b) $-\frac{14}{x} = -\frac{14}{-2} = \frac{14}{2} = 7$

3. Encontrar el valor numérico de expresiones con exponentes. Ejemplo 1.23

(15 min)

* Recalcar que el exponente indica las veces que se debe multiplicar la base.
* Hay que enfatizar que
$-a^2 \neq (-a)^2$
$-a^2 = -(a \times a)$
$(-a)^2 = (-a) \times (-a) = a^2$

4. Resolver Ejercicio 1.21

(10 min)

Solución

a) $a^2 = 2^2 = 4$
$-a^2 = -(2)^2 = -4$

b) $a^2 = (-1)^2 = 1$
$-a^2 = -(-1)^2 = -1$

Indicador de logro

Si a = -2 y b = 6 encuentre el valor numérico de la expresión $2a + b$.

1. **Encontrar el valor numérico de expresiones con dos variables.**
   Ejemplo 1.24
   (10 min)

* Identifique cuáles son las variables de la expresión.

¿Qué hacemos con las variables? Luego calcular el valor.

¿Cuál es el valor numérico?

2. **Encontrar el valor numérico de expresiones con dos variables.**
   Ejemplo 1.25
   (7 min)

* Seguir el mismo procedimiento utilizado en el **Ejemplo 1.24**.

3. **Resolver Ejercicio 1.22**
   (14 min)
   Solución

a) $2a + b = 2(-2) + 6$
$= -4 + 6$
$= 2$

b) $2a - 3b = 2(-2) - 3(6)$
$= -4 - 18$
$= -22$

c) $-a + b = -(-2) + 6$
$= 2 + 6$
$= 8$

d) $\frac{5}{2}a + b = \frac{5}{2}(-2) + 6$
$= -5 + 6$
$= 1$

4. **Resolver Ejercicio 1.23**
   (14 min)
   Solución

a) $2a + 3b = 2(3) + 3(-6)$
$= 6 - 18$
$= -12$

b) $a - b = 3 - (-6)$
$= 3 + 6$
$= 9$

c) $a - 2b = 3 - 2(-6)$
$= 3 + 12$
$= 15$

d) $-2a + \frac{1}{2}b = -2\ (3) + \frac{1}{2}(-6)$
$= -6 - \frac{6}{2}$
$= -6 - 3$
$= -9$

Unidad 2: Variables y expresiones

Lección 1: (11/11) Variables y expresiones

Sección 4: Valor numérico de expresiones algebraicas

Objetivo: Encontrar el valor numérico de expresiones algebraicas con dos variables.

Ejemplo 1.24

En la expresión $2x + 3y$, encuentre el valor numérico si $x = 4$, $y = 5$.

Solución:

Si $x = 4$, $y = 5$ sustituyendo estos valores en $2x + 3y$

$2x + 3y = 2 \times x + 3 \times y$
$= 2 \times 4 + 3 \times 5$
$= 8 + 15$
$= 23$

Ejemplo 1.25

Para la expresión $-3x - 2y$, encuentre el valor numérico si $x = 4$, $y = -5$.

Solución:

$-3x - 2y = -3 \times x - 2 \times y$
$= -3 \times 4 - 2 \times (-5)$
$= -12 + 10$
$= -2$

Otra manera de escribir es utilizando paréntesis para encontrar el valor al sustituir las variables por un número.

Si $x = 4$, $y = -5$ $-3x - 2y = -3(4) - 2(-5)$
$= -12 + 10$
$= -2$

$-3(4)$ significa -3×4
$-2(-5)$ significa $-2 \times (-5)$

Ejercicio 1.22 Si $a = -2$ y $b = 6$, encuentre el valor numérico en las expresiones.

a) $2a + b$ b) $2a - 3b$

c) $-a + b$ d) $\frac{5}{2}a + b$

Ejercicio 1.23 Si $a = 3$ y $b = -6$, encuentre el valor numérico en las expresiones.

a) $2a + 3b$ b) $a - b$

c) $a - 2b$ d) $-2a + \frac{1}{2}b$

50 Unidad 2 - Variables y expresiones

Ejercicios adicionales

Si $x = 3$ y $y = -4$ encuentre el valor numérico de las expresiones:

a) $5x + 2y$ b) $x - 3y$ c) $-2x + \frac{1}{4}y$ d) $-\frac{5}{3}x - 2y$

Solución

a) 7 b) 15 c) -7 d) 3

Unidad 2:	**Variables y expresiones**
Lección 2: (1/9)	Operaciones con expresiones algebraicas
Sección 1:	Términos y coeficientes en las expresiones algebraicas
Objetivo:	Identificar los términos y los coeficientes en las expresiones algebraicas.

Lección 2: Operaciones con expresiones algebraicas

Sección 1: Términos y coeficientes en las expresiones algebraicas

La expresión algebraica $4x + 2$ observamos que está separada por el signo (+), $4x$ y 2 se llaman término.

Un término algebraico se separa de otro con el signo (+).

En la unidad 1, aprendimos que se puede convertir una sustracción en una adición.
Es decir $5x - 3 = 5x + (-3)$ los términos son $5x$ y -3.
Las partes del término algebraico $5x$ son: $5x$ → Variable, → Coeficiente

Ejemplo 2.1

Complete la tabla.

Expresión	Términos	Variable	Coeficiente
$x - 6y + 2$			
$\frac{a}{2} - b$			

$\frac{a}{2} = \frac{1}{2}a = \frac{1}{2} \times a$

$-b = (-1) \times b$

El coeficiente de b es -1

Solución:

La expresión $x - 6y + 2$ convertido como una adición $x + (-6y) + 2$

Respuesta: x, $-6y$, -2 son los términos con variable x, y.
1 es el coeficiente de la variable x,
-6 es el coeficiente de la variable y.

La expresión $\frac{a}{2} - b$ convertido como una adición $\frac{a}{2} + (-b)$.

Respuesta: $\frac{a}{2}$, $-b$ son términos con variable a y b.
$\frac{1}{2}$ es el coeficiente de la variable a,
-1 es el coeficiente de la variable b.

Expresión	Términos	Variable	Coeficiente
$x - 6y + 2$	x	x	1
	$-6y$	y	-6
	2		
$\frac{a}{2} - b$	$\frac{a}{2}$	a	$\frac{1}{2}$
	$-b$	b	-1

Se llama **término** a toda expresión algebraica que está separada por el signo de la operación suma; la parte numérica del término con variable se llama coeficiente.

Ejercicio 2.1 ¿Cuáles son los términos y el coeficiente de la variable en cada expresión algebraica?

a) $3x + 2$ b) $x - 5$

c) $\frac{x}{4} - 3y$ d) $x - 2y + 8$

$x = 1 \times x$
1 es el coeficiente

51

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

Indicador de logro

¿Cuáles son los términos y el coeficiente de la variable en la expresión $3x + 2$?

1. **Comentar lo observado en la expresión $4x + 2$.**

   (5 min)

   * Hay que enfatizar que
   $5x - 3 = 5x + (-3)$
   ¿A qué llamamos término?
   ¿Cómo se llama al número que acompaña a la variable?

2. **Identificar término, variable y coeficiente. Ejemplo 2.1**

   (20 min)

   * Copiar la tabla en el pizarrón.
   * Dejar que los estudiantes trabajen en forma individual dando un tiempo de 7 minutos.
   ¿Cómo puede expresarse $x - 6y + 2$ como una adición?
   ¿De qué manera puede expresarse $\frac{a}{2} - b$ como una adición?
   * Hay que indicar que $\frac{a}{2}$ escrito de otra manera es $\frac{1}{2}a$.

3. **Definir término.**

   (3 min)

   * Copiar en el pizarrón la definición de término.

4. **Resolver Ejercicio 2.1**

   (17 min)

   Solución

Expresión	Términos	Variable	Coeficiente
$3x + 2$	$3x$	x	3
	2		
$x - 5$	x	x	1
	-5		
$\frac{x}{4} - 3y$	$\frac{x}{4}$	x	$\frac{1}{4}$
	$-3y$	y	-3
$x - 2y + 8$	x	x	1
	$-2y$	y	-2
	8		

Ejercicios adicionales

Complete la tabla

Expresión	Términos	Variable	Coeficiente
$6y - 4x - 2$			
$-\frac{x}{3} - y$			

Solución

Expresión	Términos	Variable	Coeficiente
$6y - 4x - 2$	$6y$	y	6
	$-4x$	x	-4
	-2		
$-\frac{x}{3} - y$	$\frac{x}{3}$	x	$-\frac{1}{3}$
	$-y$	y	-1

Indicador de logro

Simplifique a un solo término
$4x + 3x$

1. **Definir términos semejantes.** Ejemplo 2.2
(18 min)
* Indicar que área = base x altura.
* Observe que el rectángulo resaltado está formado por A_1 y A_2.
* Separe las áreas del rectángulo resaltado y encuentre el área de cada uno de forma separada.
* Determine el área del rectángulo resaltado.
* Concluir en el Ejemplo 2.2 que la suma de A_1 y A_2 es igual al área del rectángulo mayor.
* Hacer notar que A_1 y A_2 tienen algo en común.
¿Cuándo dos términos son semejantes?

2. **Simplificar términos semejantes.** Ejemplo 2.3
(7 min)

3. **Resolver** Ejercicio 2.2
(15 min)
Solución
a) $4x + 3x = (4 + 3)x = 7x$
b) $x - 6x = (1 - 6)x = -5x$
c) $-2y + 9y = (-2 + 9)y = 7y$
d) $-4a - 7a = (-4 - 7)a = -11a$
e) $y + y = (1 + 1)y = 2y$

4. **Simplificar términos semejantes.** Ejemplo 2.4
(5 min)
¿Cuáles son los términos semejantes?
¿Cómo pueden sumarse?

* Indicar que pueden agruparse los términos semejantes y sumarlos separadamente.

Unidad 2: Variables y expresiones

Lección 2: (2/9) Operaciones con expresiones algebraicas

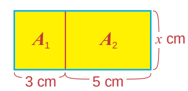
Sección 2: Adición y sustracción de expresiones algebraicas

Objetivo: Reducir dos o más términos semejantes en una expresión algebraica.

Sección 2: *Adición y sustracción de expresiones algebraicas*

Ejemplo 2.2

Encuentre el área del rectángulo resaltado.

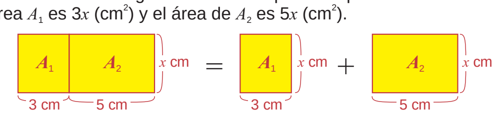


Solución:

El área del rectángulo resaltado tiene 8 cm de base y x (cm) de altura, como área = base × altura.
Entonces el área del rectángulo resaltado es $8x$ (cm^2)

Respuesta: $8x$ (cm^2)

Observando el rectángulo resaltado se puede separar en dos rectángulos A_1 y A_2.
El área A_1 es $3x$ (cm^2) y el área de A_2 es $5x$ (cm^2).



La suma de las Áreas A_1 y A_2 es igual al área del rectángulo resaltado que es $8x$ (cm^2).
Entonces podemos concluir lo siguiente:

$$\begin{aligned}3x + 5x &= (3 + 5)x\\ &= 8x\end{aligned}$$

Dos o más términos son **semejantes** si tienen la misma variable con el mismo exponente.

Ejemplo 2.3

Simplifique los términos semejantes en un solo término.

a) $2a - 4a = (2 - 4)a = -2a$ b) $4b - b = (4 - 1)b = 3b$

Ejercicio 2.2 Simplifique los términos semejantes a un solo término.

a) $4x + 3x$ b) $x - 6x$ c) $-2y + 9y$
d) $-4a - 7a$ e) $y + y$

Ejemplo 2.4

Simplifique los términos que son semejantes.

$8a + 4 - 6a + 2$
$= 8a - 6a + 4 + 2$ ... Agrupar los términos semejantes
$= 2a + 6$ ... Sumar separadamente

Simplificar una expresión algebraica consiste en agrupar los términos semejantes y calcular separadamente.

52
Unidad 2 - Variables y expresiones

Ejercicios adicionales

Simplifique a un solo término los que son semejantes.
a) $-5y - 8y + 6y$ b) $4x - 3 - 7x + 2$

Solución
a) $-7y$ b) $-3x - 1$

Unidad 2: Variables y expresiones

Lección 2: (3/9) Operaciones con expresiones algebraicas

Sección 2: Adición y sustracción de expresiones algebraicas

Objetivo: Sumar expresiones algebraicas.

Ejercicio 2.3 Simplifique las siguientes expresiones.

a) $5a + 4 + 3a + 1$ b) $-5x + 7 + 4x - 3$

c) $2x - 8 - 4x + 7$ d) $-9x - 5 + 9x - 2$

e) $12y - 3 + 5y + 1$ f) $-6 - a + 5 + 2a$

Ejemplo 2.5

Calcule $3a + (5a - 2)$.

Solución:

$$3a + (5a - 2) = 3a + 5a - 2$$
$$= 8a - 2$$

Ejercicio 2.4 Calcule.

a) $2x + (3 - x)$ b) $6y - 2 + (-4y - 2)$

Ejemplo 2.6

Calcule $3a - (5a - 2)$.

Solución:

$$3a - (5a - 2) = 3a - 5a + 2$$
$$= -2a + 2$$

$$-(5a - 2) = (-1) \times [5a + (-2)]$$
$$= (-1) \times 5a + (-1) \times (-2)$$
$$= -5a + 2$$

Ejercicio 2.5 Calcule.

a) $4x - (x - 1)$ b) $6y - (-5y + 2)$

5. Resolver Ejercicio 2.5 *(7 min)*

Solución

a) $3x + 1$ b) $11y - 2$

Ejercicios adicionales

Calcule

a) $7x - (-8x + 2)$ b) $3x + (5 - 2x)$ c) $-5a - 1 - (7 - 7a)$

Solución

a) $15x - 2$ b) $x + 5$ c) $2a - 8$

Indicador de logro

Calcule

a) $2x + (3 - x)$ b) $4x - (x - 1)$

1. Resolver Ejercicio 2.3

(15 min)

Solución

a) $8a + 5$ b) $-x + 4$

c) $-2x - 1$ d) -7

e) $17y - 2$ f) $a - 1$

* Considerar los signos.

2. Sumar expresiones algebraicas con paréntesis.

Ejemplo 2.5

(10 min)

¿Qué observa en este ejemplo?

¿Cómo puede suprimir los paréntesis?

¿Cómo queda la expresión sin los paréntesis?

¿Qué términos se pueden sumar?

¿Cuál es el resultado?

3. Resolver Ejercicio 2.4

(5 min)

Solución

a) $x + 3$ b) $2y - 4$

4. Restar expresiones algebraicas con paréntesis.

Ejemplo 2.6

(8 min)

* Debe considerar que el signo (-) está multiplicando a la expresión que está dentro del paréntesis.

* Enfatizar también que $-(5a - 2) = (-1) \times (5a - 2)$ y de esa manera se eliminan los paréntesis.

¿Cómo queda sin paréntesis?

* Concluir que una vez que se supriman los paréntesis se suman los términos semejantes separadamente.

* Advertir sobre el error común de multiplicar solo al primer término que está dentro del paréntesis.

Indicador de logro

Calcule utilizando la forma vertical $(5x + 3) + (8x - 2)$

1. Sumar expresiones algebraicas en forma vertical.

Ejemplo **2.7**

(5 min)

¿Cómo puede expresarse la adición sin paréntesis?

¿Podemos sumar expresiones algebraicas tanto de forma horizontal como verticalmente?

¿Cómo podemos escribirlo verticalmente?

* Concluir que al sumar expresiones algebraicas se pueden eliminar los paréntesis sin cambiar el signo de los términos.

* Concluir que por la propiedad conmutativa y asociativa la suma puede realizarse en cualquier orden.

2. Resolver *Ejercicio* **2.6**

(15 min)

Solución

a) $13x + 1$ b) $5x$

c) $-7m - 5$ d) -12

3. Restar expresiones algebraicas con paréntesis.

Ejemplo **2.8**

(8 min)

* Enfatizar con el signo (-) ¿a qué expresión algebraica afecta?

* Recalcar que los términos semejantes se suman separadamente.

* Recordar que puede sumar las expresiones algebraicas tanto vertical como horizontalmente.

4. Suprimir paréntesis.

Ejemplo **2.9**

(7 min)

* Siga lo mismo que en el

Ejemplo **2.8**

* Tenga cuidado con los signos al multiplicar.

Unidad 2: **Variables y expresiones**

Lección 2: (4/9) Operaciones con expresiones algebraicas

Sección 2: Adición y sustracción de expresiones algebraicas

Objetivo: Sumar y restar expresiones algebraicas.

Pensemos en la adición de expresiones algebraicas.

Ejemplo **2.7**

Calcule de la forma vertical $(3a + 4) + (5a - 6)$.

Solución:

$$\begin{array}{r} 3a + 4 \\ +)\ 5a - 6 \\ \hline 8a - 2 \end{array}$$

$3a + 5a = 8a$
$4 + (-6) = -2$

Ejercicio **2.6** Calcule de forma vertical.

a) $(5x + 3) + (8x - 2)$ b) $(4x + 2) + (x - 2)$

c) $(-8m + 4) + (m - 9)$ d) $(3x - 7) + (-3x - 5)$

Pensemos en la sustracción de expresiones algebraicas.

Ejemplo **2.8**

Calcule $(5a + 6) - (3a + 2)$.

Solución:

$$\begin{aligned}(5a + 6) - (3a + 2) &= 5a + 6 - 3a - 2 \\ &= 5a - 3a + 6 - 2 \\ &= 2a + 4\end{aligned}$$

$-(3a + 2) = (-1) \times (3a + 2)$
$= -3a - 2$
Cambia de signos los términos de la expresión $3a + 2$.

Ejemplo **2.9**

Calcule $(3a + 4) - (5a - 6)$.

Solución:

$$\begin{aligned}(3a + 4) - (5a - 6) &= 3a + 4 - 5a + 6 \\ &= 3a - 5a + 4 + 6 \\ &= -2a + 10\end{aligned}$$

$-(5a - 6) = -5a + 6$
Cambian de signo los términos que están dentro del paréntesis.
$-(5a) = -5a,\ -(-6) = 6$

Ejercicio **2.7** Calcule.

a) $(5x + 3) - (8x - 2)$ b) $(4x + 2) - (x - 2)$

c) $(-8m + 4) - (m - 9)$ d) $(3x - 7) - (-3x - 5)$

54

Unidad 2 - Variables y expresiones

5. Resolver *Ejercicio* **2.7** *(10 min)*

Solución

a) $-3x + 5$ b) $3x + 4$ c) $-9m + 13$ d) $6x - 2$

Ejercicios adicionales

Calcule

a) $(5x + 9) - (6x - 1)$ b) $(4x - 2) + (x - 2)$ c) $\left(\frac{1}{4}m - 1\right) - \left(\frac{1}{4}m + 2\right)$

Solución

a) $-x + 10$ b) $5x - 4$ c) -3

Unidad 2: **Variables y expresiones**

Lección 2: (5/9) Operaciones con expresiones algebraicas

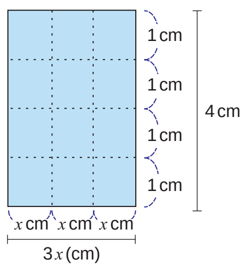
Sección 3: Producto y división de expresiones algebraicas

Objetivo: Calcular el producto de expresiones algebraicas por un número.

Sección 3: *Producto y división de expresiones algebraicas*

Ejemplo 2.10

Encuentre el área del siguiente rectángulo.



Solución:

$3x \times 4 = 3 \times x \times 4$
$= 3 \times 4 \times x$
$= 12x$

Respuesta: $12x$ (cm^2)

Ley de los signos de la multiplicación.
$(+) \times (+) = (+)$ $(+) \times (-) = (-)$
$(-) \times (-) = (+)$ $(-) \times (+) = (-)$

Ejemplo 2.11

Calcule el producto.

a) $2a \times 5$ b) $6x \times (-2)$

Solución:

a) $2a \times 5 = 2 \times a \times 5$
$= 2 \times 5 \times a$
$= 10a$

b) $6x \times (-2) = 6 \times x \times (-2)$
$= 6 \times (-2) \times x$
$= -12x$

Para multiplicar una expresión algebraica de un término por un número, se multiplica el coeficiente del término por el número y se copia la variable.

$3x \times 4 = 12x$

Ejercicio 2.8 Calcule el producto.

a) $5m \times 3$ b) $8t \times (-2)$ c) $-a \times (-7)$

d) $-5b \times 3$ e) $-5x \times (-6)$

$-a = (-1) \times a$

Ejercicios adicionales

Calcule el producto

a) $3a \times (-7)$ b) $m \times \frac{2}{3}$ c) $-\frac{1}{3}a \times 12$ d) $0.4a \times 5$ e) $-7y \times 0.5$

Solución

a) $-21a$ b) $\frac{2}{3}m$ c) $-4a$ d) $2a$ e) $-3.5y$

Indicador de logro

Calcule $5m \times 3$

1. Introducir la multiplicación de expresiones algebraicas.

Ejemplo 2.10

(15 min)

* Dibujar la figura en el pizarrón como se muestra en el libro.

  ¿Cuánto mide la base del rectángulo?

  ¿Cuánto mide la altura del rectángulo?

  ¿Cuál es la fórmula que se utiliza para encontrar el área?

  ¿Cómo puede expresar el área del rectángulo?

* Concluir que el área del rectángulo equivale a sumar todos los rectángulos que están dentro del rectángulo.

* Reafirmar que la multiplicación es una suma abreviada.

2. Multiplicar expresiones algebraicas por un número.

Ejemplo 2.11

(15 min)

* Indicar que cuando hay números negativos recurra a las leyes de los signos de la multiplicación.

* Concluir que se multiplica el coeficiente de la variable por el número y se copia la variable.

3. Resolver **Ejercicio 2.8**

(15 min)

Solución

a) $15m$ b) $-16t$
c) $7a$ d) $-15b$
e) $30x$

Indicador de logro

Calcule $14x \div 7$

1. Dividir una expresión algebraica entre un número.

Ejemplo 2.12

(7 min)

¿De qué manera se expresa como fracción $6a \div 3$?

¿Se puede simplificar la expresión escrita como fracción?

¿Cuál es el resultado?

2. Resolver Ejercicio 2.9

(15 min)

Solución

a) $2x$
b) $-6x$
c) $4a$
d) $-t$

3. Dividir una expresión algebraica entre una fracción.

Ejemplo 2.13

(8 min)

* Expresar la división como una multiplicación.
* Enfatizar que $4x$ se multiplica por $\left(-\frac{3}{2}\right)$ que es el recíproco del divisor.
* Expresar mediante las reglas convencionales.

¿Se puede simplificar este producto? ¿Cómo?

¿Cuál es el resultado una vez simplificado?

* Concluir que la división se expresa como una multiplicación.

4. Resolver Ejercicio 2.10

(15 min)

Solución

a) $-6x$
b) $12y$

Unidad 2: Variables y expresiones

Lección 2: (6/9) Operaciones con expresiones algebraicas

Sección 3: Producto y división de expresiones algebraicas

Objetivo: Calcular la división de una expresión algebraica entre un número.

Ejemplo 2.12

Dividir $6a$ entre 3.

Solución:

$6a \div 3$ escrito como fracción queda de la forma:

$$\frac{6a}{3} = \frac{\overset{2}{\cancel{6}} \times a}{\underset{1}{\cancel{3}}} = 2a$$

$a \div b = \frac{a}{b}$

Ejercicio 2.9 Calcule.

a) $14x \div 7$ b) $18x \div (-3)$ c) $(-8a) \div (-2)$ d) $-5t \div 5$

Ejemplo 2.13

Calcule $4x \div \left(-\frac{2}{3}\right)$.

$a \div \frac{m}{n} = a \times \frac{n}{m}$

Solución:

$$4x \div \left(-\frac{2}{3}\right) = 4x \times \left(-\frac{3}{2}\right)$$
$$= \overset{2}{\cancel{4}} \times \left(-\frac{3}{\underset{1}{\cancel{2}}}\right) \times x$$
$$= -6x$$

Ejercicio 2.10 Calcule.

a) $9x \div \left(-\frac{3}{2}\right)$ b) $9y \div \frac{3}{4}$

De ahora en adelante cuando una expresión algebraica tiene la forma de fracción se simplificará a su mínima expresión.

56

Unidad 2 - Variables y expresiones

Ejercicios adicionales

Calcule

a) $18x \div 6$ b) $-12x \div (-4)$ c) $10x \div (-5)$

d) $9x \div \frac{3}{4}$ e) $6x \div \left(-\frac{3}{2}\right)$ f) $-3x \div 3$

Solución

a) $3x$ b) $3x$ c) $-2x$ d) $12x$ e) $-4x$ f) $-x$

Unidad 2: Variables y expresiones

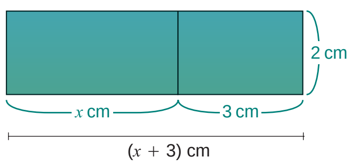
Lección 2: (7/9) Operaciones con expresiones algebraicas

Sección 3: Producto y división de expresiones algebraicas

Objetivo: Calcular la multiplicación de una expresión algebraica de dos términos por un número.

Ejemplo 2.14

¿Cómo se puede expresar el área de la siguiente figura?



$(a + b) \times c = a \times c + b \times c$

Solución:

La base del rectángulo sombreado es $(x + 3)$ cm y su altura 2 cm.

Área = base × altura

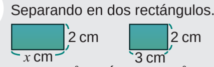
$= (x+3) \times 2$

$= x \times 2 + 3 \times 2$

$= 2x + 6$

Respuesta: $2x + 6$ (cm²)

Separando en dos rectángulos.



Área: $2x$ (cm²) Área: 6 (cm²)

Entonces puede decir que el área total es $2x + 6$ (cm²).

Ejercicio 2.11 Calcule el producto.

a) $(2x + 8) \times 10$ b) $(5x + 3) \times 7$ c) $2(6x - 4)$

$(a + b) \times c = c \times (a + b)$

Ejemplo 2.15

Calcule el producto.

$(2x - 4) \times (-3) = [2x + (-4)] \times (-3)$

$= 2x \times (-3) + (-4) \times (-3)$

$= -6x + 12$

El cálculo también se puede hacer sin convertir la sustracción en una adición. Es decir: $(2x - 4) \times (-3) = 2x \times (-3) - 4 \times (-3) = -6x + 12$

Ejercicio 2.12 Calcule el producto.

a) $(4x - 1) \times (-8)$ b) $(2x - 1) \times (-1)$ c) $-2(2x + 4)$

57

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

Indicador de logro

Calcule el producto de $(2x + 8) \times 10$

1. Introducir la multiplicación de expresiones algebraicas de dos términos por un número. Ejemplo 2.14

(10 min)

¿Cuál es la base del rectángulo? y ¿cuál es la altura?

¿Cómo puede encontrar el área de ese rectángulo?

* Indicar que aplicando la propiedad distributiva se determina el producto.
* Concluir que el área total es la suma del área de los dos rectángulos pequeños.

2. Resolver Ejercicio 2.11

(15 min)

Solución

a) $20x + 80$
b) $35x + 21$
c) $12x - 8$

3. Calcular el producto.

Ejemplo 2.15

(10 min)

* Enfatizar en el uso de la propiedad distributiva y las leyes de los signos de la multiplicación.

4. Resolver Ejercicio 2.12

(10 min)

Solución

a) $-32x + 8$
b) $-2x + 1$
c) $-4x - 8$

Ejercicios adicionales

Calcule el producto

a) $-3 \times (x - 2)$ b) $(4x + 1) \times 4$ c) $-(2b - 11)$

Solución

a) $-3x + 6$ b) $16x + 4$ c) $-2b + 11$

Indicador de logro

Calcule:

a) $(-4x + 6) \times \frac{1}{2}$

b) $(8a + 6) \div 2$

1. Calcular productos.

Ejemplo **2.16**

(8 min)

¿Qué operación se está dando entre $\frac{3}{2}$ y lo que está dentro del paréntesis?

* Indicar que aplicando la propiedad distributiva se determina su producto.

¿Puede simplificar las fracciones?

* La respuesta se deja simplificada.

2. Resolver *Ejercicio* **2.13**

(10 min)

Solución

a) $8x - 4$ b) $-2x + 3$

3. Expresar la división como una fracción y como una multiplicación.

Ejemplo **2.17**

(15 min)

* En el inciso a), ¿se puede expresar como una fracción la división?

* Enfatizar que $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$

¿Qué significa simplificar?

* Indicar que se simplifican numerador y denominador.

* Dejar la respuesta simplificada.

* En el inciso b), indicar que en este caso se utiliza el recíproco, luego aplicar la propiedad distributiva.

* Recalcar que para evitar multiplicar o dividir cantidades grandes estas se deben simplificar primero si es posible.

4. Resolver *Ejercicio* **2.14**

(12 min)

Solución

a) $4a + 3$ b) $-2x + 3$

c) $18a - 4$ d) $15x - 20$

Unidad 2: **Variables y expresiones**

Lección 2: (8/9) Operaciones con expresiones algebraicas

Sección 3: Producto y división de expresiones algebraicas

Objetivo:

- Calcular la multiplicación de un número por una expresión algebraica de dos términos.
- Calcular la división de una expresión algebraica de dos términos entre un número.

Ejemplo **2.16**

Calcule $\frac{3}{2}(6x - 2)$.

Solución:

$$\frac{3}{2}(6x-2) = \frac{3}{\cancel{2}_1} \times \cancel{6}^{3}x - \frac{3}{\cancel{2}_1} \times \cancel{2}^{1}$$
$$= 9x - 3$$

Otra forma de calcular

$$\frac{3}{2}(6x-2) = \frac{3}{\cancel{2}_1} \times \cancel{6}^{3}x + \frac{3}{\cancel{2}_1} \times (-\cancel{2}^{1})$$
$$= 9x - 3$$

Ejercicio **2.13** Calcule.

a) $\frac{2}{3}(12x - 6)$ b) $(-4x + 6) \times \frac{1}{2}$

Ejemplo **2.17**

Calcule.

a) $(6a + 12) \div (-3)$ b) $(12x - 18) \div \frac{3}{2}$

Solución:

a)
$$(6a + 12) \div (-3) = \frac{6a + 12}{-3}$$
$$= -\frac{6a + 12}{3}$$
$$= -\left(\frac{\cancel{6}^{2}a}{\cancel{3}_1} + \frac{\cancel{12}^{4}}{\cancel{3}_1}\right)$$
$$= -(2a + 4)$$
$$= -2a - 4$$

$$= \frac{\cancel{6}^{2}a + \cancel{12}^{4}}{-\cancel{3}_1}$$
$$= -2a - 4$$

b)
$$(12x - 18) \div \frac{3}{2} = (12x - 18) \times \frac{2}{3}$$
$$= \cancel{12}^{4}x \times \frac{2}{\cancel{3}_1} - \cancel{18}^{6} \times \frac{2}{\cancel{3}_1}$$
$$= 8x - 12$$

$$\frac{(\cancel{12}^{4}x - \cancel{18}^{6}) \times 2}{\cancel{3}_1}$$
$$= (4x - 6) \times 2$$
$$= 8x - 12$$

Puede calcular de la manera que más le guste.

Ejercicio **2.14** Calcule.

a) $(8a + 6) \div 2$ b) $(6x - 9) \div (-3)$

c) $(27a - 6) \div \frac{3}{2}$ d) $(-6x + 8) \div \left(-\frac{2}{5}\right)$

58

Unidad 2 - Variables y expresiones

Ejercicios adicionales

Calcule

a) $(10n + 15) \div \frac{5}{4}$ b) $(20a - 8) \div \frac{4}{3}$ c) $(5x - 25) \div \frac{5}{6}$ d) $(12b + 20) \div \frac{4}{3}$

Solución

a) $8n + 12$ b) $15a - 6$ c) $6x - 30$ d) $9b + 15$

Unidad 2: Variables y expresiones

Lección 2: (9/9) Operaciones con expresiones algebraicas

Sección 3: Producto y división de expresiones algebraicas

Objetivo:
- Calcular la multiplicación de un número por una expresión algebraica de dos términos con denominador.
- Sumar y restar expresiones algebraicas que implican multiplicación.

Ejemplo 2.18

Calcule $6 \times \frac{3a+4}{3}$.

$(3a + 4) \times 2 = 6a + 8$

Solución:

$6 \times \frac{3a+4}{3} = \cancel{6}^{2} \times \frac{(3a+4)}{\cancel{3}_{1}}$

$= 2 \times (3a + 4)$

$= 6a + 8$

otra manera

$\frac{6 \times (3a+4)}{3} = \frac{6 \times 3a + 6 \times 4}{3}$

$= \frac{18a + 24}{3}$

$= \frac{\cancel{18}^{6}a}{\cancel{3}_{1}} + \frac{\cancel{24}^{8}}{\cancel{3}_{1}}$

$= 6a + 8$

Ejercicio 2.15 Calcule.

a) $9 \times \frac{5m+1}{3}$ b) $15 \times \frac{a-1}{5}$ c) $\frac{-3x-5}{6} \times 3$

Piense ahora en la adición de expresiones algebraicas que implican multiplicación.

Ejemplo 2.19

Calcule.

a) $2(x + 4) + 3(2x - 1)$ b) $2(3x - 4) - 4(2x - 1)$

$a(b + c) = a \times b + a \times c$

Solución:

a) $2(x + 4) + 3(2x - 1) = 2x + 8 + 6x - 3$
$= 2x + 6x + 8 - 3$
$= 8x + 5$

b) $2(3x - 4) - 4(2x - 1) = 6x - 8 - 8x + 4$
$= 6x - 8x - 8 + 4$
$= -2x - 4$

Ejercicio 2.16 Calcule.

a) $8(x - 2) + 4(2x + 6)$ b) $6(a + 5) + 3(a - 10)$

c) $5(x - 3) - (x + 1)$ d) $7(x - 1) - 9(x - 2)$

59

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

Ejercicios adicionales

Calcule

a) $\frac{2x+3}{4} \times 8$ b) $15 \times \frac{3x-10}{5}$ c) $\frac{-3x-5}{8} \times (-6)$ d) $\frac{1}{2}(2x - 4) - 3(x + 1)$

Solución

a) $4x + 6$ b) $9x - 30$ c) $\frac{9x+15}{4}$ d) $-2x - 5$

Indicador de logro

Calcule:

a) $\frac{5m+3}{3} \times 9$

b) $5(x - 3) - (x + 1)$

1. **Calcular multiplicaciones y divisiones.** Ejemplo 2.18

(10 min)

¿Cómo se puede realizar el cálculo de $6 \times \frac{3a+4}{3}$?

¿Se puede simplificar antes de realizar el calculo?

* Observar el numerador 6 y el denominador 3.

¿Cuál es el resultado si se simplifica 6 y 3?

¿Qué debe hacer cuando queda 1 en su denominador?

¿Cuál es el resultado de $2 \times (3a + 4)$?

* De la otra manera sin hacer simplificación, ¿cómo quedaría expresada la multiplicación?

* Enfatice usar la propiedad distributiva en el numerador de la expresión.

* Recalcar que $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$

¿Cuál es el resultado?

2. **Resolver** Ejercicio 2.15

(15 min)

Solución

a) $15m + 3$

b) $3a - 3$

c) $\frac{-3x-5}{2}$

3. **Sumar y restar expresiones algebraicas que implican la multiplicación.** Ejemplo 2.19

(10 min)

* Observar si aplican la propiedad distributiva.

* Tener cuidado en los signos al multiplicar.

¿Cuál es el resultado?

4. **Resolver** Ejercicio 2.16

(10 min)

Solución

a) $16x + 8$

b) $9a$

c) $4x - 16$

d) $-2x + 11$

1 Escritura de cantidades como expresiones algebraicas. (De un lenguaje común a un lenguaje algebraico).

Solución

a) $x + 6$ b) $4a$ (cm)

c) $3c$ (cm) d) $x - 20$

2 Escriba las expresiones aplicando las reglas convencionales.

Solución

a) $-7x$ b) $3(x + 4)$

c) $100 - 2a$ d) $\frac{x - 9}{4}$

e) $-\frac{2a}{b}$

3 Encuentre el valor numérico en cada expresión según sea el valor de la variable.

Solución

a) -10 b) 17 c) 14

d) -2 e) -10 f) 0

Unidad 2: Variables y expresiones

(1/2) Ejercicios de la unidad

Objetivo: Confirmar lo aprendido sobre variables y expresiones.

Ejercicios

1 Exprese con variables.

a) Si x es un número, un número aumentado en 6.
b) El perímetro del cuadrado cuyo lado mide a cm.
c) El perímetro de un triángulo equilátero cuyo lado mide c cm.
d) Sea x un número, un número disminuido en 20.

2 Escriba siguiendo la regla convencional de expresiones algebraicas.

a) $x \times (-7)$ b) $(x + 4) \times 3$ c) $100 - a \times 2$

d) $(x - 9) \div 4$ e) $(-2) \times a \div b$

3 Encuentre el valor numérico para los valores que se indican.

a) $5x$; $x = -2$ b) $5x + 2$; $x = 3$ c) $10 - 2x$; $x = -2$

d) $\frac{14}{x}$; $x = -7$ e) $4x - 6y$; $x = 2$, $y = 3$ f) $-3x - 1$; $x = -\frac{1}{3}$

4 Complete la tabla calculando valor numérico de las expresiones dadas.

n	− 3	− 2	− 1	0	1	2	3
$2n$							
$2n + 1$							

60 Unidad 2 - Variables y expresiones

4 Encuentre el valor numérico de cada expresión.

n	− 3	− 2	− 1	0	1	2	3
$2n$	− 6	− 4	− 2	0	2	4	6
$2n + 1$	− 5	− 3	− 1	1	3	5	7

Unidad 2: Variables y expresiones

(2/2) Ejercicios de la unidad

Objetivo: Confirmar lo aprendido sobre variables y expresiones.

5 Para cada una de las siguientes expresiones algebraicas identifique los términos y los coeficientes de cada variable.

a) $-3x + 2$ b) $-3x + 2y - 5z$

c) $-x + 1$ d) $-\frac{3}{2}x - \frac{2}{3}y - \frac{1}{3}$

6 Simplifique los términos semejantes.

a) $3y - 5y + 7y$ b) $3x - 6x$ c) $-9a - 6a$

d) $8x + 6 - 3x - 3$ e) $5x - 2 - 4x + 8$ f) $-x + 1 - 8x + 3$

7 Calcule.

a) $3x - (5x - 1)$ b) $2a + (3a - 4)$

c) $-2x + 7 - (6x - 8)$ d) $3a - 9 - (2a + 1)$

8 Calcule utilizando la forma vertical.

a) $(3x - 5) + (-6x - 8)$ b) $(-4a - 5) + (3a - 2)$

c) $(6y - 3) + (-4y - 3)$

9 Calcule.

a) $(-5a) \times (-2)$ b) $6b \div 8$ c) $12a \times (-4)$ d) $3a \div 5$

e) $(-14a) \div (-2)$ f) $-21b \div (-7)$ g) $10x \div \frac{2}{3}$ h) $-\frac{2}{3}a \div 2$

i) $-8m \div \left(-\frac{4}{7}\right)$

10 Calcule.

a) $3(-5a - 3)$ b) $-5(a - b)$ c) $(-20b - 14) \div 2$

d) $(200x - 300) \div 100$ e) $9\left(2 - \frac{x}{3}\right)$ f) $-\frac{2a + 3}{6} \times 12$

g) $\frac{7a + 6}{6} \times 4$ h) $7x + 2(4 - 5x)$ i) $6(y - 7) - 3(4y + 5)$

j) $(-6a - 9) \div \frac{3}{5}$ k) $3(2a - 1) - 6(a - 1)$

61

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

5 Indicar los términos y los coeficientes de su variable.

Solución

a) Términos $-3x$, 2
Coeficiente variable x es -3

b) Términos $-3x$, $2y$, $-5z$
Coeficiente variable x es -3
Coeficiente variable y es 2
Coeficiente variable z es -5

c) Términos $-x$, 1
Coeficiente variable x es -1

d) Términos $-\frac{3}{2}x$, $-\frac{2}{3}y$, $-\frac{1}{3}$
Coeficiente variable x es $-\frac{3}{2}$
Coeficiente variable y es $-\frac{2}{3}$

6 Simplifique a un solo término los que son semejantes.

Solución

a) $5y$ b) $-3x$ c) $-15a$
d) $5x + 3$ e) $x + 6$ f) $-9x + 4$

7 Adición y substracción de expresiones algebraicas.

Solución

a) $-2x + 1$ b) $5a - 4$
c) $-8x + 15$ d) $a - 10$

8 Adición y substracción de expresiones algebraicas de forma vertical.

Solución

a) $-3x - 13$ b) $-a - 7$
c) $2y - 6$

9 Multiplicación (división) de expresiones algebraicas por (entre) un número.

Solución

a) $10a$ b) $\frac{3}{4}b$ c) $-48a$
d) $\frac{3}{5}a$ e) $7a$ f) $3b$
g) $15x$ h) $-\frac{1}{3}a$ i) $14m$

10 Multiplicación (división) de expresiones algebraicas de dos términos por (entre) un número.

Solución

a) $-15a - 9$ b) $-5a + 5b$ c) $-10b - 7$
d) $2x - 3$ e) $18 - 3x$ f) $-4a - 6$
g) $\frac{14a + 12}{3}$ h) $-3x + 8$ i) $-6y - 57$
j) $-10a - 15$ k) 3

* El inciso g) también puede expresarse así: $\frac{14a}{3} + 4$

Unidad 2: Variables y expresiones

¡La magia de los números!

1 2 3 4 5 6 7 8 9

① Seleccione mentalmente un número de 1 hasta 9.

8 3

② Quite 1 a ese número que usted seleccionó.

8 - 1 = 7 3 - 1 = 2

③ Doble el número que le resultó en el paso ②.

7 x 2 = 14 2 x 2 = 4

④ Agregue 3 al número que le quedó en el paso ③.

14 + 3 = 17 4 + 3 = 7

⑤ Quite el doble del número en el paso ① del número que le quedó en el paso ④.

17 - 2 x 8 = ? 7 - 2 x 3 = ?

¡El número que tienen ahora es ... 1!

¡Tenemos el mismo número!

Unidad 3
Ecuaciones de primer grado en una variable

Unidad 3

Ecuaciones de primer grado en una variable

(18 horas)

1 Expectativas de logro

- Reconocen la aplicabilidad de ecuaciones lineales en situaciones de la vida diaria.
- Resuelven problemas mediante ecuaciones lineales.

2 Relación y desarrollo

Séptimo grado

Variables y expresiones
- Expresión algebraica (EA)
- Reglas convencionales
- Expresión de cantidades con variables
- Valor numérico de EAs
- Términos y coeficientes de EAs
- Adición y sustracción de EAs
- Multiplicación y división de EAs

Ecuaciones de primer grado en una variable
- Ecuaciones de primer grado (Definición)
- Propiedades de la igualdad y sus aplicaciones
- Resolución de ecuaciones de primer grado
- Aplicación

Octavo grado

Polinomios
- Monomios y polinomios
- Adición y sustracción de polinomios
- Multiplicación y división de polinomios por un número
- Multiplicación y división de monomios

Sistema de dos ecuaciones de primer grado en dos variables
- Despeje de una variable
- Sistema de dos ecuaciones de primer grado (Definición)
- Resolución de sistemas mediante:
  - Tablas
  - Método de eliminación
  - Método de sustitución
- Varios tipos de sistemas
- Aplicación

Funciones de primer grado
- Funciones de primer grado
- Razón de cambio
- Sistema de coordenadas
- Gráfica de funciones de primer grado
- Expresión de una función de primer grado $y = ax + b$ mediante su gráfica
- Expresión de una función de primer grado $y = ax + b$ a partir de dos puntos
- Criterio de paralelismo y perpendicularidad
- Solución gráfica de una ecuación de primer grado en dos variables
- Gráfica de una ecuación de primer grado en dos variables
- Solución gráfica de sistemas de dos ecuaciones de primer grado en dos variables
- Aplicación

Noveno grado

Polinomios
- Multiplicación y división de un polinomio por un monomio
- Multiplicación de polinomios
- Valor numérico de un polinomio
- Productos notables
- Aplicación de productos notables
- Factorización de polinomios
- Aplicación de la factorización

Ecuaciones de segundo grado
- Ecuación de segundo grado (Definición)
- Resolución de ecuaciones mediante:
  - Sustitución de valores
  - Factorización
  - Raíz cuadrada
  - Completación de cuadrados
  - Fórmula cuadrática
- Aplicación

3 Plan de estudio (18 horas)

Lección	Distribución de horas	Contenidos
1. Ecuaciones de primer grado en una variable (12 horas)	1/12	• Ecuaciones de primer grado en una variable
	2~5/12	• Propiedades de la igualdad
	6/12	• Aplicación de las propiedades de la igualdad en la solución de ecuaciones de primer grado
	7~8/12	• Solución de ecuaciones de primer grado por transposición de términos
	9~12/12	• Resolución de ecuaciones de primer grado
2. Aplicación de las ecuaciones de primer grado (4 horas)	1/4	• Proceso de resolución de problemas con ecuaciones de primer grado
	2~4/4	• Resolución de problemas con ecuaciones de primer grado
Ejercicios (2 horas)	1~2/2	

4 Puntos de lección

Análisis de las pruebas diagnósticas 2016 - 2017

Ecuaciones de primer grado en una variable

Para resolver ecuaciones de primer grado, es muy importante que los estudiantes comprendan los conceptos de Números Positivos y Negativos (unidad 1) y Variables y Expresiones (unidad 2). Los resultados para esta unidad son los siguientes:

[Pregunta]

Resuelva las siguientes ecuaciones:

$x + 3 = 7$ Institutos: 43% CEB: 19% (2017)

$2x + 4 = 10$ Institutos: 38% CEB: 12% (2017)

En esta unidad también, aunque se utilizan números sencillos, los resultados son bajos. Si quiere cambiar las preguntas para hacerlos más difíciles, se pueden modificar los números (Por ejemplo, utilizan números negativos, fracciones y números decimales, etc.).

Sin embargo, antes de avanzar a ese nivel, hay que pensar si los estudiantes ya aprendieron bien las maneras de resolver ecuaciones de primer grado.

Lección 1: Ecuaciones de primer grado en una variable

En este grado se enseñan las ecuaciones de primer grado que contienen solo una variable ó incógnita con exponente uno. A estas se les llama ecuaciones de primer grado.

Una ecuación es una igualdad con una o más variables cuyos valores deben encontrarse.

Las soluciones de una ecuación son los valores que al sustituirlos por la variable hacen que la igualdad sea verdadera. Al comprobar si se cumple $7x + 24 = 45$ cuando $x = 3$ se expresa como:

$$7x + 24 = 45$$
$$7(3) + 24 \overset{?}{=} 45$$
$$21 + 24 \overset{?}{=} 45$$
$$45 \overset{\checkmark}{=} 45$$

Se escribe $\overset{\checkmark}{=}$ al final, pero antes de llegar a esta conclusión se expresa como $\overset{?}{=}$ porque todavía no sabe si se cumple o no.

Resolver una ecuación es encontrar la solución de la ecuación.

Para poder encontrar la solución de una ecuación de primer grado con una variable se aplican las propiedades de la igualdad que son:

a) Sumar el mismo número o expresión a ambos lados de la igualdad.

Ejemplo 1.5 del LE

$$x - 5 = 1$$

$$x - 5 + 5 = 1 + 5$$

$$x = 6$$

b) Restar el mismo número o expresión a ambos lados de la igualdad.

Ejemplo 1.6 del LE

$$x + 7 = 5$$

$$x + 7 - 7 = 5 - 7$$

$$x = -2$$

c) Multiplicar el mismo número o expresión a ambos lados de la igualdad.

Ejemplo 1.8 del LE

$$\frac{x}{3} = 4$$

$$\frac{x}{3} \times 3 = 4 \times 3$$

$$x = 12$$

d) Dividir el mismo número o expresión (diferente de cero) a ambos lados de la igualdad.

Ejemplo 1.9 del LE

$$2x = 6$$

$$2x \div 2 = 6 \div 2$$

$$x = 3$$

También lo podemos resolver de la forma:

$$2x = 6$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

Por lo general resolver una ecuación de primer grado con una variable es transformarla a la forma "$x = \square$".

Se llama transposición de términos al cambio de un término de un lado al otro cambiando su signo.

Se transponen los términos que contienen la variable x (incógnita) al lado izquierdo y los demás al lado derecho, después reducir los términos semejantes hasta obtener la forma $ax = b$, luego expresar como $x = \frac{b}{a}$.

Que es el proceso de encontrar el valor de x que es la solución de la ecuación donde $a \neq 0$

. **Ejemplo 1.13**

$$\begin{aligned} 5x - 4 &= 3x + 6 \\ 5x - 3x &= 6 + 4 \\ 2x &= 10 \\ \frac{2x}{2} &= \frac{10}{2} \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Sección 5: Se estudia la forma de resolver ecuaciones de primer grado con paréntesis **Ejemplo 1.16** del LE, con números decimales **Ejemplo 1.17** y con números racionales (fraccionarios) **Ejemplo 1.20** del LE.

Cuando hay paréntesis a ambos lados por lo general se eliminan. Cuando se tiene coeficientes y términos decimales se multiplica cada uno de los términos por 10, 100 y 1,000 según el número máximo de decimales que tengan los términos para convertir los términos de la ecuación a números enteros.

Cuando se tiene ecuaciones con fracciones una forma es multiplicar todos los términos por el mínimo común múltiplo (m. c. m.) de todos sus denominadores para convertir los coeficientes de la ecuación a números enteros, es importante hacer notar que al multiplicar por este número se está aplicando la propiedad 3 de la igualdad.

Lección 2: Aplicación de las ecuaciones de primer grado.

En esta lección se estudiará el proceso de resolución de problemas con ecuaciones de primer grado.

Ejemplo 2.1

Para que el valor encontrado sea la solución del problema, no es suficiente que el valor satisfaga la ecuación; hay que comprobar que el valor es adecuado a la situación del problema.

Sección 2: Resolución de problemas con ecuaciones de primer grado.

Ejemplo 2.2

Cuando sobran galletas, estas se suman a la cantidad que se repartió y cuando hacen falta galletas se restan a la cantidad repartida.

Como la cantidad de galletas es igual en cada caso se escribe la ecuación $9x - 2 = 6x + 7$.

El proceso para resolver problemas con ecuaciones de primer grado es el siguiente:

* Determinar los datos.
* Decidir qué cantidad se representa con la variable x y expresar las otras cantidades en términos de x.
* Expresar en la forma de una ecuación las cantidades iguales.
* Resolver la ecuación.

Ejemplo 2.3 del LE

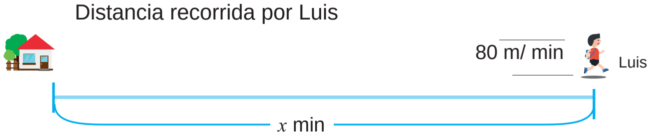
Distancia recorrida por Gloria.

Velocidad: 50 m/min

Tiempo: $6 + x$ (minutos)

Entonces: distancia recorrida $= 50\,(6 + x)$

Distancia recorrida por Luis



Cuando las dos personas se encuentren ambas habrán recorrido la misma distancia.

$$80x = 50\,(6 + x)$$

Plan de pizarra Lección 1 Sección 2 Página 84 y 85 de GD

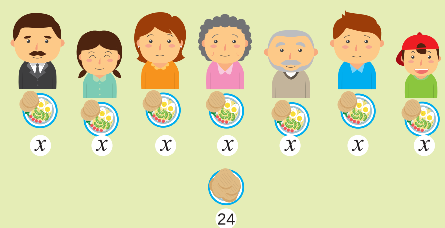
Tema: Ecuaciones de primer grado 1

Ejemplo 1.1 2 Pág. 64 3

La familia Hernández compró 45 tortillas para almorzar, cada miembro de la familia tiene la misma cantidad de tortillas en su plato, y hay 24 tortillas en una canasta sobre la mesa. Si la familia tiene 7 miembros en total ¿Cuántas tortillas tiene cada miembro en su plato?

Solución 4

La cantidad de tortillas que tiene cada miembro en su plato: x



Cantidad de tortillas repartidas en los 7 platos.	+	Tortillas en la canasta.	=	Total de tortillas.
$7x$	+	24	=	45

A esta expresión se le llama ecuación de primer grado en una variable.

6 Una ecuación es una igualdad con una o más variables cuyo valor o valores deben encontrarse.

6 Toda ecuación tiene 2 miembros, el lado izquierdo de la ecuación se llama primer miembro y el lado derecho se llama segundo miembro.

$$\underbrace{7x + 24}_{\text{primer miembro}} = \underbrace{45}_{\text{segundo miembro}}$$

Si se sustituye el valor de $x = 3$ en $7x + 24$, se obtiene:

$$\begin{aligned} 7x + 24 &= 7\,(3) + 24 \\ &= 21 + 24 \\ &= 45 \end{aligned}$$

4

Respuesta: Cada miembro de la familia tiene 3 tortillas en su plato.

6 **Solución de una ecuación** son los valores que hacen que la igualdad sea verdadera. **Resolver una ecuación** es encontrar la solución de la ecuación.

Ejercicio 1.1 2 Pág. 65 3

Para cuáles de las siguientes ecuaciones, $x = 3$ es una solución.

a) $x - 8 = 5$
No, porque
$x - 8 = 3$
cuando $x = 3$
$3 - 8 \stackrel{?}{=} 3$
$-5 \neq 3$

b) $4x - 5 = 7$
Sí, porque
$4x - 5 = 7$
cuando $x = 3$
$4(3) - 5 \stackrel{?}{=} 7$
$12 - 5 \stackrel{?}{=} 7$
$7 \stackrel{\checkmark}{=} 7$

c) $12 - x = 8$
No, porque
$12 - x = 8$
cuando x = 3
$12 - 3 \stackrel{?}{=} 8$
$9 \neq 8$

1 Al inicio de la clase escribir solo la palabra "**Tema**" y hasta el final de la clase (o en el desarrollo de la misma) escribir el contenido del tema.

2 Escribir el número del Ejemplo o Ejercicio.

3 Escribir el número de **Pág.** del LE para entender dónde se quedaron con respecto al tiempo.

4 Escribir la **Solución** y **Respuesta**.

5 En el problema planteado marcar los datos importantes para poder llegar a la respuesta.

6 Escribir la conclusión en un rectángulo de color rojo.

✓ Marcar en el Ejercicio cuando la solución o la respuesta sean correctas.

Nota: Los puntos aquí explicados no siempre aplican todos en un plan de pizarra.

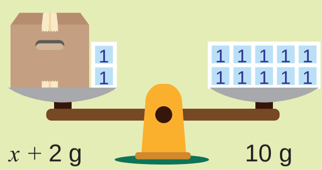
Tema: Propiedades de la igualdad 1

Ejemplo 1.2 2 Pág. 66 3

Encuentre el valor en gramos de la caja que hace que la balanza esté en equilibrio.

Solución 4

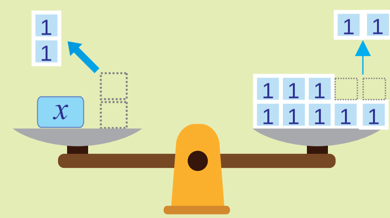
1 = 1 g



Como la balanza está en equilibrio se tiene que:

$$x + 2 = 10$$

Si lo que se quiere es conocer el valor de x (caja) se deben quitar 2 gramos a cado lado para que la balanza se mantenga en equilibrio.



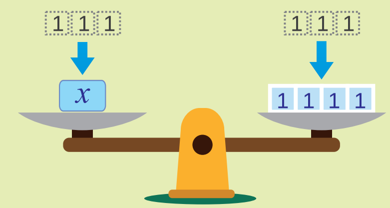
$$x + 2 - 2 = 10 - 2$$
$$x = 8$$

Respuesta: El valor de la caja es de 8 gramos. 4

6 Si existe equilibrio en una balanza, se puede quitar o agregar la misma cantidad a cada lado de la balanza y esta seguirá en equilibrio.

Ejercicio 1.2 2 Pág. 66 3

Seleccione que pasaría en la siguiente balanza si agregamos 3 gramos a cada uno de sus lados.



1 Se inclina a la izquierda
2 Se mantiene en equilibrio
3 Se inclina a la derecha

4

Respuesta: 2 Se mantiene en equilibrio ✓

1 Al inicio de la clase escribir solo la palabra "**Tema**" y hasta el final de la clase (o en el desarrollo de la misma) escribir el contenido del tema.

2 Escribir el número del Ejemplo o Ejercicio .

3 Escribir el número de **Pág.** del LE para entender dónde se quedaron con respecto al tiempo.

4 Escribir la **Solución** y **Respuesta**.

5 En el problema planteado marcar los datos importantes para poder llegar a la respuesta.

6 Escribir la conclusión en un rectángulo de color rojo.

✓ Marcar en el Ejercicio cuando la solución o la respuesta sean correctas.

Nota: Los puntos aquí explicados no siempre aplican todos en un plan de pizarra.

Indicador de logro

Para cuáles de las siguientes ecuaciones $x = 3$ es solución:

a) $x - 8 = 5$

b) $4x - 5 = 7$

c) $12 - x = 8$

1. **Expresar una ecuación de primer grado en una variable.** *Ejemplo* 1.1

(15 min)

* Luego identifiquen los datos del problema.

* ¿Cuántas tortillas se compraron?, ¿cuántas tortillas quedaron en la canasta?, ¿cuántos miembros tiene la familia Hernández?, ¿cuál es la pregunta que hay que resolver?

Si no sabe la cantidad de tortillas que hay en cada plato ¿con qué letra puede representar esa cantidad?, ¿cómo se le llama a esa letra?, ¿cómo expresa el PO de este problema?

* Expresar la ecuación.

* Definir una ecuación.

* Probar una ecuación de primer grado.

* Concluir con la definición de ecuación.

Unidad 3: Ecuaciones de primer grado en una variable

Lección 1: (1/12) Ecuaciones de primer grado en una variable

Sección 1: Ecuaciones de primer grado

Objetivo: Definir una ecuación de primer grado.

Unidad 3 Ecuaciones de primer grado en una variable

Lección 1: Ecuaciones de primer grado en una variable

Sección 1: Ecuaciones de primer grado

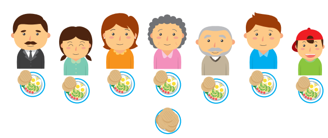
Ejemplo 1.1

La familia Hernández compró 45 tortillas para almorzar, cada miembro de la familia tiene la misma cantidad de tortillas en su plato, y hay 24 tortillas en una canasta sobre la mesa. Si la familia tiene 7 miembros en total ¿Cuántas tortillas tiene cada miembro en su plato?

Solución:

Para poder resolver el problema primero se debe identificar los datos del problema.

Los datos son:
La familia compró 45 tortillas.
Hay 24 tortillas en la canasta.
La familia tiene 7 miembros.



La interrogante es la cantidad de tortillas que tiene cada miembro de la familia en su plato, por lo tanto se va a expresar con la variable x.

Observe que puede decir que:

Cantidad de tortillas repartidas en los 7 platos.	+	Tortillas en la canasta.	=	Total de tortillas.
$7x$	+	24	=	45

A la expresión anterior se le llama ecuación de primer grado en una variable. En una ecuación el valor de la variable x es desconocido.

Una ecuación es una igualdad con una o más variables cuyo valor o valores deben encontrarse.

continúa en la siguiente página...

Unidad 3: **Ecuaciones de primer grado en una variable**

Lección 1: (1/12) Ecuaciones de primer grado en una variable

Sección 1: Ecuaciones de primer grado

Objetivo: Definir una ecuación de primer grado.

Toda ecuación tiene 2 miembros, el lado izquierdo de la ecuación se llama primer miembro y el lado derecho se llama segundo miembro.
Ejemplo: $\underbrace{7x + 24}_{\text{primer miembro}} = \underbrace{45}_{\text{segundo miembro}}$

Si se sustituye el valor de $x = 3$ en $7x + 24$, se obtiene:

$$\begin{aligned} 7x + 24 &= 7(3) + 24 \\ &= 21 + 24 \\ &= 45 \end{aligned}$$

El valor del primer miembro es igual al valor del segundo miembro de la ecuación.
Respuesta: Cada miembro de la familia tiene 3 tortillas en su plato.

Al comprobar sí se cumple $7x + 24 = 45$ cuando $x = 3$, se expresa como lo siguiente.

$$\begin{aligned} 7x + 24 &= 45 \quad \text{cuando } x = 3 \\ 7(3) + 24 &\overset{?}{=} 45 \\ 21 + 24 &\overset{?}{=} 45 \\ 45 &\overset{\checkmark}{=} 45 \end{aligned}$$

Se escribe $\overset{\checkmark}{=}$ al final, pero antes de llegar a esta conclusión se expresa como $\overset{?}{=}$, porque todavía no sabe sí se cumple o no.

Solución de una ecuación son los valores que hacen que la igualdad sea verdadera.
Resolver una ecuación es encontrar la solución de la ecuación.

Ejercicio 1.1 Para cuáles de las siguientes ecuaciones, $x = 3$ es una solución.

a) $x - 8 = 5$ b) $4x - 5 = 7$ c) $12 - x = 8$

Ejercicio adicional

Para cuáles de las siguientes ecuaciones $x = 2$ es una solución.

a) $4x + 3 = 11$ b) $x - 3 = 1$
c) $2x = 4$ d) $x - 5 = 7$

Solución

a) Sí b) No
c) Sí d) No

2. Identificar miembros de una ecuación.
(5 min)

3. Comprobar la solución de una ecuación.
(10 min)

* Con la ecuación $7x + 24 = 45$ pruebe con los estudiantes dando valores a $x = 1$, $x = 2$
  ¿Quién es x en el problema?, ¿si $x = 3$ se cumple la igualdad de la ecuación?, ¿cuántas tortillas tiene cada miembro en su plato?
* Comprobar que cuando $x = 3$ se cumple la ecuación $7x + 24 = 45$
* Enfatizar que se utiliza $\overset{\checkmark}{=}$ para confirmar, pero antes se debe escribir $\overset{?}{=}$ ya que no sabe si se cumple o no.

4. Definir solución de una ecuación.
(3 min)

* Enfatizar que solución y resolver son dos palabras muy diferentes.
* Escribir en la pizarra los conceptos.

5. Resolver Ejercicio 1.1
(12 min)

Solución

a) No, porque $x - 8 = 3$ cuando $x = 3$
$$3 - 8 \overset{?}{=} 3$$
$$-5 \neq 3$$

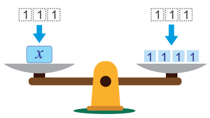
b) Sí, porque $4x - 5 = 7$ cuando $x = 3$
$$4(3) - 5 \overset{?}{=} 7$$
$$12 - 5 \overset{?}{=} 7$$
$$7 \overset{\checkmark}{=} 7$$

c) No, porque $12 - x = 8$ cuando $x = 3$
$$12 - 3 \overset{?}{=} 8$$
$$9 \neq 8$$

Indicador de logro

Seleccione que pasaría en la siguiente balanza si agregamos 3 gramos a cada uno de sus lados

1. Se inclina a la izquierda
2. Se mantiene en equilibrio
3. Se inclina a la derecha



1. Introducir propiedades 1 y 2 de la igualdad.

Ejemplo 1.2

(30 min)

En este ejemplo puede hacer uso de su creatividad.

* Elaborar balanza y contrapesos, si no dibuje en la pizarra cada uno de los pasos, utilizando marcador con colores diferentes.
* Observar el dibujo, ¿conoce algunos valores?

  Ahora si sustituye el valor de la caja por x ¿cómo queda la expresión?

  Expresar la ecuación relacionando lado izquierdo con lado derecho.
* Quitar a ambos lados la misma cantidad.
* Para que la balanza se mantenga en equilibrio, ¿quién hace el equilibrio según el problema?, ¿cómo se puede encontrar el valor de la caja para mantener el equilibrio en la balanza?,¿qué hacer para obtener el valor de la variable?
* Enfatizar que para que la balanza se mantenga en equilibrio se tiene que retirar la misma cantidad a ambos lados de la balanza.
* Concluir con lo que se debe hacer para mantener el equilibrio.

Unidad 3: **Ecuaciones de primer grado en una variable**

Lección 1: (2/12) Ecuaciones de primer grado en una variable

Sección 2: Propiedades de la igualdad

Objetivo: Resolver ecuaciones de primer grado utilizando balanzas.

Sección 2: Propiedades de la igualdad

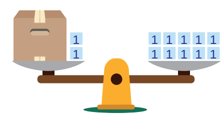
Ejemplo 1.2

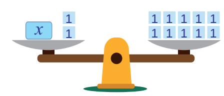
Encuentre el valor en gramos de la caja que hace que la balanza esté en equilibrio.

Solución:

Observe que la caja equivale a una cantidad de gramos que se desconoce, y cada 1 equivale a 1 gramo.

Como no se conoce el peso de la caja se puede expresar con una variable "x" y se representa en la balanza con x. Observe que en el lado izquierdo de la balanza se tiene $x + 2$ gramos y en el lado derecho 10 gramos.



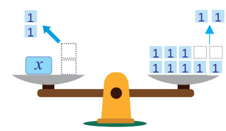


Como la balanza está en equilibrio se tiene que:

$$x + 2 = 10$$

Si lo que se quiere es conocer el valor de x se deben quitar 2 gramos del lado izquierdo pero a la vez se deben quitar 2 gramos del lado derecho para que la balanza se mantenga en equilibrio.

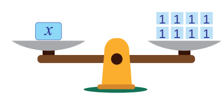
$$x + 2 - 2 = 10 - 2$$



Por tanto si se quitan 2 gramos a ambos lados de la ecuación se obtiene

$$x = 8$$

Éste es el valor que debe tener la caja para que la balanza esté en equilibrio.

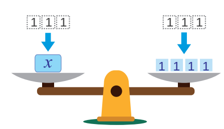


Respuesta: El valor de la caja es de 8 gramos.

Si existe equilibrio en una balanza, se puede quitar o agregar la misma cantidad a cada lado de la balanza y esta seguirá en equilibrio.

Ejercicio 1.2 Seleccione que pasaría en la siguiente balanza si agregamos 3 gramos a cada uno de sus lados.

1. Se inclina a la izquierda
2. Se mantiene en equilibrio
3. Se inclina a la derecha



66 Unidad 3 - Ecuaciones de primer grado en una variable

2. Resolver Ejercicio 1.2

(15 min)

Solución

2, porque agrega la misma cantidad a ambos lados.

Unidad 3: Ecuaciones de primer grado en una variable

Lección 1: (3/12) Ecuaciones de primer grado en una variable

Sección 2: Propiedades de la igualdad

Objetivo: Resolver ecuaciones de primer grado utilizando balanzas.

Ejemplo 1.3

Encuentre el valor de x que hace que la balanza esté en equilibrio.

Solución:

Utilizando la balanza se puede representar una ecuación de la siguiente manera

$$2x = 8$$

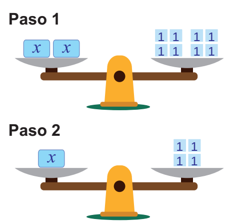
Ahora observe que cada plato tiene 2 partes iguales y si retiramos x en un plato corresponde retirar 4 gramos en el otro plato.

Para que la balanza se mantenga en equilibrio se sabe que x gramos equivalen a 4 gramos, por tanto se puede decir que:

$$x = 4$$

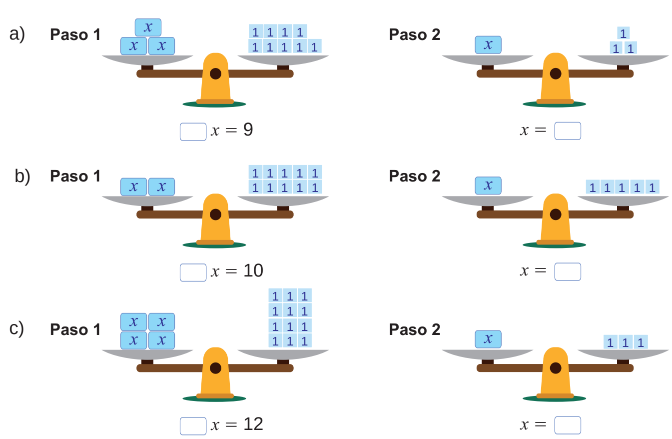
Hace que la balanza esté en equilibrio y así la ecuación sea verdadera.

Respuesta: El valor de x es 4 gramos.



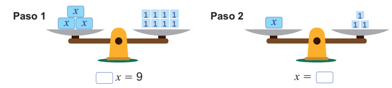
En los temas siguiente se aprenderá a resolver ecuaciones de primer grado utilizando estas propiedades que son conocidas como propiedades de igualdad.

Ejercicio 1.3 Observe la balanza, complete la ecuación en el **paso 1** y que significa x en el **paso 2**.



Indicador de logro

Observe la balanza, complete la ecuación y que significa x en el paso 2



1. **Introducir propiedades 1 y 2 de la igualdad.**
   Ejemplo 1.3
   (25 min)
   Si no tiene la balanza como material concreto puede hacer uso del dibujo.

* Dibujar en la pizarra un paso a la vez y pedir a los estudiantes que escriban la expresión a un lado del dibujo.

* Para que la balanza se mantenga en equilibrio, ¿qué pasa si retiramos una x a un lado de la balanza?

* Se puede concluir que el valor de x es 4 gramos para que la balanza se mantenga en equilibrio.

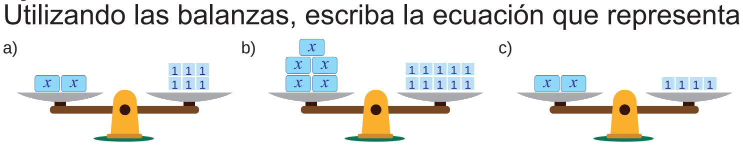
2. **Resolver Ejercicio 1.3**
   (20 min)
   Solución
   a) **Paso 2:** $3x = 9$
   Paso 2: $x = 3$ (cada x equivale a 3 gramos)

   b) **Paso 1:** $2x = 10$
   Paso 2: $x = 5$ (cada x equivale a 5 gramos)

   c) **Paso 1:** $4x = 12$
   Paso 2: $x = 3$ (cada x equivale a 3 gramos)

Ejercicio adicional

Utilizando las balanzas, escriba la ecuación que representa.



Solución

a) $2x = 6$　　b) $5x = 10$　　c) $2x = 4$

Indicador de logro

Resuelva aplicando la propiedad 1 y 2 de la igualdad

a) $x - 4 = 3$

b) $x + 2 = 10$

1. Conocer las propiedades 1 y 2 de la igualdad.

Ejemplo **1.4**

(10 min)

* Dibujar en el pizarrón la primera balanza y a la derecha la segunda balanza describiendo la operación 1, ¿qué sucedió en la segunda balanza si al observar se mantiene en equilibrio?
* Todavía no escriba 1 y 2 en flechas hasta que concluya.

  Se puede concluir que a ambos lados se le agregó el mismo peso.

  Se debe enfatizar que la palabra agregar se puede relacionar con la suma.

  Observar la balanza de derecha a izquierda describiendo la operación 2.

  ¿Qué sucede en la primera balanza si se mantiene siempre en equilibrio?
* Concluir que a ambos lados se retiró o se quitó el mismo peso.
* Enfatizar que las palabras retirar o quitar se relacionan con la resta.

2. Definir las propiedades 1 y 2 de la igualdad.

(5 min)

* Escribir en el pizarrón la propiedades 1 y 2.
* Concluir que la palabra agregar se asocia a la suma y que las palabras retirar o quitar se asocia a la resta.
* Concluir que para resolver una ecuación con variable x, la igualdad se transforma a $x = \square$.

Unidad 3: **Ecuaciones de primer grado en una variable**

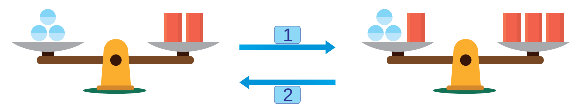
Lección 1: (4/12) Ecuaciones de primer grado en una variable

Sección 2: Propiedades de la igualdad

Objetivo: Resolver ecuaciones de primer grado utilizando las propiedades 1 y 2 de la igualdad.

Ejemplo **1.4**

Describa la situación de la balanza de la derecha después de efectuar la operación 1 y ¿qué hace la operación 2 ?



Solución:

Observe que la balanza de la izquierda está en equilibrio y al efectuar la operación 1 la balanza sigue en equilibrio.

→ Observe que en la operación 1 se le agrega a cada plato de la balanza de la izquierda el mismo peso, por lo cual se puede relacionar esta operación con la suma.

→ Ahora observe que en la operación 2 se le quita a cada plato de la balanza de la derecha el mismo peso, por lo cual se puede relacionar esta operación con la resta.

De lo anterior se establecen las **propiedades de la igualdad**:

1 Si se suma el mismo número o expresión a ambos lados de una igualdad, la igualdad se mantiene, es decir si $A = B$ entonces $A + C = B + C$

2 Si se resta el mismo número o expresión a ambos lados de una igualdad, la igualdad se mantiene, es decir si $A = B$ entonces $A - C = B - C$

Para resolver una ecuación con variable x se aplican las propiedades de la igualdad transformándola a la forma $x = \square$

continúa en la siguiente página...

Unidad 3: **Ecuaciones de primer grado en una variable**

Lección 1: (4/12) Ecuaciones de primer grado en una variable

Sección 2: Propiedades de la igualdad

Objetivo: Resolver ecuaciones de primer grado utilizando las propiedades 1 y 2 de la igualdad.

Ejemplo 1.5

Resuelva la ecuación $x - 5 = 1$ aplicando la propiedad 1 de la igualdad.

Solución:

Aplicando la propiedad 1 de la igualdad se obtiene

$$x - 5 = 1$$
$$x - 5 + 5 = 1 + 5 \quad \text{... Sumar 5 a ambos lados de la ecuación}$$
$$x = 6$$

$5 - 5 = 0$
$-5 + 5 = 0$

Observe que lo que se quiere es dejar al lado izquierdo de la ecuación sólo la variable x.

Comprobación: Cuando $x = 6$

$$x - 5 = 1$$
$$6 - 5 \stackrel{?}{=} 1$$
$$1 \stackrel{\checkmark}{=} 1$$

Por lo tanto la solución es correcta.

Ejercicio 1.4 Resuelva las siguientes ecuaciones aplicando la propiedad 1 de la igualdad.

a) $x - 4 = 3$ b) $x - 1 = 7$

Ejemplo 1.6

Resuelva la ecuación $x + 7 = 5$ aplicando la propiedad 2 de la igualdad.

Aplicando la propiedad 2 de la igualdad se obtiene

$$x + 7 = 5$$
$$x + 7 - 7 = 5 - 7 \quad \text{... Restar 7 a ambos lados de la ecuación}$$
$$x = -2$$

Una vez resuelta la ecuación es conveniente sustituir el valor de x en la ecuación original para asegurar que la solución es correcta.

Comprobación: Cuando $x = -2$,

$$x + 7 = 5$$
$$(-2) + 7 \stackrel{?}{=} 5$$
$$5 \stackrel{\checkmark}{=} 5$$

Por lo tanto la solución es correcta.

Ejercicio 1.5 Resuelva las siguientes ecuaciones aplicando la propiedad 2 de la igualdad.

a) $x + 2 = 10$ b) $4 + x = 15$

69

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

Ejercicios adicionales

Resuelva aplicando propiedades 1 y 2 de la igualdad.

a) $x - 4 = 2$ b) $x - 7 = 1$
c) $x + 2 = 8$ d) $3 + x = 7$

Solución

a) $x = 6$ b) $x = 8$ c) $x = 6$ d) $x = 4$

Indicador de logro

Resuelva aplicando la propiedad 1 y 2 de la igualdad

a) $x - 4 = 3$
b) $x + 2 = 10$

3. Resolver ecuaciones de primer grado aplicando las propiedades de la igualdad. Ejemplo 1.5

(8 min)

* En la ecuación $x - 5 = 1$, ¿qué queremos encontrar?
* Recalcar que a un solo lado de la igualdad queda solo x. ¿Qué número se debe quitar para que quede solo x?
* Si se quiere quitar -5, ¿qué número debe sumar para que sea igual a cero?
* Use un color diferente para sumar ese número.
* ¿Qué propiedad es?
* Enfatizar que se utiliza $\stackrel{\checkmark}{=}$ al final para confirmar la solución, pero antes se debe escribir $\stackrel{?}{=}$ ya que no sabe si se cumple o no.

4. Resolver Ejercicio 1.4

(7 min)

Solución

a) $x = 7$ b) $x = 8$

5. Resolver ecuaciones de primer grado aplicando las propiedades de la igualdad. Ejemplo 1.6

(10 min)

* Desarrollar el Ejemplo 1.6 aplicando la propiedad 2 de la misma manera que el Ejemplo 1.5.

6. Resolver Ejercicio 1.5

(5 min)

Solución

a) $x = 8$ b) $x = 11$

Indicador de logro

Resuelva aplicando la propiedad 3 y 4 de la igualdad

a) $\frac{x}{5} = -1$

b) $5x = 40$

1. Conocer las propiedades 3 y 4 de la igualdad.

Ejemplo 1.7

(10 min)

* Dibujar en el pizarrón la balanza de la izquierda y luego la de la derecha describiendo la operación 3, ¿qué sucedió en la segunda balanza si al observar se mantiene en equilibrio?
* Todavía no escriba la operación 3 y 4 en flechas hasta que concluya.
* Concluir que a ambos lados de la balanza se duplicó la misma cantidad que tiene cada plato.
* Enfatizar que la palabra duplicar se puede relacionar con la multiplicación o sea que se multiplicó a ambos lados la misma cantidad de cada plato.
* Concluir que es la propiedad 3.
* Observar las balanzas de derecha a izquierda describiendo la operación 4.

  ¿Qué sucede con la balanza de la izquierda?, ¿se mantiene siempre en equilibrio?
* Concluir que a ambos lados se redujo a la mitad el peso que hay en cada plato.
* Si desea encontrar la mitad de cada uno de los platos entonces puede relacionarlo con la división es decir lo divide entre 2 a ambos lados y está es la propiedad 4.

2. Definir propiedades 3 y 4 de la igualdad.

(5 min)

* Escribir en el pizarrón la propiedades 3 y 4 de la igualdad.

Unidad 3: Ecuaciones de primer grado en una variable

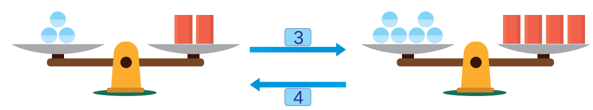
Lección 1: (5/12) Ecuaciones de primer grado en una variable

Sección 2: Propiedades de la igualdad

Objetivo: Resolver ecuaciones de primer grado utilizando las propiedades 3 y 4 de la igualdad.

Ejemplo 1.7

Describa la situación de la balanza de la derecha después de efectuar la operación 3 y ¿qué hace la operación 4?



Solución:

Observe que al efectuar la operación 3 lo que se hace es duplicar el peso de cada plato de la balanza de la izquierda.

Al efectuar la operación 4 observe que se reduce a la mitad el peso que hay en cada plato de la balanza de la derecha.

También son **propiedades de la igualdad**:

3 Si se multiplica el mismo número o expresión a ambos lados de una igualdad, la igualdad se mantiene, es decir si $A = B$ entonces $A \times C = B \times C$

4 Si se divide el mismo número o expresión (diferente de cero) a ambos lados de una igualdad, la igualdad se mantiene, es decir si $A = B$, $C \neq 0$, entonces $A \div C = B \div C$

$C \neq 0$ quiere decir que C es distinto de cero

Observe que $A \div C = B \div C$ se puede expresar como $\frac{A}{C} = \frac{B}{C}$

Ejemplo 1.8

Resuelva la ecuación $\frac{x}{3} = 4$ aplicando la propiedad 3 de la igualdad.

Solución:

Aplicando la propiedad 3 de la igualdad se obtiene

$$\frac{x}{3} = 4$$

$$\frac{x}{3} \times 3 = 4 \times 3 \quad \text{... Multiplicar por 3 ambos lados de la ecuación}$$

$$x = 12$$

Para cambiar a la forma $x = \square$ cancelar el denominador $\frac{x}{\cancel{3}_1} \times \cancel{3}^1 = x$

Ejercicio 1.6 Resuelva las siguientes ecuaciones aplicando la propiedad 3 de la igualdad.

a) $\frac{x}{5} = -1$ b) $\frac{x}{4} = -3$ c) $\frac{x}{3} = 2$

70 *Unidad 3 - Ecuaciones de primer grado en una variable*

* Concluir que la palabra duplicar está asociada a multiplicar por 2 y que las palabra mitad está asociada a dividir entre 2.
* Concluir que si se multiplica o se divide por o entre el mismo número a ambos lados de la igualdad, está siempre se mantiene (no cambia).

continúa en la siguiente página...

Unidad 3: Ecuaciones de primer grado en una variable

Lección 1: (5/12) Ecuaciones de primer grado en una variable

Sección 2: Propiedades de la igualdad

Objetivo: Resolver ecuaciones de primer grado utilizando las propiedades 3 y 4 de la igualdad.

Indicador de logro

Resuelva aplicando la propiedad 3 y 4 de la igualdad

a) $\frac{x}{5} = -1$

b) $5x = 40$

Ejemplo 1.9

Resuelva la ecuación $2x = 6$, aplicando la propiedad 4 de la igualdad.

Solución

Aplicando la propiedad 4 de la igualdad se obtiene

$$2x = 6$$

$$2x \div \boxed{2} = 6 \div \boxed{2}$$ ... Dividir entre 2 ambos lados de la ecuación

$$x = 3$$

También lo podemos resolver de la siguiente forma:

$$2x = 6$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

Ejercicio 1.7 Resuelva las siguientes ecuaciones aplicando la propiedad 4 de la igualdad.

a) $5x = 40$

b) $7x = -21$

c) $-8x = -16$

71

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

Ejercicio adicional

Aplique las propiedades 3, 4 y resuelva:

a) $2x = 4$ b) $\frac{x}{3} = -2$

c) $8x = -24$ d) $-\frac{x}{6} = -5$

Solución

a) $x = 2$ b) $x = -6$ c) $x = -3$ d) $x = 30$

3. Resolver ecuaciones de primer grado aplicando propiedad 3. *Ejemplo* 1.8

(7 min)

* En la ecuación $\frac{x}{3} = 4$, ¿qué quiere encontrar?

¿Qué puede hacer para cancelar el denominador 3?

¿Qué propiedad debe aplicar, para obtener el valor de x?

* Si se multiplica por 3 a ambos lados, ¿cuál es el valor de x?

4. Resolver *Ejercicio* 1.6

(8 min)

Solución

a) $x = -5$

b) $x = -12$

c) $x = 6$

5. Resolver ecuaciones de primer grado aplicando propiedad 4. *Ejemplo* 1.9

(5 min)

* En la ecuación $2x = 6$, ¿qué se va a encontrar?

¿Qué hace 2 con respecto a x?, ¿cuál es la operación contraria a la multiplicación?

Entonces dividiendo a ambos lados de la igualdad entre 2, ¿cuál es el valor de x?

* Concluir que es la propiedad 4.

* También puede enfatizar que la división la puede expresar como una fracción y que se debe reducir a su mínima expresión (simplificación).

6. Resolver *Ejercicio* 1.7

(10 min)

Solución

a) $x = 8$

b) $x = -3$

c) $x = 2$

Indicador de logro

Resuelva $6x + 3 = 21$ aplicando las propiedades de la igualdad.

1. Resolver ecuaciones de primer grado aplicando las propiedades de la igualdad.

Ejemplo 1.10

(25 min)

¿Cuál es el valor de x?

* Puede usar marcadores con colores diferentes para poder distinguir las propiedades de la igualdad.

* Al final deje que el estudiante realice su comprobación en casa, pero en este caso no es tan necesario siempre que haya aplicado correctamente las propiedades de la igualdad.

2. Resolver Ejercicio 1.8

(20 min)

Solución

a) $x = 3$ b) $x = 2$ c) $x = 10$

d) $x = 8$ e) $x = 15$ f) $x = 3$

Unidad 3: Ecuaciones de primer grado en una variable

Lección 1: (6/12) Ecuaciones de primer grado en una variable

Sección 3: Aplicación de las propiedades de la igualdad en la solución de ecuaciones de primer grado

Objetivo: Aplicar propiedades de la igualdad para encontrar la solución de ecuaciones de primer grado.

Sección 3: Aplicación de las propiedades de la igualdad en la solución de ecuaciones de primer grado

Ejemplo 1.10

Resuelva las siguientes ecuaciones aplicando las propiedades de la igualdad.

a) $3x - 7 = 5$ b) $\frac{1}{3}x + 5 = 11$ c) $\frac{3x}{2} - 3 = 3$

Solución:

a) $3x - 7 = 5$

$3x - 7 + 7 = 5 + 7$ ... Propiedad 1 de la igualdad (sumar 7 a ambos lados)

$3x = 12$

$\frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$ ... Propiedad 4 de la igualdad (dividir entre 3 a ambos lados)

$x = 4$

b) $\frac{1}{3}x + 7 = 11$

$\frac{1}{3}x + 7 - 7 = 11 - 7$ ... Propiedad 2 (restar 7 a ambos lados)

$\frac{1}{3}x = 4$

$\frac{1}{3}x \times 3 = 4 \times 3$ ... Propiedad 3 (multiplicar por 3 ambos lados)

$x = 12$

c) $\frac{3x}{2} - 3 = 3$

$\frac{3x}{2} - 3 + 3 = 3 + 3$ ... Propiedad 1 (sumar 3 a ambos lados)

$\frac{3x}{2} = 6$

$\frac{3x}{2} \times 2 = 6 \times 2$ ... Propiedad 3 (multiplicar por 2 ambos lados)

$3x = 12$

$\frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$ ... Propiedad 4 (dividir entre 3 a ambos lados)

$x = 4$

Otra forma de resolverlo

$\frac{3x}{2} = 6$

$\frac{3x}{2} \times \frac{2}{3} = 6 \times \frac{2}{3}$

$x = 4$

Ejercicio 1.8 Resuelva aplicando las propiedades de la igualdad.

a) $6x + 3 = 21$ b) $4x - 1 = 7$ c) $\frac{1}{5}x + 2 = 4$

d) $\frac{x}{2} + 10 = 14$ e) $\frac{2x}{5} = 6$ f) $\frac{4x}{3} - 2 = 2$

Ejercicio adicionales

Aplique las propiedades de la igualdad en:

a) $2x - 5 = 7$ b) $\frac{x}{3} + 5 = -3$ c) $9x + 6 = 24$ d) $-\frac{x}{6} - 1 = -5$

Solución

a) $x = 6$ b) $x = -24$ c) $x = 2$ d) $x = 24$

Unidad 3: **Ecuaciones de primer grado en una variable**

Lección 1: (7/12) Ecuaciones de primer grado en una variable

Sección 4: Solución de ecuaciones de primer grado por transposición de términos

Objetivo: Encontrar la solución de una ecuación usando transposición de términos.

Sección 4: Solución de ecuaciones de primer grado por transposición de términos

Ejemplo 1.11 Resuelva la ecuación $x - 4 = 5$.

Solución:

$x - 4 = 5$

$x - 4 + 4 = 5 + 4$ ... Propiedad 1 de la igualdad (sumar 4 a ambos lados)

$x = 5 + 4$

$x = 9$

Observando:

caso 1

$x - 4 = 5$

$x - 4 + 4 = 5 + 4$

$x = 5 + 4$

$x = 9$

caso 2

$x - 4 = 5$

$x = 5 + 4$

$x = 9$

Se puede omitir un paso y directamente se puede pasar -4 a lado derecho cambiando su signo, quedando $+4$.

El proceso de trasladar un término de un lado de la ecuación al otro lado cambiando su signo se llama **transposición**.

Ejercicio 1.9 Resuelva las siguientes ecuaciones utilizando transposición. (observe el caso 2 del **Ejemplo 1.11**)

a) $x - 1 = 8$ b) $4x - 5 = 3$

Ejemplo 1.12 Resuelva la ecuación $5x = 4x + 12$.

Solución:

$5x = 4x + 12$

$5x - 4x = 4x - 4x + 12$ ... Propiedad 2 de la igualdad (restar $4x$ a ambos lados)

$5x - 4x = 12$

$x = 12$

Observando:

caso 1

$5x = 4x + 12$

$5x - 4x = 4x - 4x + 12$

$5x - 4x = 12$

$x = 12$

caso 2

$5x = 4x + 12$

Transposición

$5x - 4x = 12$

$x = 12$

Se puede omitir un paso y directamente se puede pasar $4x$ a lado izquierdo cambiando su signo, quedando $-4x$.

Observe que también se puede aplicar la transposición a términos que tienen variables.

Ejercicio 1.10 Resuelva las siguientes ecuaciones utilizando transposición. (observe el caso 2 del **Ejemplo 1.12**)

a) $6x = -2x + 8$ b) $2x = 7x + 5$

73

Libro del Estudiante - Matemáticas 7° grado

Ejercicio adicional

Resuelva las siguientes ecuaciones utilizando la transposición de términos.

a) $2x - 2 = 4$ b) $2x = 5x + 6$ c) $4x - 4 = 12$

Solución

a) $x = 3$ b) $x = -2$ c) $x = 4$

Indicador de logro

Resuelva $4x - 5 = 3$ utilizando transposición

1. **Resolver una ecuación por transposición de términos.**
   Ejemplo 1.11
   (10 min)
   * Desarrollar el ejemplo de igual manera como aparece en el libro del estudiante.
   * Usar marcador con colores diferentes para resolver la misma ecuación a la par es decir horizontalmente y así el estudiante pueda notar su diferencia. ¿Cuál es la diferencia entre ambos procesos?

2. **Definir transposición**
   (5 min)
   * Enfatizar en qué consiste la transposición de términos.

3. **Resolver Ejercicio 1.9**
   (10 min)
   Solución
   a) $x = 9$ b) $x = 2$

4. **Aplicar transposición a términos que tienen variables.**
   Ejemplo 1.12
   (10 min)
   * Usar la misma estrategia del **Ejemplo 1.11**
   * Desarrollar de igual manera como está en el libro del estudiante.
   * Notar que usando marcadores con colores diferentes los estudiantes entienden mejor.
   * Enfatizar que a un lado de la igualdad se deben dejar los términos con variables y al otro lado de la igualdad los términos que no tienen variables.
   * Notar que puede usar cualquiera de las dos formas (caso 1 o caso 2).

5. **Resolver Ejercicio 1.10**
   (10 min)
   Solución
   a) $x = 1$ b) $x = -1$

Indicador de logro

Resuelva por transposición de términos $9x - 3 = 5x + 9$

1. **Resolver usando la transposición de términos.**

   Ejemplo 1.13

   (5 min)

* Enfatizar en este caso, que tendrán que transponer los términos con variables y sin variables de ambos miembros.

* Seguir la misma estrategia empleada en los ejemplos anteriores.

2. **Resolver** Ejercicio 1.11

   (12 min)

   Solución

   a) $x = 2$ b) $x = 1$

   c) $x = 3$ d) $x = -3$

3. **Resolver una ecuación por transposición.**

   Ejemplo 1.14

   (8 min)

* Enfatizar en este caso, que tendrán que transponer los términos con variables y sin variables de ambos miembros.

4. **Indicar el procedimiento para resolver una ecuación de primer grado.**

   (5 min)

* Escribir en la pizarra los pasos para resolver una ecuación de primer grado.

5. **Resolver** Ejercicio 1.12

   (15 min)

   Solución

   a) $x = 3$

   b) $x = 3$

   c) $x = 4$

   d) $x = 6$

   e) $x = 6$

   f) $x = 3$

Unidad 3: Ecuaciones de primer grado en una variable

Lección 1: (8/12) Ecuaciones de primer grado en una variable

Sección 4: Solución de ecuaciones de primer grado

Objetivo: Encontrar la solución de una ecuación usando transposición de términos.

Ejemplo 1.13 Resuelva la siguiente ecuación $5x - 4 = 3x + 6$ utilizando transposición.

Solución:

$$5x - 4 = 3x + 6$$
$$5x - 3x = 6 + 4$$
$$2x = 10$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{10}{2}$$
$$x = 5$$

Observe que se omitieron pasos

$5x - 4 = 3x + 6$

$5x - 3x = 6 + 4$

Observe que en la ecuación $5x - 4 = 3x + 6$ se transponen los términos que contienen x al lado izquierdo y los demás términos al lado derecho.

Ejercicio 1.11 Resuelva las siguientes ecuaciones utilizando transposición.

a) $2x - 5 = -4x + 7$ b) $4x + 1 = x + 4$

c) $6x - 5 = 2x + 7$ d) $-2x - 1 = 3x + 14$

Ejemplo 1.14

Resuelva la ecuación $7x - 3 = 9x + 23$ por medio de la transposición.

Solución:

$7x - 3 = 9x + 23$

$7x - 9x = 23 + 3$ ... Transponer $9x$ y -3

$-2x = 26$ ... Reducir los términos semejantes

$\frac{-2x}{-2} = \frac{26}{-2}$ ... Dividir entre -2 (propiedad 4)

$x = -13$

Observe que omitimos pasos

$7x - 3 = 9x + 23$

$7x - 9x = 23 + 3$

$-2x = 26$

$x = \frac{\overset{13}{\cancel{26}}}{\underset{1}{\cancel{-2}}}$

$x = -13$

Procedimiento para resolver una ecuación de primer grado

1. Transponer los términos con x al lado izquierdo y los otros al lado derecho.
2. Reducir los términos semejantes en cada lado y escribir la ecuación en la forma $ax = b$.
3. Dividir ambos miembros de la ecuación $ax = b$, entre a con $a \neq 0$ para encontrar el valor de x que es la solución de la ecuación.

Ejercicio 1.12 Resuelva las siguientes ecuaciones por transposición de términos.

a) $9x - 3 = 5x + 9$ b) $-3x + 5 = -x - 1$ c) $2x + 5 = 4x - 3$

d) $8x - 2 = 6x + 10$ e) $4x + 8 = 20 + 2x$ f) $9x + 4 = 25 + 2x$

74 Unidad 3 - Ecuaciones de primer grado en una variable

Unidad 3: **Ecuaciones de primer grado en una variable**

Lección 1: (9/12) Ecuaciones de primer grado en una variable

Sección 5: Resolución de ecuaciones de primer grado

Objetivo: Encontrar la solución de una ecuación de primer grado con signo de agrupación.

Sección 5: Resolución de ecuaciones de primer grado

Ejemplo 1.15

Resuelva la ecuación $2(x - 3) = -x + 9$.

Solución:

$2(x - 3) = -x + 9$
$2x - 6 = -x + 9$ ... Eliminar paréntesis
$2x + x = 9 + 6$ ... Transponer términos
$3x = 15$ ... Reducir los términos semejantes
$\frac{3x}{3} = \frac{15}{3}$ ... Dividir entre 3 (propiedad 4)
$x = 3$

Para resolver este tipo de ejercicio primero se deben eliminar los paréntesis aplicando la propiedad distributiva.

$2(x - 3) = 2x - 6$

Ejercicio 1.13 Resuelva las siguientes ecuaciones.

a) $3(5x - 4) = 10x + 8$
b) $3(x - 2) = -x + 6$
c) $4x - 2 = 3(x + 1)$

Ejemplo 1.16

Resuelva la ecuación $4(x - 2) + 1 = -5(x - 5) -5$.

Antes de hacer transposición, reduzca a cada lado términos semejantes.

Solución:

$4(x - 2) + 1 = -5(x - 5) -5$
$4x - 8 + 1 = -5x + 25 -5$ ... Eliminar paréntesis a ambos lados
$4x - 7 = -5x + 20$ ... Reducir los términos semejantes en cado lado
$4x + 5x = 20 + 7$ ... Transponer términos
$9x = 27$ ... Reducir términos semejantes
$\frac{9x}{9} = \frac{27}{9}$ ... Dividir entre 9 (propiedad 4)
$x = 3$

Ejercicio 1.14 Resuelva las siguientes ecuaciones.

a) $5(3x - 2) = 2(x + 3) - 3$ b) $5 - 4(3x + 1) = 1 + 4(2x + 20)$

75

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

Ejercicio adicional

Resuelva usando transposición de términos.

a) $5(x - 5) + 2 = - 4(x + 2) + 12$ b) $4 + 2(x + 6) = - x - (x + 4)$
c) $6x + 2(x - 1) = 4(x + 1) + 10$

Solución

a) $x = 3$ b) $x = -5$ c) $x = 4$

Indicador de logro

Resuelva la siguiente ecuación
$3(x - 2) = -x + 6$

1. **Resolver una ecuación con signo de agrupación.**
   Ejemplo 1.15
   (10 min)
   ¿Cuál es la diferencia del Ejemplo 1.15 con los anteriores?
   ¿Qué debe hacer para suprimir o quitar los paréntesis?
   * Enfatizar en la propiedad distributiva, $a(b - c) = ab - ac$
   * Observar que la ecuación no tiene paréntesis y resulta mucho más fácil resolverla.
   * Resolver la ecuación y encontrar el valor de x.

2. **Resolver Ejercicio 1.13**
   (15 min)
   Solución
   a) $x = 4$ b) $x = 3$ b) $x = 5$

3. **Resolver una ecuación con signo de agrupación.**
   Ejemplo 1.16
   (10 min)
   ¿Cuál es la diferencia que tiene esta ecuación con las anteriores?
   * Observar que en este caso se aplica la propiedad distributiva a ambos miembros de la igualdad.
   * Reducir términos semejantes a ambos lados, luego haga la transposición de términos.
   * Resolver hasta encontrar el valor de la variable.

4. **Resolver Ejercicio 1.14**
   (10 min)
   * Use la estrategia de trabajo individual y en parejas.
   Solución
   a) $x = 1$ b) $x = - 4$

Indicador de logro

Resuelva la siguiente ecuación

$0.4x - 0.2 = 0.6$

1. **Resolver una ecuación con coeficiente decimal.**

   Ejemplo **1.17**

   (15 min)

   ¿Qué diferencia hay con el *Ejemplo* **1.17** y los ejemplos estudiados anteriormente?

   ¿Cree usted que le resultaría más fácil si no hubieran números decimales?

   ¿Qué puede hacer para convertir los decimales a números enteros?

* Hay que recalcar que un número decimal para convertirlo a número entero se multiplica por 10,100,1000 etc. según el número de cifras decimales que tenga.

¿Por qué número se debe multiplicar ambos lados de la ecuación para que los decimales se conviertan en enteros?

* Una vez convertidos en enteros, transponer sus términos y resolver hasta encontrar el valor de la variable.

2. **Resolver** *Ejercicio* **1.15**

   (10 min)

   Solución

   a) $x = 2$ b) $x = 4$ c) $x = 3$

3. **Resolver una ecuación con coeficientes decimales.**

   Ejemplo **1.18**

   (10 min)

* Observe cuál es la mayor cantidad de cifras decimales que tienen sus términos.

¿Por qué número se debe multiplicar a ambos lados de la ecuación?

* Enfatizar que se multiplica por 100, ya que se tienen números con dos cifras decimales.

* Escribir la conclusión para resolver ecuaciones con números decimales.

Unidad 3: Ecuaciones de primer grado en una variable

Lección 1: (10/12) Ecuaciones de primer grado en una variable

Sección 5: Resolución de ecuaciones de primer grado

Objetivo: Encontrar la solución de una ecuación de primer grado con coeficientes decimales.

Ejemplo **1.17**

Resuelva la ecuación $x + 0.6 = 0.2x + 3$.

Solución:

Comparando la ecuación con los ejemplos anteriores resulta mejor si fueran números enteros. Observe que se tienen números decimales hasta décimas por lo que se multiplica por 10, para poder eliminar los números decimales de la ecuación y convertirlos en números enteros.

$(0.2x + 3) \times 10 = 2x + 30$

Otra manera

$x + 0.6 = 0.2x + 3$

$x - 0.2x = 3 - 0.6$

$0.8x = 2.4$

$x = 3$

$x + 0.6 = 0.2x + 3$

$(x + 0.6) \times 10 = (0.2x + 3) \times 10$ ... Multiplicar por 10 a ambos lados (propiedad 3)

$10x + 6 = 2x + 30$ ... Aplicar propiedad distributiva para eliminar paréntesis

$10x - 2x = 30 - 6$ ... Transponer términos

$8x = 24$ ... Reducir los términos semejantes

$x = 3$ ... Dividir entre 8 (propiedad 4)

Ejercicio **1.15** Resuelva las siguientes ecuaciones.

a) $0.4x - 0.2 = 0.6$ b) $0.3x + 1.8 = 0.2x + 2.2$ c) $0.9x + 2 = x + 1.7$

Ejemplo **1.18**

Resuelva la ecuación $-0.2x + 0.15 = -0.25x$.

Solución:

Observe que se tienen números decimales hasta centésimas por lo que se multiplica por 100 para poder eliminar los números decimales de la ecuación y convertirlos en números enteros.

$-0.2x + 0.15 = -0.25x$

$(-0.2x + 0.15) \times 100 = (-0.25x) \times 100$ ....Multiplicar por 100 a ambos lados (propiedad 3)

$-20x + 15 = -25x$ ....Aplicar propiedad distributiva para eliminar paréntesis

$-20x + 25x = -15$ ....Transponer términos

$5x = -15$ ....Reducir términos semejantes

$\frac{5x}{5} = -\frac{15}{5}$ ....Dividir entre 5 (propiedad 4)

$x = -3$

Cuando se multiplica un número decimal por 10, 100 o por 1000 se desplaza el punto decimal a la derecha según el número de ceros.

Cuando se tiene ecuaciones que tienen coeficientes y términos decimales se multiplica cada uno de los términos por 10, 100, 1000 tomando como referencia el término que tenga más cifras decimales para convertir los coeficientes de los términos de la ecuación a números enteros.

Ejercicio **1.16** Resuelva las siguientes ecuaciones.

a) $4x + 5 = 2 + 3.25x$ b) $2 + 1.25x = 10 - 2.75x$

4. **Resolver** *Ejercicio* **1.16** *(10 min)*

   Solución

   a) $x = -4$ b) $x = 2$

   Ejercicio adicional

   Resuelva las siguientes ecuaciones.

   a) $0.5x - 1.2 = 0.3$ b) $0.4x - 0.9 = 0.1x$ c) $0.5x - 0.2x = 0.2x - 0.3$

   Solución

   a) $x = 3$ b) $x = 3$ c) $x = -3$

Unidad 3: Ecuaciones de primer grado en una variable

Lección 1: (11/12) Ecuaciones de primer grado en una variable

Sección 5: Resolución de ecuaciones de primer grado

Objetivo: Encontrar la solución de una ecuación de primer grado con coeficientes fraccionarios.

Ejemplo 1.19 Resuelva $\frac{2}{3}x = \frac{1}{3}x - 1$.

Solución:

$$\frac{2}{3}x = \frac{1}{3}x - 1$$

$\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}x = -1$ ... Transponer los términos

$\frac{1}{3}x = -1$ ... Reducir los términos semejantes

$x = -3$ ... Multiplicar por 3 (propiedad 3)

Note que los coeficientes de x son fracciones por lo que se debe aplicar el método para restar fracciones con igual denominador.

Ejercicio 1.17 Resuelva las siguientes ecuaciones.

a) $\frac{3}{7}x = \frac{2}{7}x + 2$ b) $\frac{1}{9}x - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

Ejemplo 1.20 Resuelva $\frac{1}{2}x - 5 = -\frac{1}{3}x$.

Solución: Observe que se vuelve más sencillo si se quitan los denominadores y la convierte en una ecuación con números enteros. ¿Cómo lo haces? Encuentra el mínimo común múltiplo (m.c.m) de todos los denominadores que tiene la ecuación y luego multiplique toda la ecuación por ese número (m.c.m).

$$\frac{1}{2}x - 5 = -\frac{1}{3}x$$

$\left(\frac{1}{2}x - 5\right) \times 6 = -\frac{1}{3}x \times 6$ ... Multiplicar por el m.c.m de 2 y 3 que es 6 (propiedad 3)

$\frac{1}{2}x \times 6 - 5 \times 6 = -\frac{1}{3}x \times 6$ ... Propiedad distributiva

$3x - 30 = -2x$ ... Efectuar la multiplicación

$3x + 2x = 30$ ... Transponer términos

$5x = 30$ ... Reducir los términos semejantes

$x = 6$ ... Dividir entre 5 (propiedad 4)

Múltiplo de 2: 2, 4, 6, 8, 10 ...
Múltiplo de 3: 3, 6, 9, 12, 15 ...
Entonces m.c.m (2,3) = 6

Solución alternativa (transponiendo los términos)

$$\frac{1}{2}x - 5 = -\frac{1}{3}x$$

$\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x = 5$ ... Transponer términos

$\frac{5}{6}x = 5$ ... Reducir términos semejantes

$5x = 30$ ... Multiplicar por 6 (propiedad 3)

$x = 6$ ... Dividir entre 5 (propiedad 4)

Note que se suman fracciones con distinto denominador.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

Cuando se tienen ecuaciones con fracciones, una forma de resolverlas es multiplicar cada uno de los términos por el mínimo común múltiplo de todos sus denominadores para convertir los coeficientes de la ecuación a números enteros.

Ejercicio 1.18 Resuelva las siguientes ecuaciones.

a) $\frac{1}{2}x - 3 = \frac{1}{5}x$ b) $\frac{1}{4}x + 2 = \frac{1}{2}x$ c) $\frac{1}{3}x - 1 = \frac{1}{2}x$

77

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

4. Resolver Ejercicio 1.18 (12 min)

Solución a) $x = 10$ b) $x = 8$ c) $x = -6$

Ejercicio adicional

Resuelva.

a) $\frac{1}{5}x - 3 = \frac{2}{5}x$ b) $\frac{3}{4}x - 2 = -\frac{1}{4}x$ c) $\frac{2}{5}x + 1 = \frac{1}{3}x$ d) $\frac{2}{3}x + 2 = \frac{1}{2}x$

Solución a) $x = -15$ b) $x = 2$ c) $x = -15$ c) $x = -12$

Indicador de logro

Resuelva la siguiente ecuación

$\frac{3}{7}x = \frac{2}{7}x + 2$

1. Resolver ecuaciones con coeficientes fraccionarios de igual denominador.

Ejemplo 1.19

(10 min)

* Observar la ecuación, ¿cómo son los coeficientes de la variable x?, ¿cómo son los denominadores de las fracciones?, ¿cómo se suman o se restan fracciones de igual denominador?
* Transponer los términos y resolver.

2. Resolver Ejercicio 1.17

(8 min)

Solución

a) $x = 14$ b) $x = 9$

3. Resolver ecuaciones con coeficientes fraccionarios con distinto denominador.

Ejemplo 1.20

(15 min)

* Comparar el **Ejemplo 1.19** con el **Ejemplo 1.20**, ¿cuál es la diferencia que hay?

  ¿Qué debe hacer para que los coeficientes se conviertan en enteros?

  Entonces si las fracciones tienen distinto denominador se convierten a un común denominador encontrando el m. c. m. de sus denominadores.
* Enfatizar que el m. c. m. se multiplica a ambos lados de la ecuación, escriba el m. c. m. de otro color.
* Transponer los términos y resolver. Otra opción: transponer los términos, calcular y resolver para la variable x, así como aparece en la ecuación original.
* Escribir la conclusión para resolver ecuaciones con coeficientes fraccionarios distinto denominador.

Indicador de logro

Resuelva la siguiente ecuación $\frac{x - 4}{2} = \frac{x + 2}{4}$

1. Resolver una ecuación expresada en forma fraccionaria. Ejemplo 1.21 (10 min)

* Observar este tipo de ecuación, ¿qué puede hacer para eliminar los denominadores de la ecuación $\frac{x - 2}{3} = \frac{x + 4}{6}$? ¿Cuál es el m. c. m. de sus denominadores?

¿Qué hace con el m. c. m. que es 6?

* Concluir que se utiliza el m. c. m. para eliminar los denominadores 3 y 6, luego aplicar la propiedad distributiva, la transposición de términos y resolver.

2. Resolver Ejercicio 1.19 (15 min)

Solución

a) $x = 10$ b) $x = 3$ c) $x = 5$

3. Resolver una ecuación con términos expresados en forma fraccionaria. Ejemplo 1.22 (10 min)

¿Qué observan en esta ecuación?

¿Que tenemos que hacer cuando las fracciones tienen diferentes denominadores?

¿Cuál es el m.c.m. de 4, 2 y 3?

* Multiplicar por 12 cada uno de los términos que componen la ecuación, transponer términos, reducir términos semejantes y resolver.

4. Resolver Ejercicio 1.20 (10 min)

Solución

a) Multiplicar por 14 a ambos lados

$$2x + 8 + 7x - 56 = 42$$
$$9x = 90$$
$$x = 10$$

Unidad 3: Ecuaciones de primer grado en una variable

Lección 1: (12/12) Ecuaciones de primer grado en una variable

Sección 5: Resolución de ecuaciones de primer grado

Objetivo: Encontrar la solución de una ecuación de primer grado expresada en forma fraccionaria.

Ejemplo 1.21

Resuelva $\frac{x-2}{3} = \frac{x+4}{6}$.

Solución:

El m.c.m. de 3 y 6 es 6.

$$\frac{x-2}{3} = \frac{x+4}{6}$$
$$\frac{x-2}{3} \times 6 = \frac{x+4}{6} \times 6 \quad \text{... Multiplicar por el m.c.m. de 3 y 6 (propiedad 3)}$$
$$(x-2) \times 2 = (x+4) \times 1 \quad \text{... Simplificar}$$
$$2x - 4 = x + 4 \quad \text{... Aplicar propiedad distributiva}$$
$$2x - x = 4 + 4 \quad \text{... Transponer términos}$$
$$x = 8 \quad \text{... Reducir términos semejantes}$$

En el proceso se puede realizar lo siguiente:

$$\frac{x-2}{3} \times 6 = \frac{(x-2) \times \cancel{6}^{2}}{\cancel{3}_{1}} = (x-2) \times 2 = 2x - 4$$

Ejercicio 1.19 Resuelva las siguientes ecuaciones.

a) $\frac{x-4}{2} = \frac{x+2}{4}$ b) $\frac{2x-7}{5} = \frac{x-5}{10}$ c) $\frac{5x-1}{6} = \frac{x+3}{2}$

Ejemplo 1.22

Resuelva $\frac{x-2}{4} - \frac{1}{2} = \frac{x-1}{3}$.

Solución:

El m.c.m. de 4, 2 y 3 es 12.
m.c.m. (4, 2, 3) = 12

$$\frac{x-2}{4} - \frac{1}{2} = \frac{x-1}{3}$$
$$\frac{x-2}{4} \times 12 - \frac{1}{2} \times 12 = \frac{x-1}{3} \times 12 \quad \text{... Multiplicar por m.c.m. de 2, 3, 4 (propiedad 3)}$$
$$(x-2) \times 3 - 1 \times 6 = (x-1) \times 4 \quad \text{... Simplificar}$$
$$3x - 6 - 6 = 4x - 4 \quad \text{... Eliminar paréntesis}$$
$$3x - 12 = 4x - 4 \quad \text{... Reducir términos semejantes}$$
$$3x - 4x = -4 + 12 \quad \text{... Transponer términos}$$
$$-x = 8 \quad \text{... Reducir términos semejantes}$$
$$x = -8 \quad \text{... Dividir entre −1 o multiplicar por −1 (propiedad 4 o 3)}$$

Ejercicio 1.20 Resuelva las siguientes ecuaciones.

a) $\frac{x+4}{7} + \frac{x-8}{2} = 3$ b) $\frac{5}{3} - \frac{x}{3} = \frac{1-x}{2}$ c) $\frac{x}{2} - 4 = \frac{x-6}{3}$

b) Multiplicar por 6 a ambos lados

$$10 - 2x = 3 - 3x$$
$$x = -7$$

c) Multiplicar por 6 a ambos lados

$$3x - 24 = 2x - 12$$
$$x = 12$$

Unidad 3: **Ecuaciones de primer grado en una variable**

Lección 2: Aplicación de las ecuaciones de primer grado
(1/4)

Sección 1: Proceso de resolución de problemas con ecuaciones de primer grado

Objetivo: Resolver problemas de dinero utilizando ecuaciones de primer grado.

Lección 2: Aplicación de las ecuaciones de primer grado

Sección 1: Proceso de resolución de problemas con ecuaciones de primer grado

Ejemplo 2.1

Ana compró 3 cuadernos y 2 lápices, pagando un total de 41 lempiras. Si pagó 7 lempiras por cada lápiz, ¿cuál es el precio de un cuaderno?

Solución:

Para resolver este tipo de problemas vamos a encontrar una ecuación que represente los datos siguiendo los pasos.

1) Elaborar un dibujo que represente la situación del problema.

? lps ? lps ? lps 7 lps 7 lps = 41 lps

2) Determinar los datos que nos dan y los datos buscados.

Datos dados: Ana compró 3 cuadernos y 2 lápices
1 lápiz vale 7 lempiras
En total pagó 41 lempiras.

Datos buscados: El precio de un cuaderno

3) Nombrar con la variable x el dato desconocido y expresar los otros datos en términos de x.

El precio de un cuaderno: x lps
El precio de 3 cuadernos se expresa $3x$ lps

4) Expresar una ecuación que represente la situación.

Precio de 3 cuadernos + precio de 2 lápices = Total
$3x \quad + \quad 14 \quad = \quad 41$

5) Resolver la ecuación.

$$\begin{aligned} 3x + 14 &= 41 \\ 3x &= 41 - 14 \\ 3x &= 27 \\ x &= 9 \end{aligned}$$

Respuesta: El precio de un cuaderno es 9 lempiras.

En la resolución del problema siguiente ya no es necesario escribir el nombre de cada paso.

Ejercicio 2.1 Carlos compró 3 lápices y un cuaderno que vale 15 lempiras. Si pagó por todo 45 lempiras, ¿cuánto vale cada lápiz?

Ejercicio adicional
Resuelva:
Ana compró 2 cuadernos y un bolígrafo a 15 lempiras. Pagó por todo 75 lempiras. ¿Cuánto vale cada cuaderno?

Solución x: precio de un cuaderno
$$\begin{aligned} 2x + 15 &= 75 \\ 2x &= 60 \\ x &= 30 \end{aligned}$$
Respuesta: 30 lempiras vale cada cuaderno.

Indicador de logro

Carlos compró 3 lápices y un cuaderno a 15 lempiras. Si pagó por todo 45 lempiras, ¿cuánto vale cada lápiz?

1. Aplicar las ecuaciones de primer grado para resolver problemas que involucren dinero. **Ejemplo 2.1**

(25 min)

* En este caso como en los anteriores también es conveniente que el estudiante no abra el libro hasta que él vaya a resolver los ejercicios.
* Pedir a dos o tres estudiantes que lean el problema.
* Desarrollar cada uno de los pasos como aparece en el libro del estudiante, recuerde que es muy importante su atención.
* Representar con un dibujo lo que dice el problema.
* Identificar los datos y preguntar, ¿qué se quiere saber?
* Identificar la variable y relacionarla con los datos, escriba la ecuación que resulta.

2. Resolver **Ejercicio 2.1**
(20 min)

Solución
x: el precio de un lápiz
$$\begin{aligned} 3x + 15 &= 45 \\ 3x &= 30 \\ x &= 10 \end{aligned}$$
Respuesta: Cada lápiz vale 10 lempiras.

Unidad 3: Ecuaciones de primer grado en una variable

Lección 2: (2/4) Aplicación de las ecuaciones de primer grado

Sección 2: Resolución de problemas con ecuaciones de primer grado

Objetivo: Resolver problemas de distribución utilizando ecuaciones de primer grado.

Indicador de logro

Se van a repartir confites a varios niños. Si se le dan 8 confites a cada uno hacen falta 3 y si se le dan 7 confites a cada uno sobran 4. ¿Cuántos niños hay en total?

1. Aplicar las ecuaciones de primer grado para resolver problemas de distribución.

Ejemplo **2.2**

(25 min)

* Auxíliese mediante un dibujo para representar lo que dice el problema.
* Como estrategia puede elaborar material simbolizando las galletas y las va pegando según cada caso.
* Identificar los datos que el problema expresa. ¿Qué reparte Andrea?, ¿cuántas y cuáles son las formas que tiene Andrea para repartir? , ¿qué quiere saber?
* Recalcar que la cantidad de galletas es igual en cada caso.
* Expresar la ecuación que resulta y resolver para x.

2. Resolver *Ejercicio* **2.2**

(20 min)

Solución

x: la cantidad de niños

$8x - 3 = 7x + 4$

$x = 7$

Respuesta: 7 niños.

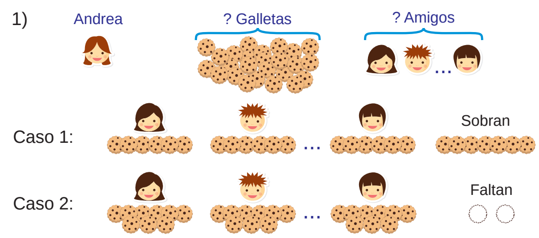
Sección 2: Resolución de problemas con ecuaciones de primer grado

Ejemplo **2.2**

Andrea quiere repartir galletas a sus amigos, si le da 6 galletas a cada uno le sobran 7, si le da 9 galletas a cada uno le hacen falta 2. ¿Entre cuántos amigos quiere repartir Andrea las galletas?

Solución:

1)



2) Datos dados: Si reparte 6 galletas a cada uno sobran 7
Si reparte 9 galletas a cada uno faltan 2
Datos buscados: cantidad de amigos de Andrea

3) Cantidad de amigos de Andrea: x
Si reparte 6 galletas a cada uno sobran 7, es decir la cantidad de galletas se expresa
$6x + 7$
Si reparte 9 galletas a cada uno faltan 2: es decir la cantidad de galletas se expresa $9x - 2$

Observe que cuando sobran galletas estas se suman a la cantidad que se repartió y cuando hacen falta galletas se restan de la cantidad repartida.

4) Como la cantidad de galletas es igual en cada caso se puede escribir la siguiente ecuación: $9x - 2 = 6x + 7$

5) Resolviendo la ecuación anterior

$$9x - 2 = 6x + 7$$
$$9x - 6x = 7 + 2$$
$$3x = 9$$
$$x = 3$$

Observe que el total de galletas que Andrea tiene que repartir son 25 galletas.

Respuesta: Andrea quiere repartir las galletas entre 3 amigos.

Ejercicio **2.2** Se van a repartir confites a varios niños. Si se le dan 8 confites a cada uno hacen falta 3 y si se le dan 7 confites a cada uno sobran 4. ¿Cuántos niños hay en total?

80 *Unidad 3 - Ecuaciones de primer grado en una variable*

Ejercicio adicional

Se van a repartir tarjetas a los estudiantes. Si se le dan 6 tarjetas a cada uno sobran 8. Si se le dan 8 tarjetas a cada uno faltan 6. ¿Cuántos estudiantes hay? y ¿cuántas tarjetas se tienen para repartir?

Solución

$6x + 8 = 8x - 6,$

$x = 7$

Para encontrar la cantidad de tarjetas, sustituye $x = 7$ en $6x + 8$

$$6x + 8 = 6(7) + 8$$
$$= 42 + 8$$
$$= 50$$

Respuesta: Hay 7 estudiantes y 50 tarjetas para repartir.

Unidad 3: Ecuaciones de primer grado en una variable

Lección 2: (3/4) Aplicación de las ecuaciones de primer grado

Sección 2: Resolución de problemas con ecuaciones de primer grado

Objetivo: Resolver problemas de distancias o tiempo utilizando ecuaciones de primer grado.

Indicador de logro

Dos autos A y B salen de una misma ciudad.

El auto A sale a una velocidad de 50 km/h. Dos horas después sale el auto B hacia la misma dirección a una velocidad de 70 km/h. ¿Después de cuántas horas de salida del auto B, el auto B alcanza al auto A?

Ejemplo 2.3

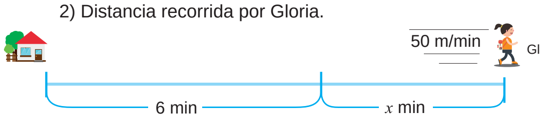
Gloria salió de su casa para la escuela, 6 minutos después su hermano Luis salió de la casa para la escuela.
Gloria camina a una velocidad de 50 m por minuto y Luis a 80 m por minuto.
Y si Luis alcanza a Gloria antes de llegar a la escuela, ¿después de cuántos minutos de la salida de Luis, él la alcanza?

Solución:

1) Datos dados:

Velocidad de Gloria: 50 m/min
Velocidad de Luis: 80 m/min
Luis sale 6 minutos después que Gloria
x (minutos): Tiempo que tardará después de salir Luis de la casa hasta alcanzar a Gloria.

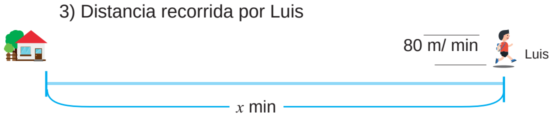
2) Distancia recorrida por Gloria.



Distancia recorrida = velocidad × tiempo

Velocidad: 50 m/min
Tiempo: $6 + x$ (minutos)
Entonces: distancia recorrida $= 50\,(6 + x)$

3) Distancia recorrida por Luis



Velocidad: 80 m/min
Tiempo: x (minutos)
Entonces: distancia recorrida $= 80x$

4) Como las distancias recorridas son iguales podemos escribir la siguiente ecuación:

$$80x = 50\,(6 + x)$$

5) Resolviendo la ecuación anterior:

$$\begin{aligned} 80x &= 50\,(6 + x) \\ 80x &= 300 + 50x \\ 80x - 50x &= 300 \\ 30x &= 300 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

Observe que cuando las 2 personas se encuentren, ambos habrán recorrido la misma distancia.

Respuesta: Luis alcanza a Gloria después de 10 minutos

Ejercicio 2.3 Dos autos A y B salen de una misma ciudad. El auto A sale a una velocidad de 50 km/h. 2 horas después sale el auto B hacia la misma dirección a una velocidad de 70 km/h. ¿Después de cuántas horas de salida del auto B, el auto B alcanza al auto A?

81

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

Ejercicio adicional

Un día Juan se levantó un poco tarde y corrió hasta la escuela en la misma ruta. Tardó 3 minutos menos que lo que tarda caminando. Si él camina a 70 m por minuto y corre a 100 m por minuto, ¿cuál es la distancia que recorre Juan de la casa a la escuela?

Solución: $\frac{x}{70} - 3 = \frac{x}{100}$

$x = 700$

x: distancia que Juan recorre de la casa a la escuela.
Distancia recorrida = Velocidad × tiempo

$$\text{tiempo} = \frac{\textit{Distancia recorrida}}{\textit{velocidad}} = \frac{x}{70}$$

Respuesta: La escuela está a 700 m

1. Aplicar ecuaciones de primer grado para resolver problemas de distancia o tiempo. Ejemplo 2.3

(25 min)

* Con ayuda de los estudiantes identifique los datos del problema.
* Mediante un dibujo represente la distancia recorrida por Gloria.
* Debe enfatizar que Distancia recorrida = Velocidad × tiempo.
* Exprese algebraicamente la distancia recorrida por Gloria.
  Ahora mediante un dibujo exprese la distancia recorrida por Luis y siguiendo la misma manera de Gloria, expréselo algebraicamente.
* Enfatizar que la distancia que es recorrida por Gloria, es la misma distancia recorrida por Luis.
* Concluir que las dos expresiones algebraicas son iguales.
* Escribir la ecuación y resolver para encontrar el valor de x.

2. Resolver Ejercicio 2.3

(20 min)

Solución

Distancia recorrida por auto A:
$50(2 + x)$

Distancia recorrida por auto B:
$70x$

entonces $50(2 + x) = 70x$

$$\begin{aligned} 100 + 50x &= 70x \\ -20x &= -100 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Respuesta: El auto B alcanza al auto A después de 5 horas.

Indicador de logro

José necesita 2 cintas, una verde y una amarilla. El largo de la cinta verde es 10 cm más que la cinta amarilla, si la suma del largo de ambas cintas debe ser 100 cm. ¿Cuánto debe medir la cinta amarilla? y ¿Cuánto debe medir la cinta verde?

Unidad 3: **Ecuaciones de primer grado en una variable**

Lección 2: (4/4) Aplicación de las ecuaciones de primer grado

Sección 2: Resolución de problemas con ecuaciones de primer grado

Objetivo: Resolver problemas que involucren dinero utilizando ecuaciones de primer grado.

1. Aplicar ecuaciones de primer grado para resolver problemas que involucren dinero. *Ejemplo* **2.4**

(25 min)

* Puede usar material concreto para representar las manzanas y peras, de lo contrario dibuje en la pizarra.

¿Cuáles son los datos en el problema?

¿Qué se busca en el problema?

¿Cómo se puede representar el precio de una manzana y el precio de una pera?

* El dato desconocido es el precio de una manzana que se representa con x. El precio de una pera es $x + 6$.

* Expresar la ecuación y resolver para x.

2. Resolver *Ejercicio* **2.4**

(20 min)

Solución

Largo de la cinta amarilla: x

Largo de la cinta verde: $x + 10$

$$x + (x + 10) = 100$$
$$2x = 90$$
$$x = 45$$

Largo de la cinta amarilla: 45

Largo de la cinta verde:

45 + 10 = 55

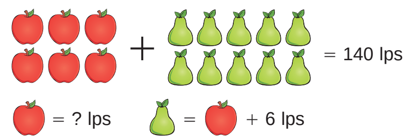
Respuesta: La cinta amarilla mide 45 cm y la cinta verde 55 cm.

Ejemplo **2.4**

Carmen fue al mercado y compró 6 manzanas y 10 peras, gastando en total 140 lempiras. Si una pera cuesta 6 lempiras más que una manzana, ¿cuánto vale una manzana? y ¿cuánto vale una pera?

Solución:

1)



2) Datos dados: Carmen compró 6 manzanas y 10 peras
1 pera cuesta 6 lempiras más que una manzana
En total gastó 140 lempiras
Datos buscados: El precio de una manzana
El precio de una pera

3) El precio de una manzana: x lps
El precio de una pera: $(x + 6)$ lps

4) Podemos igualar el precio de las 6 manzanas y 10 peras al total del dinero que gastó.
Precio de 6 manzanas + precio de 10 peras = Total
$6x + 10(x + 6) = 140$

5) Resolviendo la ecuación:
$$6x + 10(x + 6) = 140$$
$$6x + 10x + 60 = 140$$
$$16x = 140 - 60$$
$$16x = 80$$
$$x = 5$$

Para encontrar el precio de una pera, sustituye $x = 5$ en $x + 6$.

$$x + 6 = 5 + 6$$
$$= 11$$

Respuesta: Una manzana vale 5 lempiras y una pera vale 11 lempiras.

Ejercicio **2.4** José necesita 2 cintas, una verde y una amarilla. El largo de la cinta verde es 10 cm más que la cinta amarilla, si la suma del largo de ambas cintas debe ser de 100 cm. ¿Cuánto debe medir la cinta amarilla? y ¿cuánto debe medir la cinta verde?

82

Unidad 3 - Ecuaciones de primer grado en una variable

Ejercicio adicional

La suma de 3 números es 70. El segundo es el doble del primero y el tercero es el doble del segundo. ¿Cuáles son los números?

Solución:

$$x + 2x + 2 \times (2x) = 70$$
$$3x + 4x = 70$$
$$x = 10$$

Respuesta: El primer número es 10, el segundo es 20 y el tercero es 40.

Unidad 3: (1~2/2)

Ecuaciones de primer grado en una variable

Objetivo: Confirmar lo aprendido sobre ecuaciones de primer grado.

Ejercicios

1. Dadas las siguientes ecuaciones diga para cuáles de ellas $x = 2$ es solución o no.

a) $12x - 9 = 15$ b) $4 - 5x = 3x$

c) $9x + 5 = 20$ d) $-12x = 7x + 2$

2. Resuelva las siguientes ecuaciones aplicando las propiedades de la igualdad.

a) $x - 5 = 6$ b) $x + 3 = -8$ c) $-5x = 30$

d) $\frac{x}{4} = 6$ e) $-3x + 2 = 8$

3. Resuelva las siguientes ecuaciones usando transposición de términos.

a) $x + 2 = 2x - 7$ b) $7x + 3 = 11x - 13$ c) $2x - 17 = -2 + 5x$

4. Resuelva las siguientes ecuaciones.

a) $3(2x + 5) = 5x + 17$ b) $2(x - 2) = 3(x - 8) + 10$

c) $x + 0.3 = 0.7x + 2.4$ d) $2x + 0.9 = 3x - 3.1$

e) $\frac{x+5}{3} = \frac{10-x}{2}$ f) $\frac{1}{3}x + 1 = \frac{4}{3}x$

5. Resuelva aplicando ecuaciones de primer grado.

a) La suma de las edades de Carlos y Alicia es 44 años. Si Alicia tiene 8 años menos que Carlos. ¿Cuál es la edad de Carlos y Alicia?

b) Andrea fue al centro comercial y compró 4 camisas y 2 pantalones a 75 lempiras cada uno. Si en total le cobraron 290 lempiras, ¿cuál es el precio de una camisa?

c) El largo de un rectángulo mide el triple de lo que mide el ancho. Si el perímetro del rectángulo es 48 cm, ¿cuánto mide cada lado del rectángulo?

d) Gloria sale para ir a la casa de su abuela 9 minutos antes que su hermano Luis. Si se sabe que Gloria camina a una velocidad de 50 m por minuto y Luis a una velocidad de 80 m por minuto. ¿Después de cuántos minutos de la salida de Luis, él alcanza a Gloria?

1. **Comprobar la solución de una ecuación.**
Solución
a) Sí b) No c) No d) No

2. **Resolver ecuaciones de primer grado aplicando propiedades de la igualdad.**
Solución
a) $x = 11$ b) $x = -11$ c) $x = -6$
d) $x = 24$ e) $x = -2$

3. **Resolver ecuaciones de primer grado aplicando transposición de términos.**
Solución
a) $x = 9$ b) $x = 4$ c) $x = -5$

4. **Resolver ecuaciones de primer grado con signos de agrupación, coeficientes decimales y coeficientes expresados en forma fraccionaria.**
Solución
a) $x = 2$ b) $x = 10$ c) $x = 7$
d) $x = 4$ e) $x = 4$ f) $x = 1$

5. **Resolver problemas aplicando ecuaciones de primer grado.**
Solución (Página 104)

Solución 5

a) La edad de Carlos: x

Edad de Alicia: $x - 8$

$$x + (x - 8) = 44$$
$$x = 26$$

Respuesta: Carlos tiene 26 años y Alicia 18 años.

b) El precio de una camisa: x

2 pantalones a 75 lempiras c/u valen 150 lempiras

$$4x + 150 = 290$$
$$4x = 140$$
$$x = 35$$

Respuesta: El precio de una camisa es de 35 lempiras.

c) Medida de ancho: x

Medida de largo: $3x$

$$2(x + 3x) = 48$$
$$x = 6$$

Respuesta: El ancho mide 6 cm y el largo mide 18 cm.

d) Tiempo que Luis salió de la casa hasta que alcanza a Gloria: x minutos

Distancia recorrida por Luis: $80x$

Distancia recorrida por Gloria: $50\ (9 + x)$

Entonces como ambos recorren la misma distancia:

$$80x = 50(9 + x)$$
$$80x = 450 + 50x$$
$$30x = 450$$
$$x = 15$$

Respuesta: Luis alcanza a Gloria después de 15 minutos.

Unidad 3: Ecuaciones de primer grado en una variable

¡La magia de los números!

Recordamos

1. Seleccione un número de 1 hasta 9.
2. Quite 1 a ese número que usted seleccionó.
3. Doble el número que le resultó en el paso 2.
4. Agregue 3 al número que le quedó en el paso 3.
5. Quite el doble del número en el paso 1 del número que le quedó en el paso

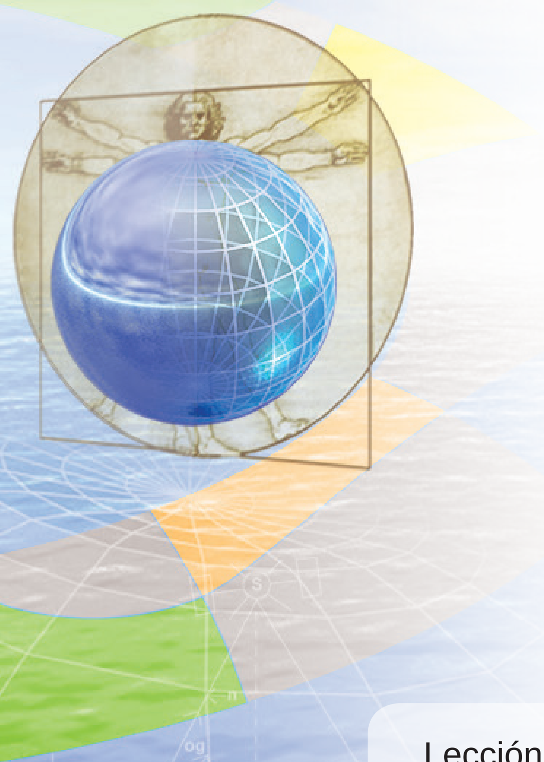
Vamos a pensar por qué el resultado del cálculo es siempre "1".
Utilizaremos una variable para generalizar.

1. Llame "a" al número que seleccionamos.

2. Quite 1 a "a". .... $a - 1$
3. Doble $a - 1$ .... $2(a - 1) = 2a - 2$
4. Agregue 2 a $2a - 2$ .... $(2a - 2) + 3 = 2a + 1$
5. Quite el doble de "a" $2a + 1$ .... $(2a + 1) - 2a + 1$

Entonces, no depende del número que se selecciona, el resultado siempre es "1".

Hemos seleccionado un número natural de una cifra (1 a 9).
Pero, también se puede seleccionar cualquier número y el resultado es siempre 1.
Pruebe con los números: 101, − 5, $\frac{4}{11}$, − 1.3



Unidad 4
Conjunto de puntos

Unidad 4

Conjunto de puntos

(5 horas)

1 Expectativas de logro

- Apropian de los conceptos de punto recta y plano como conjunto de puntos.
- Usan divisiones de líneas para construir rayos y segmentos.

2 Relación y desarrollo

Séptimo grado

Conjunto de puntos
- Puntos, rectas y planos
- Rayos y segmentos
- Longitud de un segmento
- Segmentos congruentes
- Distancia entre puntos
- Punto medio de un segmento
- Bisector de un segmento
- Puntos colineales

Ángulos
- Ángulo, medida y congruencia
- Clasificación de ángulos
- Construcción de la bisectriz
- Rectas perpendiculares y mediatriz de un segmento
- Construcción de la mediatriz
- Construcción de una perpendicular usando definición de mediatriz

Octavo grado

Paralelismo
- Rectas paralelas y transversales
- Ángulos formados por dos rectas paralelas y una transversal
- Congruencia de ángulos formados por dos rectas paralelas y una transversal
- Demostraciones sobre paralelismo
- Distancia entre rectas paralelas
- Construcción de rectas paralelas

Congruencia de triángulos
- Suma de las medidas de los ángulos de un triángulo
- Suma de las medidas de los ángulos de un polígono
- Congruencia de triángulos
- Triángulos isósceles y rectángulo

Cuadriláteros
- Elementos y clasificación de los cuadriláteros
- Paralelogramos
- Rectángulos, rombos y cuadrados
- Trapecios

Noveno grado

Semejanza de triángulos
- Figuras semejantes
- Triángulos semejantes
- Criterios de semejanza de triángulos
- Relación entre triángulos y proporción
- Relación entre paralelas y proporción
- Aplicación de la semejanza de triángulos

Teorema de Pitágoras
- Teorema de Pitágoras
- Recíproco del teorema de Pitágoras
- Aplicación del teorema de Pitágoras

Polígonos regulares y el círculo
- Polígonos regulares
- Medida de los ángulos internos de un polígono regular
- Centro de un polígono regular
- Círculos
- Tangente a un círculo
- Área del círculo

Sólidos geométricos
- Áreas laterales de sólidos geométricos (cubos, prismas, pirámides, cilindros conos y esferas)
- Volumen de sólidos geométricos (pirámides, conos, cilindros y esferas)

3 Plan de estudio (5 horas)

Lección	Distribución de horas	Contenidos
1. Puntos, rectas y planos (1 horas)	1/1	• Puntos, rectas y planos
2. Rayos y segmentos (3 horas)	1/3	• Definición de rayo y segmento
		• Longitud de un segmento
	2/3	• Congruencia, distancia y punto medio de un segmento • Bisector de un segmento
	3/3	• Puntos colineales
Ejercicios (1 horas)	1/1	

Puntos de lección

4 Análisis de las pruebas diagnósticas 2016 - 2017

[Pregunta]

Encuentre las medidas que faltan si A, B y C son puntos colineales y B está entre A y C.

AB = 2 ; BC= ¿? ; AC = 7

Institutos: 31%   CEB: 13%   (2016)

En primer lugar, los docentes tienen que llegar hasta esta unidad. (La experiencia de la validación, indica que muchos centros educativos no llegan a enseñar esta unidad).

Esta pregunta no es tan difícil, si leen bien y entienden la situación, aunque no sepan los contenidos de Números Positivos y Negativos (unidad 1), Variables y Expresiones (unidad 2) y Ecuaciones de Primer Grado (unidad 3), hay mucha esperanza que contesten correctamente y los resultados mejoren.

Lección 1: Puntos, rectas y planos

En el LE hay explicaciones acerca del concepto de punto, recta y plano. Sin embargo, en estas explicaciones se utilizan los conceptos de dirección, extensión, anchura, etc., que no están explicados.

En matemática no se pueden definir todos los términos por lo que algunos se utilizan sin haberlos definido. Esta dificultad puede ser resuelta si se hace referencia a algunos axiomas que definan las características de los objetos matemáticos y la relación entre ellos.

Por esta razón en esta lección en lugar de tratar de explicar el concepto con palabras o hacer que los estudiantes memoricen las explicaciones, en el LE se induce a que ellos puedan abstraer el concepto de punto, recta, etc. Por ejemplo, se les puede pedir que “imaginen que un punto dibujado en la pizarra con marcador se disminuye de tamaño más y más sin cambiar la posición”, lo que quedará es un punto. En esta lección basta que los estudiantes capten los conceptos intuitivamente.

Lección 2. Rayos y segmentos

Un segmento tiene la característica que entre todas las líneas que unen dos puntos este tiene la menor longitud.

Un rayo es la parte de una recta que comienza en un punto y se extiende en un solo sentido.

En el espacio dos puntos distintos determinan una y solo una recta, lo cual significa que un tercer punto no necesariamente, está en la recta pero si esto ocurre entonces se dice que estos tres puntos son colineales.

En esta lección también se abordará lo que es construcción de segmentos dibujados con regla y compás.

Plan de pizarra Lección 3 Sección 1 Página 110 y 111 de GD

Tema: Puntos, rectas y planos 1

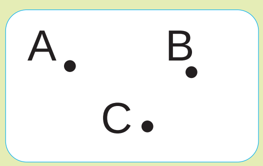
Pág. 1 3

Observe:

Se llama **Punto**

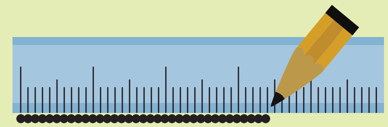
6 Al no poder indicar el largo ni el ancho de un punto, decimos que este **NO** tiene dimensiones y que solo representa una posición.

A los puntos los nombramos con letras mayúsculas.



El punto A, el punto B, el punto C.

Observe:

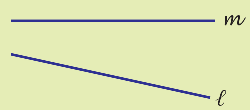


Se llama **Recta**
(línea recta)

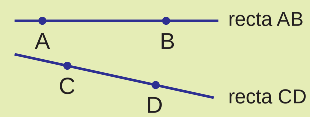
6 Las rectas carecen de ancho, pero a diferencia del punto, las rectas si tienen largo, pero ese largo es IMPOSIBLE de medir, porque las rectas son ilimitadas por ambos extremos, es decir, NO tienen ni principio ni fin.

Las rectas se nombran de dos maneras:

Usando letras minúsculas:
Las rectas m y l

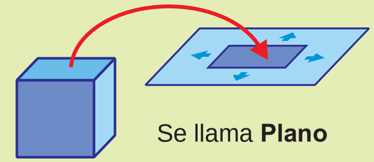


Usando letras minúsculas:
estén en la recta



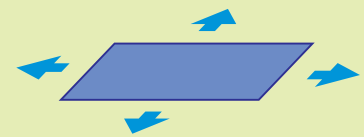
Pág. 2 3

Observe:

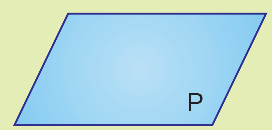


Se llama **Plano**

6 A esta figura que se extiende ilimitadamente en todas direcciones se le llama plano.



A los planos generalmente los representamos con cuadriláteros y los nombramos por letras mayúsculas.



1 Al inicio de la clase escribir solo la palabra "**Tema**" y hasta el final de la clase (o en el desarrollo de la misma) escribir el contenido del tema.

2 Escribir el número del *Ejemplo* o *Ejercicio* .

3 Escribir el número de **Pág.** del LE para entender dónde se quedaron con respecto al tiempo.

4 Escribir la **Solución** y **Respuesta**.

5 En el problema planteado marcar los datos importantes para poder llegar a la respuesta.

6 Escribir la conclusión en un rectángulo de color rojo.

✓ Marcar en el *Ejercicio* cuando la solución o la respuesta sean correctas.

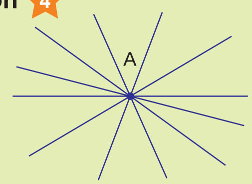
Nota: Los puntos aquí explicados no siempre aplican todos en un plan de pizarra.

Tema: Puntos colineales 1

Ejemplo 2.10 2 Pág. 94 3

Dado el punto A, ¿cuántas rectas puede trazar que pasen por ese punto?

Solución 4

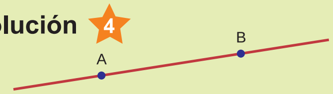


Respuesta: Pasan infinitas rectas.

Ejemplo 2.11 2 Pág. 94 3

Dibujar dos puntos distintos A y B. ¿cuántas rectas se pueden trazar que pasen por el punto A y B?

Solución 4



Respuesta: Solo una recta.

Por un punto pasan infinitas rectas, pero por dos puntos definen una y solo una recta.

6

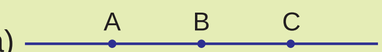
Dos o más puntos son colineales si están en una misma recta

Ejemplo 2.12 2 Pág. 95 3

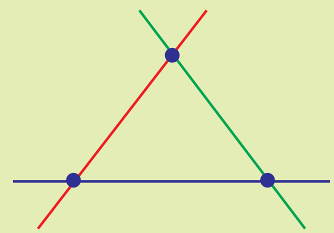
¿En cuál de los siguientes casos los tres puntos son colineales?

Solución 4

a)



b)



Respuesta: a) Todos los puntos son colineales.
b) No todos los puntos son colineales.

Al observar el inciso b) se puede decir

Tres puntos no colineales definen un plano.

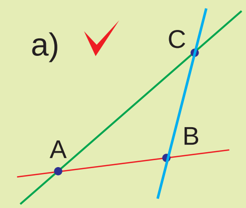
Una recta y un punto fuera de ella definen un plano.

Ejercicio 2.6 Pag. 95 3

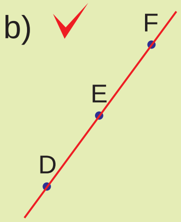
Solución 4

¿En cuál de los siguientes pasos los tres puntos presentados son colineales?

a) ✓



b) ✓



Respuesta:
a) No todos los puntos son colineales.
b) Todos los puntos son colineales.

1 Al inicio de la clase escribir solo la palabra "**Tema**" y hasta el final de la clase (o en el desarrollo de la misma) escribir el contenido del tema.

2 Escribir el número del Ejemplo o Ejercicio .

3 Escribir el número de **Pág.** del LE para entender dónde se quedaron con respecto al tiempo.

4 Escribir la **Solución** y **Respuesta**.

5 En el problema planteado marcar los datos importantes para poder llegar a la respuesta.

6 Escribir la conclusión en un rectángulo de color rojo.

✓ Marcar en el Ejercicio cuando la solución o la respuesta sean correctas.

Nota: Los puntos aquí explicados no siempre aplican todos en un plan de pizarra.

Indicador de logro

Nombran puntos, rectas y planos usando letras.

Unidad 4: **Conjunto de puntos**

Lección 1: (1/1) Puntos, rectas y planos

Sección 1: Puntos, rectas y planos

Objetivos:
- Explorar la noción de punto, recta y plano.
- Designar y trazar puntos rectas y planos.
- Dar ejemplos de objetos que sugieren la idea de punto, recta y plano.

1. Explorar la idea de punto.

(15 min)

* Pedir que con un lápiz y sin moverlo, hagan una marca con la punta del lápiz en su cuaderno.

¿Reconocen esa marca, cómo la llaman?

* Explicar que esa marca es la representación de un punto en Geometría.

¿Se podría decir cuál es el largo o ancho de ese punto?

* Concluir que los puntos no tienen ancho, ni largo y por esa razón se dice que no tiene dimensión.

* Indicar que los puntos indican una posición y se nombran con letras mayúsculas.

2. Explorar la idea de recta.

(15 min)

* Pedir que tracen muchos puntos siguiendo el borde de una regla.

¿Qué figura se obtuvo?

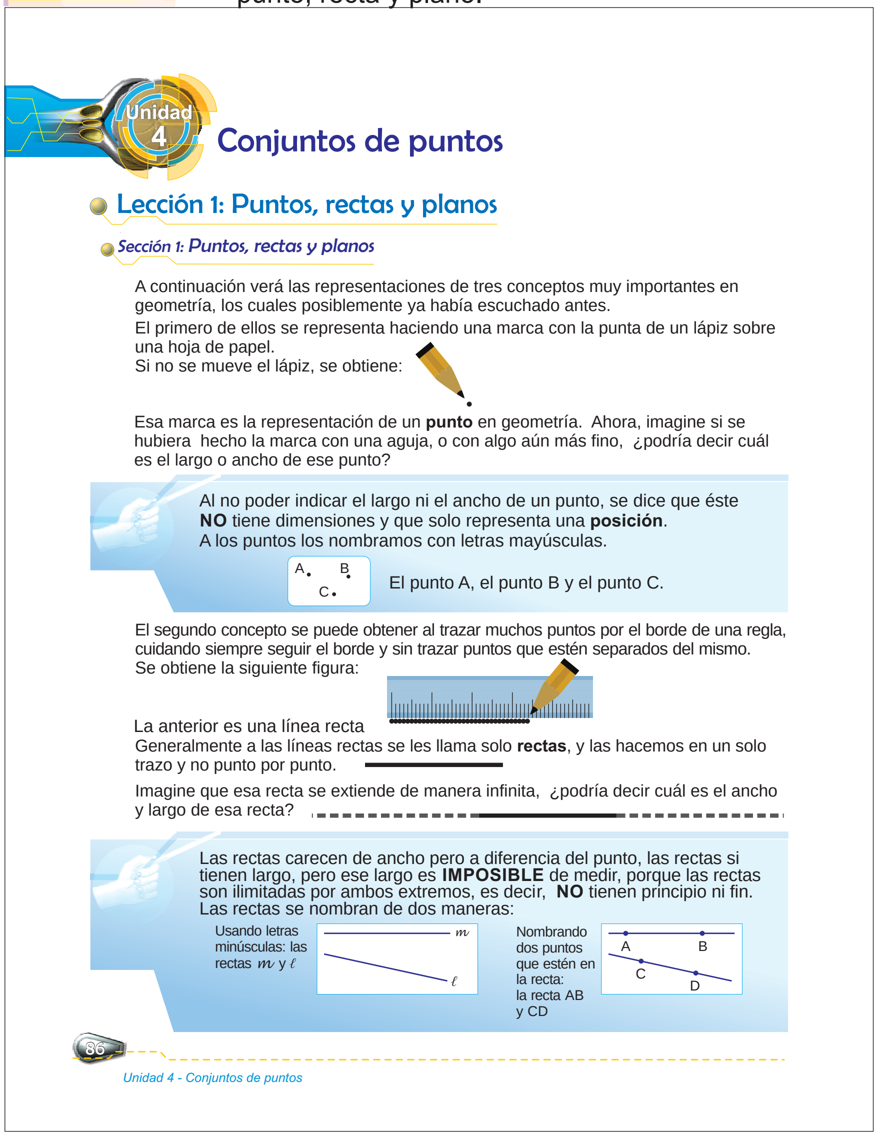
* Explicar que a partir de ahora a las líneas rectas solo las llamarán rectas.

* Pedir que se imaginen que la recta que dibujaron no tiene principio ni fin.

¿Cuál es el largo y ancho de esa recta?

* Explicar que las rectas en Geometría no tienen ancho, pero a diferencia del punto tienen largo, pero es un largo que no se puede medir ya que las rectas se extienden de manera infinita.

* Indicar las dos maneras en que se pueden nombrar las rectas.



Unidad 4 Conjuntos de puntos

Lección 1: Puntos, rectas y planos

Sección 1: Puntos, rectas y planos

A continuación verá las representaciones de tres conceptos muy importantes en geometría, los cuales posiblemente ya había escuchado antes.

El primero de ellos se representa haciendo una marca con la punta de un lápiz sobre una hoja de papel.

Si no se mueve el lápiz, se obtiene:

Esa marca es la representación de un **punto** en geometría. Ahora, imagine si se hubiera hecho la marca con una aguja, o con algo aún más fino, ¿podría decir cuál es el largo o ancho de ese punto?

Al no poder indicar el largo ni el ancho de un punto, se dice que éste **NO** tiene dimensiones y que solo representa una **posición**.
A los puntos los nombramos con letras mayúsculas.

A B C — El punto A, el punto B y el punto C.

El segundo concepto se puede obtener al trazar muchos puntos por el borde de una regla, cuidando siempre seguir el borde y sin trazar puntos que estén separados del mismo.
Se obtiene la siguiente figura:

La anterior es una línea recta
Generalmente a las líneas rectas se les llama solo **rectas**, y las hacemos en un solo trazo y no punto por punto.

Imagine que esa recta se extiende de manera infinita, ¿podría decir cuál es el ancho y largo de esa recta?

Las rectas carecen de ancho pero a diferencia del punto, las rectas si tienen largo, pero ese largo es **IMPOSIBLE** de medir, porque las rectas son ilimitadas por ambos extremos, es decir, **NO** tienen principio ni fin.
Las rectas se nombran de dos maneras:

Usando letras minúsculas: las rectas m y ℓ

Nombrando dos puntos que estén en la recta: la recta AB y CD

86 Unidad 4 - Conjuntos de puntos

continúa en la siguiente página...

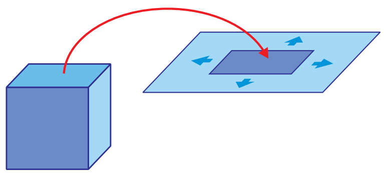
Unidad 4: **Conjunto de puntos**

Lección 1: (1/1) Puntos, rectas y planos

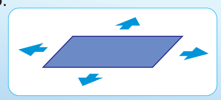
Sección 1: Puntos, rectas y planos

Objetivo:
- Explorar la noción de punto, recta y plano.
- Designar y trazar puntos rectas y planos.
- Dar ejemplos de objetos que sugieren la idea de punto, recta y plano.

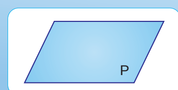
El tercer concepto se puede encontrar al observar una de las caras de un cubo. Ahora, imagine que la cara del cubo que usted observa se extiende ilimitadamente, ¿qué figura se obtiene?



A esta figura que se extiende ilimitadamente en todas las direcciones, se le llama **plano**.



A los planos, generalmente los representamos con cuadriláteros y los nombramos por letras mayúsculas: el **plano P**



Indicador de logro

Nombran puntos, rectas y planos usando letras.

3. Explorar la idea de plano.
(15 min)

* Indicar a los estudiantes que observen la cara de un cubo. ¿Qué figura es?

* Pedir que imaginen que ese cuadrado se extiende ilimitadamente.

* Concluir que esa es la idea de un plano en geometría.

* Explicar que generalmente a los planos se les representa por paralelogramos.

* Indicar que los planos se nombran usando letras mayúsculas.

Indicador de logro

El punto B está en el segmento AC, como se muestra en la figura de abajo. Si AC = 7 y AB = 4, ¿cuál es la longitud del segmento BC?

A B C

Unidad 4: Conjunto de puntos

Lección 2: (1/3) Rayos y segmentos

Sección 1: Rayos y segmentos

Objetivos:
- Definir y designar segmentos y rayos.
- Encontrar la longitud de un segmento.

1. Definir un rayo.

Ejemplo **2.1**

(6 min)

* Dibujar la recta AB en el pizarrón.

¿Qué figura se obtiene si **NO** se consideran los puntos que están al lado izquierdo del punto A?

* Pedir a un estudiante que pase a dibujar la figura resultante.

¿Qué se puede decir de los puntos que están a la derecha del punto B?

* Explicar que la figura obtenida es un rayo y se define como la parte de una recta que comienza en un punto y se extiende en un mismo sentido.

2. Definir un segmento.

Ejemplo **2.2**

(6 min)

* Señalar la recta AB del *Ejemplo* **2.1**.

¿Qué se obtiene si solo consideramos los puntos que están entre A y B incluyendo a estos?

* Pedir a un estudiante que pase a dibujar la figura en el pizarrón.

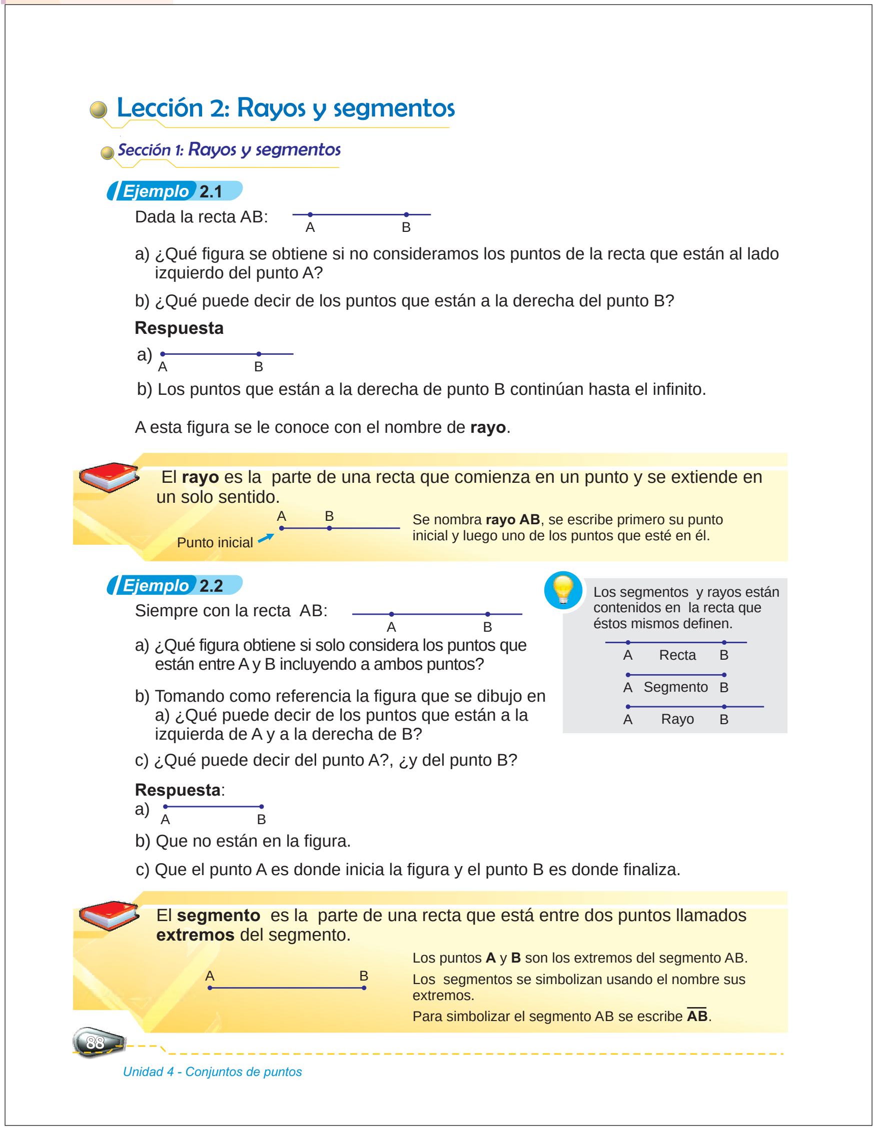
* Tomando como referencia la figura en a). ¿Qué se puede decir de los puntos que están a la izquierda de A y a la derecha de B?

¿Qué pueden decir del punto A?

¿Qué pueden decir del punto B?

* Explicar que la figura obtenida es un segmento y se define como la parte de una recta que está entre dos puntos llamados extremos del segmento.

* Pedir que analicen las diferencias y semejanzas entre las rectas rayos y segmentos.



Lección 2: Rayos y segmentos

Sección 1: Rayos y segmentos

Ejemplo **2.1**

Dada la recta AB: A B

a) ¿Qué figura se obtiene si no consideramos los puntos de la recta que están al lado izquierdo del punto A?

b) ¿Qué puede decir de los puntos que están a la derecha del punto B?

Respuesta

a) A B

b) Los puntos que están a la derecha de punto B continúan hasta el infinito.

A esta figura se le conoce con el nombre de **rayo**.

El **rayo** es la parte de una recta que comienza en un punto y se extiende en un solo sentido.

Punto inicial A B

Se nombra **rayo AB**, se escribe primero su punto inicial y luego uno de los puntos que esté en él.

Ejemplo **2.2**

Siempre con la recta AB: A B

a) ¿Qué figura obtiene si solo considera los puntos que están entre A y B incluyendo a ambos puntos?

b) Tomando como referencia la figura que se dibujo en a) ¿Qué puede decir de los puntos que están a la izquierda de A y a la derecha de B?

c) ¿Qué puede decir del punto A?, ¿y del punto B?

Los segmentos y rayos están contenidos en la recta que éstos mismos definen.

A Recta B

A Segmento B

A Rayo B

Respuesta:

a) A B

b) Que no están en la figura.

c) Que el punto A es donde inicia la figura y el punto B es donde finaliza.

El **segmento** es la parte de una recta que está entre dos puntos llamados **extremos** del segmento.

A B

Los puntos **A** y **B** son los extremos del segmento AB.

Los segmentos se simbolizan usando el nombre sus extremos.

Para simbolizar el segmento AB se escribe $\overline{\textbf{AB}}$.

continúa en la siguiente página...

Unidad 4: **Conjunto de puntos**

Lección 2: (1/3) Rayos y segmentos

Sección 1: Rayos y segmentos

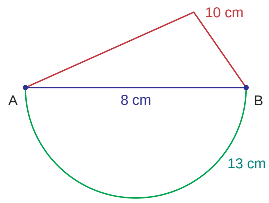
Objetivos:
- Definir y designar segmentos y rayos.
- Encontrar la longitud de un segmento.

Ejemplo 2.3

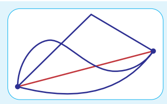
¿Cuál de los recorridos que se muestran en la figura de la derecha, es el más corto entre el punto A y el punto B?, ¿por qué?

a) La línea roja
b) El segmento
c) La línea verde

Respuesta: El segmento AB, porque mide menos que las demás líneas.

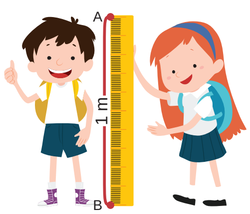


El recorrido más corto entre dos puntos cualesquiera está determinado por el segmento que los une. Ese segmento muestra la **distancia** entre esos dos puntos.

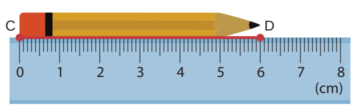


La distancia entre los puntos A y B del **Ejemplo 2.3** es 8 cm. Esa distancia también es la **longitud** del segmento AB, es decir, que la longitud del segmento AB es de 8 cm y se representa AB = 8 cm.

Al medir el largo o el ancho de algunos objetos, lo que en realidad hacemos es determinar la longitud del segmento que representa ese ancho y largo.



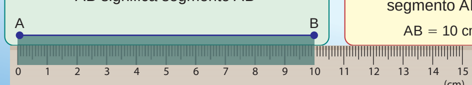
$\overline{AB}$ mide 1 m



$\overline{CD}$ mide 6 cm

$\overline{AB}$ y AB simbolizan dos cosas muy distintas.

$\overline{AB}$ significa segmento AB



AB significa longitud del segmento AB

AB = 10 cm

Indicador de logro

El punto B está en el segmento AC, como se muestra en la figura de abajo. Si AC = 7 y AB = 4, ¿cuál es la longitud del segmento BC?

3. Definir la distancia de un segmento. **Ejemplo 2.3**

(8 min)

* Pedir que observen la figura

¿Cuál de los recorridos es el más corto entre el punto A y el punto B?

* Explicar que el recorrido más corto entre dos puntos siempre será el segmento que los une.

¿Cuál es la distancia entre A y B del **Ejemplo 2.3**?

* Explicar que esta distancia también se le conoce como longitud del segmento AB.

¿A qué es igual la longitud del segmento AB?

* Explicar también que AB = 8 cm es una manera abreviada de decir que la longitud del segmento AB es igual a 8 cm.

* Concluir que, al medir el largo o el ancho de algunos objetos, lo que en realidad se hace es encontrar la longitud del segmento que representa ese ancho o largo.

* Pedir ejemplos en donde ellos encuentren la longitud de segmentos.

* Explicar la diferencia entre $\overline{AB}$ y AB.

continúa en la siguiente página...

Indicador de logro

El punto B está en el segmento AC, como se muestra en la figura de abajo. Si AC = 7 y AB = 4, ¿cuál es la longitud del segmento BC?

4. Trazar un segmento dada su longitud. *Ejemplo* **2.4**

(5 min)

¿Qué entiende por la longitud de un segmento?

¿Qué se puede utilizar para medir la longitud de un segmento?

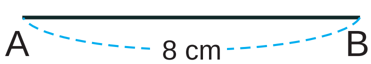
¿Con qué instrumento podemos trazar un segmento de 4 cm de longitud?

* Pedir que tracen en su cuaderno el $\overline{FG}$ con 4 cm.

5. Resolver *Ejercicio* **2.1**

(5 min)

Solución



6. Encontrar la longitud de un segmento. *Ejemplo* **2.5**

(8 min)

¿Cómo podemos encontrar la longitud del segmento BC?

* Observando la figura, ¿a qué es igual la longitud del segmento AC?

* Concluir que para encontrar la longitud del segmento BC, hay que buscar la diferencia de la longitud del segmento AC y del segmento AB.

* Se sustituyen las longitudes conocidas y luego se hace uso de la transposición de términos y así llegar a la respuesta.

7. Resolver *Ejercicio* **2.2**

(7 min)

Solución

FG = 7

Unidad 4: **Conjunto de puntos**

Lección 2: (1/3) Rayos y segmentos

Sección 1: Rayos y segmentos

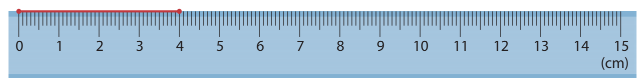
Objetivos:
- Definir y designar segmentos y rayos.
- Encontrar la longitud de un segmento.

Ejemplo **2.4**

Trace el segmento FG con 4 cm de longitud.

Solución:
Con la ayuda de una regla mida 4 cm y trace el segmento.

Medimos la longitud de segmentos usando instrumentos como regla, cinta métrica y otros.



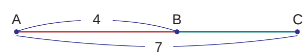
Luego marque los extremos y nómbrelos como F y G.

Ejercicio **2.1** Trace el segmento AB con 8 cm de longitud.

Ejemplo **2.5**

El punto B está en el segmento AC, tal como se muestra en la figura. Si AC = 7 y AB = 4, ¿cuál es la longitud del segmento BC?

Solución:
La longitud del segmento AC es igual a la longitud del segmento AB más la longitud del segmento BC.



Entonces,

AB + BC = AC

4 + BC = 7 ... sustituir AC = 7 y AB = 4

BC = 7 − 4 ... trasponer términos

BC = 3

Respuesta: BC = 3

Ejercicio **2.2** El punto G está en el segmento FH, tal como se muestra en la figura. Si FH = 9 y GH = 2, ¿cuál es la longitud del segmento FG?

90 *Unidad 4 - Conjuntos de puntos*

Unidad 4: **Conjunto de puntos**

Lección 2: (2/3) Rayos y segmentos

Sección 1: Rayos y segmentos

Objetivos:
- Definir la congruencia de segmentos.
- Definir el punto medio de un segmento.
- Definir y trazar el bisector de un segmento.

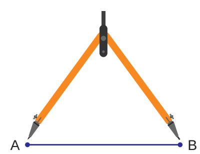
Ejemplo **2.6**

Trace un segmento CD que tenga la misma longitud del segmento AB, utilizando regla y compás.

Solución:

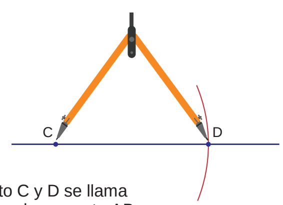
Paso 1: Con la regla se traza una recta cualquiera y se coloca el punto C sobre ella.

Paso 2: Se hace coincidir los extremos del compás con los extremos del segmento AB.

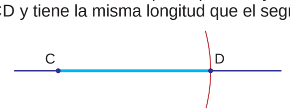


Se hace uso del compás para copiar, de manera más precisa, la longitud de segmentos pequeños.

Paso 3: Con esa misma abertura se traza un arco con centro en C que corte a la recta. Al punto de corte llámelo D.



Ese segmento de recta limitado por el punto C y D se llama segmento CD y tiene la misma longitud que el segmento AB.



Dos o más segmentos son **congruentes** si tienen la misma longitud. Para simbolizar que dos segmentos son congruentes utilizamos el signo ≅.

Indicador de logro

Identifique cuál de los siguientes puntos del $\overline{PT}$ es el punto medio, si PT = 10. Explique por qué.

1. Definir congruencia de segmentos. *Ejemplo* **2.6**

(10 min)

¿Cómo podemos saber que dos segmentos tienen la misma longitud?

¿Cómo se pueden dibujar dos segmentos con la misma longitud?

¿De qué manera se puede usar una regla y un compás para dibujar dos segmentos que miden igual?

* Indicar que para copiar longitudes con mayor precisión se utiliza el compás.

* Seguir los pasos propuestos para trazar el $\overline{AB}$.

* Trazar un segmento cualquiera en el pizarrón y encuentre uno que mida igual a ese. Se puede utilizar el propuesto en este ejemplo.

* Definen segmentos congruentes.

continúa en la siguiente página...

Indicador de logro

Identifique cuál de los siguientes puntos del $\overline{PT}$ es el punto medio, si PT = 10. Explique por qué.

¿Por qué los segmentos AB y CD son congruentes?

* Explicar que dos segmentos son congruentes cuando tienen la misma longitud.
* Cuando 2 segmentos son congruentes, por lo general se coloca una misma marca, en las figuras lo podemos representar usando (I, II).

2. Definir punto medio de un segmento. *Ejemplo* **2.7**

(10 min)

¿Qué es lo que debemos encontrar?

¿Qué significa OP = OQ?

* Explicar que al encontrar la longitud del $\overline{OP}$ también estamos encontrando la longitud de… (permitir que los estudiantes completen la oración)

¿Qué es $\overline{OP}$ respecto a $\overline{OQ}$?, ¿cuáles segmentos conforman $\overline{OQ}$?.

* Explicar que si se suman las longitudes de los segmentos OP y PQ, ¿cuál longitud se obtiene? Pero OP = OQ ¿Cómo quedaría planteada la suma de las longitudes?

¿Qué tiene de especial el punto P con respecto a la distancia que este se encuentra de los extremos?

* Concluir que el punto medio de un segmento es aquel punto que dista lo mismo desde los extremos del segmento.

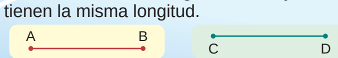
Unidad 4: **Conjunto de puntos**

Lección 2: (2/3) Rayos y segmentos

Sección 1: Rayos y segmentos

Objetivos:
- Definir la congruencia de segmentos.
- Definir el punto medio de un segmento.
- Definir y trazar el bisector de un segmento.

En el *Ejemplo* 2.6 los segmentos AB y CD son congruentes, porque tienen la misma longitud.

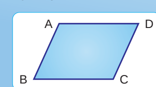


Los segmentos AB y CD tienen la misma longitud o sea, AB = CD

Entonces, los segmentos AB y CD son congruentes y se escribe $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

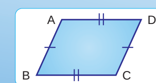
Cuando dos segmentos son congruentes, por lo general, se coloca una misma marca en las figuras para indicarlo.

Por ejemplo:



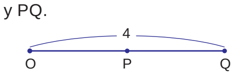
AB = DC

BC = AD, entonces



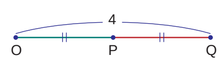
Ejemplo **2.7**

El punto P está en el segmento OQ, tal como se muestra en la figura. Si OQ = 4 y OP = PQ. Encuentre OP y PQ.



Solución:

La longitud del segmento OQ es igual a la longitud del segmento OP más la longitud del segmento PQ.



Entonces

OP + PQ = OQ

OP + OP = 4 ... sustituir OQ = 4 y OP = PQ

2OP = 4 ... reducir términos semejantes

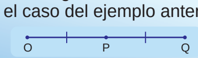
$OP = \frac{4}{2}$

OP = 2

Respuesta: OP = PQ = 2

En el *Ejemplo* 2.7 observe que el punto P está a la misma distancia del punto O y del punto Q, por esta razón, se dice que el punto P es el punto medio de OQ.

El punto medio de un segmento, divide a éste en dos segmentos congruentes. En el caso del ejemplo anterior,



El **punto medio** de un segmento es aquel punto del segmento que dista lo mismo de los extremos del segmento.

92

Unidad 4 - Conjuntos de puntos

continúa en la siguiente página...

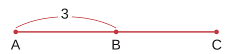
Unidad 4: Conjunto de puntos

Lección 2: (2/3) Rayos y segmentos

Sección 1: Rayos y segmentos

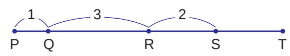
Objetivos:
- Definir la congruencia de segmentos.
- Definir el punto medio de un segmento.
- Definir y trazar el bisector de un segmento.

Ejercicio 2.3 El punto B es el punto medio del $\overline{AC}$. Si AB = 3, encuentre la longitud del $\overline{AC}$.

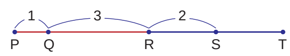


Ejemplo 2.8

Si PT = 8 identifique cuál de los siguientes puntos es el punto medio. Explique por qué.



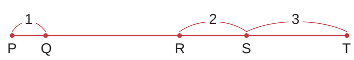
Solución:
El punto medio está a la mitad del $\overline{PT}$. Y la mitad de PT es
8 ÷ 2 = 4
Por lo que el punto medio debe encontrarse a una distancia de 4 de cualquiera de los extremos del $\overline{PT}$.



PQ + QR = 4, es decir, la distancia de P a R es 4.

Respuesta: El punto medio del $\overline{PT}$ es R.

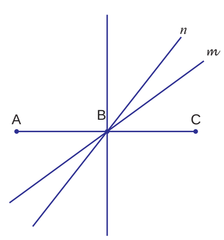
Ejercicio 2.4 Si PT = 10, identifique cuál de los siguientes puntos es el punto medio del segmento PT. Explique por qué.



Ejemplo 2.9

El punto B es el punto medio del segmento AC. Trace a lo sumo 3 rectas que pasen por B.

Solución:



93
Libro del Estudiante - Matemáticas 7° grado

Indicador de logro

Identifique cuál de los siguientes puntos del $\overline{PT}$ es el punto medio, si PT = 10. Explique por qué.

3. Resolver Ejercicio 2.3
(5 min)
Solución
AC = 6

4. Encontrar el punto medio de un segmento.
Ejemplo 2.8
(5 min)
¿Dónde se encuentra el punto medio de un segmento?
¿Cuál es la mitad de la longitud del $\overline{PT}$?
¿A qué distancia debe encontrarse el punto medio del $\overline{PT}$?

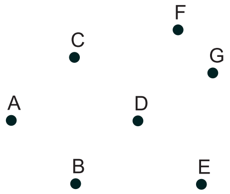
5. Resolver Ejercicio 2.4
(5 min)
Solución
* R es el punto medio del $\overline{PT}$ porque la mitad de la longitud del $\overline{PT}$ es 5 y R está a 5 de distancia de los extremos del $\overline{PT}$.

6. Definir y trazar el bisector de un segmento.
Ejemplo 2.9
(6 min)
* Pedir que dibujen un segmento y que marquen su punto medio. Luego trazar una recta que pase por ese punto medio.
* Dibujar en la pizarra tres de las formas que los estudiantes trazaron las rectas en sus cuadernos.
* Esa recta, ¿en cuántas partes divide al segmento?
¿Cómo son esas partes?

continúa en la siguiente página...

Indicador de logro

Trace y designe una recta a través de grupos de tres puntos colineales.



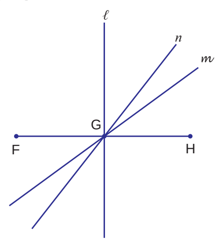
* Explicar que las rectas que pasan por el punto medio de un segmento, bisecan al segmento.
* Concluir que la recta que biseca a un segmento se llama bisector del segmento.

7. Resolver Ejercicio 2.5

(5 min)

Solución

Deben construir el segmento FH, ubicar su punto medio y llamarlo G. (Hay más de una solución correcta) como el Ejemplo 2.9 puede trazar cualquier recta que pase por el punto G.



[Hasta aquí Clase 2]

[Desde aquí Clase 3]

1. Definir puntos colineales.

Ejemplo 2.10

(5 min)

* Trazar dos puntos distintos A y B.

¿Cuántas rectas se pueden dibujar que pasen por el punto A? (Trate de dibujar el número de rectas dicho por los estudiantes) y pregunte si ¿pueden seguir dibujando más rectas?

* Concluir que por un punto pasan infinidad de rectas.

Unidad 4: **Conjunto de puntos**

Lección 2: (3/3) Rayos y segmentos

Sección 1: Rayos y segmentos

Objetivo: Definir puntos colineales.

Cuando una recta pasa por el punto medio de un segmento, se dice que la recta biseca al segmento. En el Ejemplo 2.9 las rectas ℓ, m y n bisecan al segmento AC.

La recta que biseca a un segmento se le llama **bisector** del segmento.

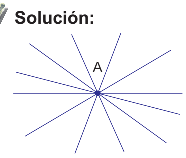
Ejercicio 2.5 El punto G es el punto medio del segmento FH. Trace a lo sumo 3 bisectores del segmento FH.

Por el siguiente Ejemplo 2.10 se concluye que se pueden trazar infinitos bisectores.

Ejemplo 2.10

Dado el punto A, ¿cuántas rectas puede trazar que pasen por ese punto?

Solución:



Respuesta: Pasan infinitas rectas.

Ejemplo 2.11

Ahora, dibuje dos puntos distintos A y B. ¿Cuántas rectas puede trazar que pasen por el punto A y B?

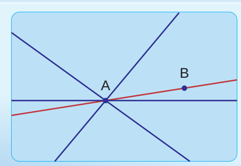
Solución:

Respuesta: Solo una recta.

Por el Ejemplo 2.10 y Ejemplo 2.11 se concluye que,

Por un punto pasan infinitas rectas, pero dos puntos definen una y solo una recta.

A los puntos A y B se le conocen como puntos colineales, porque están en la misma recta AB.



94

Unidad 4 - Conjuntos de puntos

2. Dibujar dos puntos e identificar cuántas rectas se pueden trazar. Ejemplo 2.11

(5 min)

* Dibujar otro punto cerca del punto A y llámelo B. Pregunte, ¿cuántas rectas se pueden dibujar que pasen por el punto A y el punto B?
* Concluir que por dos puntos solo pasa una recta.
* Llamar al punto A y al punto B colineales por estar en una misma recta.

continúa en la siguiente página...

Unidad 4: **Conjunto de puntos**

Lección 2: (3/3) Rayos y segmentos

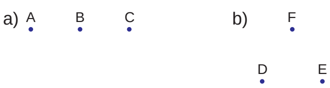
Sección 1: Rayos y segmentos

Objetivo: Definir puntos colineales.

Dos o más puntos son colineales si están en una misma recta.

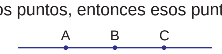
Ejemplo **2.12**

¿En cuál de los siguientes casos los tres puntos presentados son colineales?

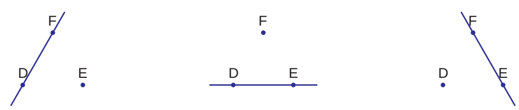


Solución:

a) Para saber si varios puntos son colineales, basta con trazar una recta y si esa recta contiene esos puntos, entonces esos puntos son colineales.



b) Al trazar una recta por el conjunto de puntos del inciso b) notamos que ninguna recta contiene a los tres puntos.

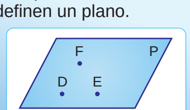


Queda fuera el punto E Queda fuera el punto F Queda fuera el punto D

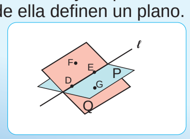
Respuesta: Los puntos del inciso a) todos son colineales.
Los puntos del inciso b) no todos son colineales.

Observando los puntos del inciso b) del ejemplo anterior se puede decir que,

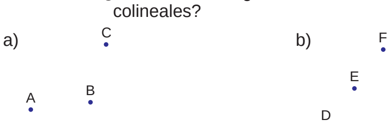
Tres puntos no colineales definen un plano.



Una recta y un punto fuera de ella definen un plano.

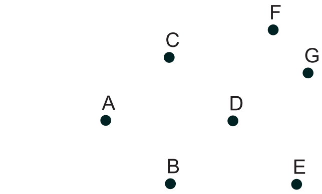


Ejercicio **2.6** ¿En cuál de los siguientes casos los tres puntos presentados son colineales?



Indicador de logro

Trace y designe una recta a través de grupos de tres puntos colineales.



3. Identificar cuáles son puntos colineales.

Ejemplo **2.12**

(20 min)

¿Cuántos puntos hay en el grupo del inciso a)?

¿Cuántos puntos hay en el grupo del inciso b)?

¿Cuándo dos o más puntos son colineales?

¿Qué pueden hacer para saber si esos puntos son colineales?

¿En cuál de los dos grupos la recta pasó por todos los puntos?

¿Cuál de los dos grupos de puntos son colineales? ¿Por qué?

* Indicar el grupo de puntos de b) son no colineales y que tres puntos no colineales definen un plano.
* Una recta y un punto fuera de ella definen un plano.

4. Resolver *Ejercicio* **2.6**

(5 min)

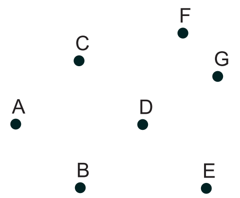
Solución

El grupo de puntos del inciso b) son colineales

continúa en la siguiente página...

Indicador de logro

Trace y designe una recta a través de grupos de tres puntos colineales.



Unidad 4: **Conjunto de puntos**

Lección 2: (3/3) Rayos y segmentos

Sección 1: Rayos y segmentos

Objetivo: Definir puntos colineales.

5. Definir dos o más puntos colineales.

Ejemplo **2.13**

(5 min)

¿Cuándo dos o más puntos son colineales?

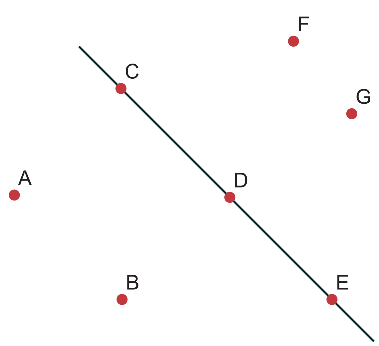
¿Cuáles tres puntos parecen colineales?

* Pedir que comprueben su predicción trazando una recta.
* Indicar que siempre dos puntos serán colineales, pero en ese caso están pidiendo únicamente señalar tres puntos que sean colineales.

6. Resolver *Ejercicio* **2.7**

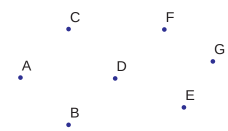
(5 min)

Solución



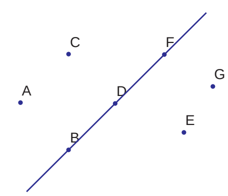
Ejemplo **2.13**

Encuentre los tres puntos colineales y trace la recta que los contiene.

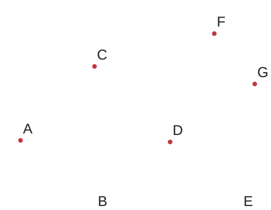


Solución:

La condición para trazar la recta es a través de tres puntos colineales, los únicos puntos que cumplen esa condición son los puntos B, D y F, entonces, se traza la recta a través de ellos.



Ejercicio **2.7** Encuentre los tres puntos colineales y trace la recta que los contiene.



96

Unidad 4 - Conjuntos de puntos

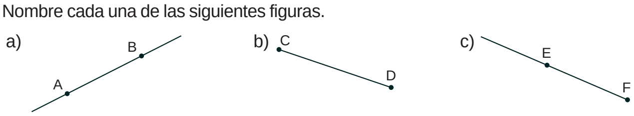
Unidad 4: Conjunto de puntos

(1/1) Ejercicios de la unidad

Objetivo: Confirmar lo aprendido sobre conjunto de puntos

Ejercicios

1 Nombre cada una de las siguientes figuras.

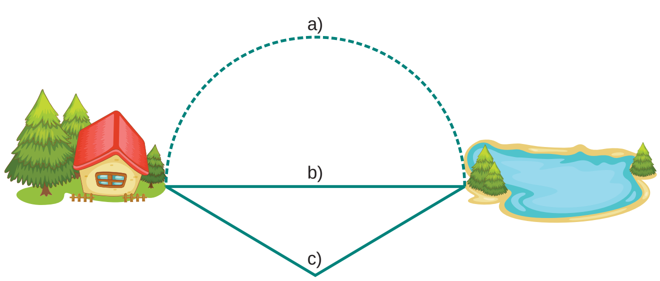


2 Dibuje lo que a continuación se le pide:
a) Recta CD
b) Segmento ST
c) Rayo EF

3 ¿Cuál de los siguientes se extiende indefinidamente?
a) Segmento
b) Recta
c) Punto

4 ¿Cuál de los siguientes tiene un punto medio?
a) Rayo
b) Recta
c) Segmento

5 ¿Cuál es el camino más corto para llegar de la casa al lago? Explique el por qué.



1 Identificar recta, segmento y rayo.

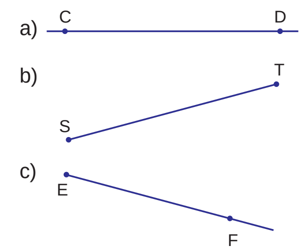
Solución

a) Recta
b) Segmento
c) Rayo

2 Trazar recta, segmento y rayo.

Solución

Hay más de una solución correcta.



3 Definición de recta.

Solución

b) Recta

4 Punto medio de un segmento.

Solución

c) Segmento

5 Distancia entre dos puntos.

Solución

El camino más corto es el inciso b), porque el recorrido más corto entre dos puntos cualesquiera está determinado por el segmento que los une.

continúa en la siguiente página...

Unidad 4: Conjunto de puntos

(1/1) Ejercicios de la unidad

Objetivo: Confirmar lo aprendido sobre conjunto de puntos.

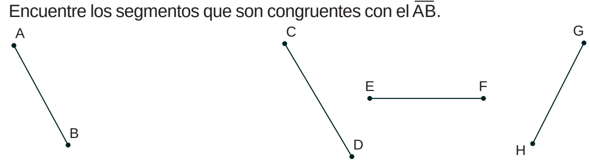
6 Dibuje los puntos A y C, luego trace $\overline{AC}$ y ubique un punto B en el segmento, de manera que B está entre A y C.

7 Encuentre la medida que falta si B está entre A y C.

a) AB = 8, BC = 16 y AC = ☐

b) AB = 11, BC = ☐ y AC = 31

8 Encuentre los segmentos que son congruentes con el $\overline{AB}$.



9 Encuentre la medida que falta si O es punto medio del segmento determinado por P y Q.

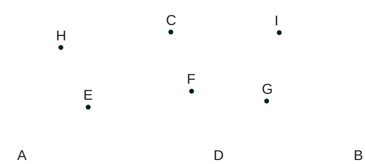
a) PO = 8, PQ = ☐

b) PO = ☐, PQ = 20

10 ¿Cuántas rectas determinan 4 puntos colineales?

11 ¿Cuántas rectas determinan 4 puntos donde no hay 3 colineales?

12 Encuentre los grupos de tres puntos que son colineales y trace la recta que los contiene.



98 Unidad 4 - Conjuntos de puntos

6 Trazar el segmento FH.

Solución

Una de las muchas soluciones es:

No es necesario que el punto B esté en medio del segmento AC.

7 Suma de longitudes.

Solución

a) AC = 24

b) BC = 20

8 Segmento congruentes.

Solución

Los segmentos congruentes al $\overline{AB}$ son:

$\overline{EF}$ y $\overline{HG}$.

9 Suma de longitudes.

Solución

a) PQ = 16

b) PO = 10

10 Rectas y puntos colineales.

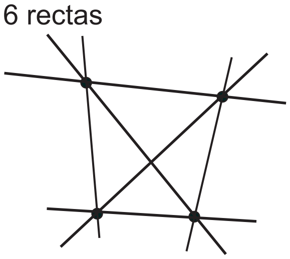
Solución

Una recta

11 Rectas y puntos colineales.

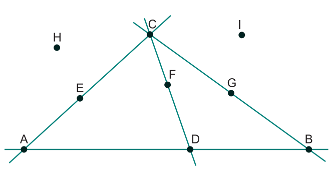
Solución

6 rectas



12 Rectas y puntos colineales.

Solución



Unidad 5
Ángulos

Ángulos

(8 horas)

1 Expectativas de logro

- Operan ángulos y sus relaciones con línea.
- Reconocen y miden ángulos en la vida real.

2 Relación y desarrollo

Séptimo grado

Conjunto de puntos
- Puntos, rectas y planos
- Rayos y segmentos
- Longitud de un segmento
- Segmentos congruentes
- Distancia entre puntos
- Punto medio de un segmento
- Bisector de un segmento
- Puntos colineales

Ángulos
- Ángulo, medida y congruencia
- Clasificación de ángulos
- Construcción de la bisectriz
- Rectas perpendiculares y mediatriz de un segmento
- Construcción de la mediatriz
- Construcción de una perpendicular usando definición de mediatriz

Octavo grado

Paralelismo
- Rectas paralelas y transversales
- Ángulos formados por dos rectas paralelas y una transversal
- Congruencia de ángulos formados por dos rectas paralelas y una transversal
- Demostraciones sobre paralelismo
- Distancia entre rectas paralelas
- Construcción de rectas paralelas

Congruencia de triángulos
- Suma de las medidas de los ángulos de un triángulo
- Suma de las medidas de los ángulos de un polígono
- Congruencia de triángulos
- Triángulos isósceles y rectángulo

Cuadriláteros
- Elementos y clasificación de los cuadriláteros
- Paralelogramos
- Rectángulos, rombos y cuadrados
- Trapecios

Noveno grado

Semejanza de triángulos
- Figuras semejantes
- Triángulos semejantes
- Criterios de semejanza de triángulos
- Relación entre triángulos y proporción
- Relación entre paralelas y proporción
- Aplicación de la semejanza de triángulos

Teorema de Pitágoras
- Teorema de Pitágoras
- Recíproco del teorema de Pitágoras
- Aplicación del teorema de Pitágoras

Polígonos regulares y el círculo
- Polígonos regulares
- Medida de los ángulos internos de un polígono regular
- Centro de un polígono regular
- Círculos
- Tangente a un círculo
- Área del círculo

Sólidos geométricos
- Áreas laterales de sólidos geométricos (cubos, prismas, pirámides, cilindros conos y esferas)
- Volumen de sólidos geométricos (pirámides, conos, cilindros y esferas)

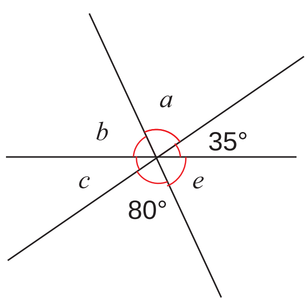
Plan de estudio (8 horas)

Lección	Distribución de horas	Contenidos
1. Ángulos (2 horas)	1/2	• Definición de ángulo medida y congruencia
	2/2	• Clasificación de ángulos
2. Construcción de ángulos (1 hora)	1/1	• Construcción de la bisectriz
3. Perpendicularidad (3 horas)	1/3	• Rectas perpendiculares y mediatriz de un segmento
	2/3	• Construcción de la mediatriz
	3/3	• Construcción de una perpendicular usando la definición de mediatriz
Ejercicios (2 horas)	1~2/2	

Puntos de lección

Análisis de las pruebas diagnósticas 2016 - 2017

[Pregunta] Encuentre la medida del ángulo b.



Institutos:18% CEB: 0% (2017)

El problema principal es que los docentes no enseñan esta unidad en muchos centros educativos, por eso los resultados son muy bajos. Los contenidos que se enseñan en esta unidad son conocimientos básicos de ángulos.

Sin estos conocimientos es imposible aprender los contenidos del bloque de Geometría. (Congruencia de triángulos, Cuadriláteros y Semejanza de triángulos, etc.)

Los docentes tienen responsabilidad de enseñar esta unidad de Ángulos.

Lección 1: Ángulos

En el II ciclo los estudiantes aprendieron la definición de ángulos, la unidad de medida de grado (°), el uso del transportador y algunos conceptos sobre ángulos. También aprendieron que los ángulos opuestos por el vértice son congruentes, pero no la razón. En esta lección está dada la explicación.

En este grado por primera vez los estudiantes conocerán la forma de deducción en geometría, que es una de las metas de la enseñanza de esta rama de las matemáticas en este nivel. Así mismo se dará una idea intuitiva acerca de figuras.

Lección 2. Construcción de ángulos

En geometría la construcción de figuras significa dibujarlas solo con regla y compás. Se usa regla para trazar una recta que une dos puntos dados y el compás para trazar una circunferencia con centro y radio dado. En esta lección se realiza la construcción de la bisectriz.

Lección 3. Perpendicularidad

Los estudiantes aprendieron el concepto de perpendicularidad en 3er grado y conocen algunas propiedades de la mediatriz a través del aprendizaje de la simetría.

Para abordar el tema de la perpendicularidad se hacen varias construcciones:

* Construir una perpendicular a una recta dada, que pase por un punto dado de esa recta.

  Vale la pena permitir que los estudiantes busquen estrategias para construirla. Puede sugerirles que consideren la bisectriz del ángulo llano.

* Construcción de la mediatriz de un segmento.

  Antes de hacer esta construcción es necesario investigar la propiedad de la mediatriz que dice que cada punto en la mediatriz equidista de los dos extremos del segmento. Utilizando esta propiedad se construye la mediatriz, es decir, construir dos puntos donde cada uno de ellos diste lo mismo de los dos extremos del segmento para luego trazar la recta que pasa por estos dos puntos. Este también es el procedimiento para encontrar el punto medio del segmento.

* Construir una recta perpendicular a una recta dada a través de un punto exterior a la recta.

* Primero se corta el segmento cuyos extremos disten lo mismo del punto exterior a la recta dada.

  Una propiedad importante de la perpendicularidad es que, dada una recta y un punto externo, la perpendicular que pasa por dicho punto da el camino más corto entre el punto y la recta.

La distancia entre un punto y una recta es la medida del segmento perpendicular a la recta que une esta con el punto. Con este concepto se puede considerar una mediatriz como el conjunto de puntos que distan lo mismo de ambos extremos del segmento.

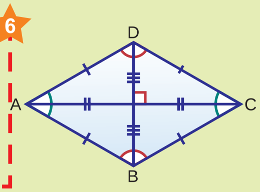
En esta lección para la construcción de rectas perpendiculares, dibujadas con regla y compás, se hace uso de la definición de mediatriz.

Tema: Construcción de la bisectriz 1

Recordemos las características del rombo

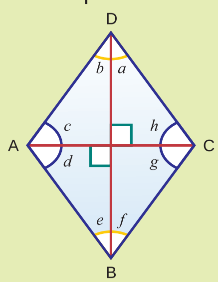
6 Las diagonales se cortan a la mitad.

Las diagonales se cortan formando ángulos rectos.



Ejemplo 2.1 2 Pág. 106 3

Dado el rombo ABCD mida con el transportador los ángulos



Solución 4

$m\angle a = m\angle b = 40°$

$m\angle c = m\angle d = 50°$

De igual manera, las medidas de los ángulos e, f, g y h son:

$m\angle e = m\angle f = 40°$

$m\angle g = m\angle h = 50°$

6 En el rombo ABCD, la diagonal AC es bisectriz del ∠A y del ∠C, la diagonal BD es la bisectriz del ∠B y del ∠D.

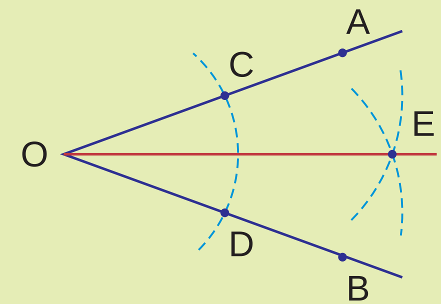
Ejemplo 2.2 2 Pág. 107 3

Usando las propiedades del rombo construya la bisectriz del ∠AOB con regla y compás.

Paso 1: Trazar un arco con centro en O y con cualquier radio, que corte los rayos OA y OB en los puntos C y D respectivamente.

Paso 2: Con el mismo radio trazar dos arcos, uno con centro en C y otro con centro en D que se corten en el punto E.

Paso 3: Trazar el rayo OE.

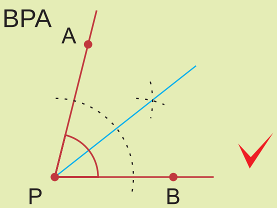


6 El cuadrilátero ODEC es un rombo y $\overline{OE}$ es una diagonal, por lo tanto ∠AOE y ∠BOE tienen la misma medida. Se concluye que el rayo OE es la bisectriz del ∠AOB.

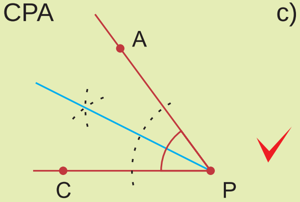
Ejercicio 2.1 2 Pág. 108 3

Usando la propiedad vista del rombo, construya la bisectriz de los siguientes ángulos con regla y compás.

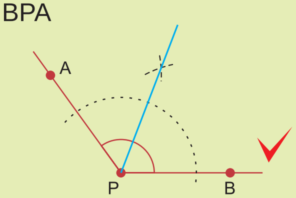
a) ∠BPA



b) ∠CPA



c) ∠BPA



1 Al inicio de la clase escribir solo la palabra "**Tema**" y hasta el final de la clase (o en el desarrollo de la misma) escribir el contenido del tema.

2 Escribir el número del *Ejemplo* o *Ejercicio*.

3 Escribir el número de **Pág.** del LE para entender dónde se quedaron con respecto al tiempo.

4 Escribir la **Solución** y **Respuesta**.

5 En el problema planteado marcar los datos importantes para poder llegar a la respuesta.

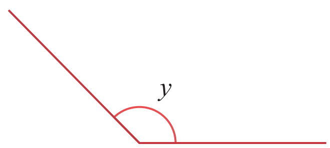
6 Escribir la conclusión en un rectángulo de color rojo.

✓ Marcar en el *Ejercicio* cuando la solución o la respuesta sean correctas.

Nota: Los puntos aquí explicados no siempre aplican todos en un plan de pizarra.

Indicador de logro

¿Cuál es la medida del siguiente ángulo?



Unidad 5:	**Ángulos**
Lección 1: (1/2)	Ángulos
Sección 1:	Definición de ángulo, medida y congruencia
Objetivos:	• Definir y designar ángulos. • Medir y construir ángulos usando el transportador.

1. Definir y designar un ángulo.

(5 min)

¿Qué es un ángulo?

¿Cómo se designa un ángulo?

* Concluir sobre las diferentes formas de designar un ángulo según el LE.

* Indicar a los estudiantes que cuando se designa un ángulo usando tres letras, la letra que corresponde al vértice siempre debe ir en el medio.

* Si los estudiantes tienen problemas para designar e identificar ángulos y sus elementos, dar otros ejemplos.

2. Recordar el procedimiento para medir ángulos.

(5 min)

¿Qué instrumento se usa para medir ángulos?

* Concluir que para medir ángulos se utiliza el transportador.

¿Cuál es la unidad de medida que se usa para medir ángulos?

* Indicar que el grado (°) es la unidad que utilizamos para medir ángulos.

* Concluir que el ángulo central de un circulo mide 360°.

Unidad 5

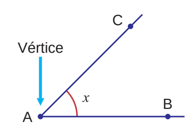
Ángulos

Lección 1: Ángulos

Sección 1: Definición de ángulo, medida y congruencia

La definición de ángulo y los temas fundamentales sobre éste se estudiaron en 4to, 5to y 6to grado.

Recordando la definición de ángulo:
Un **ángulo** es la abertura que forman dos rayos (AB y AC) que se unen en un punto común (punto A) llamado **vértice**.

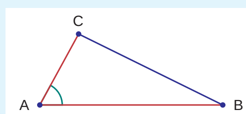


El ángulo mostrado se puede designar de varias maneras: A, BAC, CAB ó x.

No se debe confundir el símbolo del ángulo (∠) con el símbolo menor que (<)

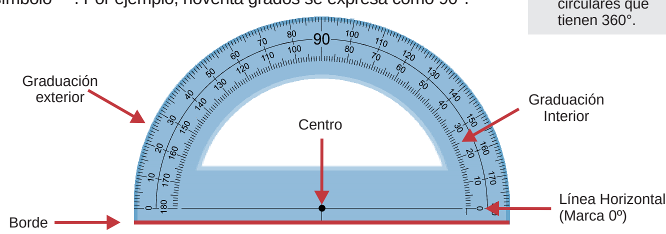
Recordando la definición de rayo:
Rayo: segmento de recta que comienza en un punto determinado y se extiende en una dirección. El rayo con extremo en A y que pasa por el punto B se escribe como "rayo AB"

En muchas situaciones se llama ángulo aún cuando está compuesto por segmentos en lugar de rayos.
En el triángulo de la derecha se observa el ∠A (∠BAC ó ∠CAB) cuyos lados son los segmentos AC y AB.



Para medir ángulos se usa el transportador. La unidad que utilizaremos para medir ángulos es el grado y se utiliza el símbolo "°". Por ejemplo, noventa grados se expresa como 90°.

También hay transportadores circulares que tienen 360°.



100 Unidad 5 - Ángulos

continúa en la siguiente página...

Unidad 5: Ángulos

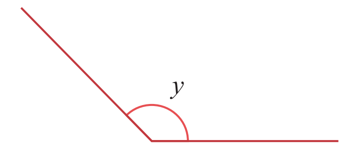
Lección 1: (1/2) Ángulos

Sección 1: Definición de ángulo, medida y congruencia

Objetivos:
- Definir y designar ángulos.
- Medir y construir ángulos usando el transportador.

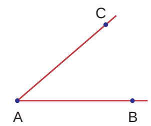
Indicador de logro

¿Cuál es la medida del siguiente ángulo?



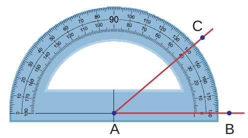
Ejemplo 1.1

Mida con el transportador el BAC de la figura a la derecha:

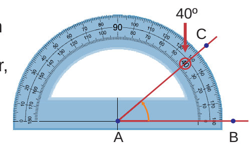


Solución:

Paso 1: Colocar y hacer coincidir el centro del transportador con el vértice del ángulo y ajustar la línea horizontal (marca 0°) sobre el rayo AB del ángulo.



Paso 2: Se leen los grados de la graduación donde aparece la marca 0°, en este ejemplo se lee la graduación interior, hasta llegar al número por el que pasa el rayo AC. Este número es la medida del BAC en grados.



De esta forma, la medida del $\angle$BAC es 40°.
Para expresar que la medida del $\angle$BAC es 40°, se escribe $m\angle$BAC $= 40°$.

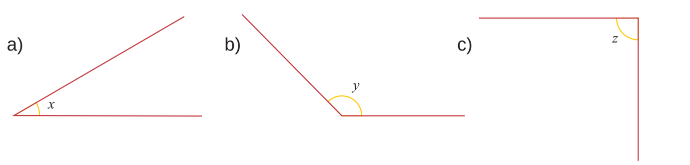
El transportador cuenta con dos graduaciones de números, una interior y otra exterior, se comienza a leer desde la línea horizontal (marca 0°) sin importar la posición del ángulo.

La medida del $\angle$AOB se lee en la graduación exterior.
En este caso $m\ \angle$AOB $= 60º$

Dos ángulos que tienen la misma medida se llaman **ángulos congruentes**.
Si $\angle$A y $\angle$B son congruentes, se escribe $\angle A \cong \angle B$.

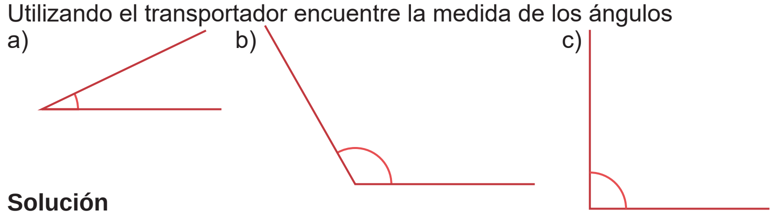
$m\ \angle A = m\ \angle B$, entonces, $\angle A \cong \angle B$.

Ejercicio 1.1 Utilizando el transportador encuentre la medida de los ángulos x, y y z:



Ejercicios adicionales

Utilizando el transportador encuentre la medida de los ángulos



Solución

a) 25° b) 120° c) 90°

3. Medir ángulos usando el transportador.

Ejemplo 1.1

(10 min)

* Medir el $\angle$BAC de la figura presentada.
* Seguir los pasos para medir correctamente el ángulo.
* Orientar sobre el uso del transportador.
* El primer paso es hacer coincidir el centro del transportador con el vértice del ángulo y ajustar a la línea horizontal sobre el rayo AB del ángulo.
* Luego se leen las graduaciones partiendo de la marca 0°.
* Recordar que el transportador tiene graduación interna y graduación externa.
* Se pueden leer de 10 en 10 y luego las graduaciones que faltan de 1 en 1.
* Concluir que si dos ángulos tienen la misma medida se llaman ángulos congruentes.

4. Resolver Ejercicio 1.1

(5 min)

Solución

a) 30°

b) 135°

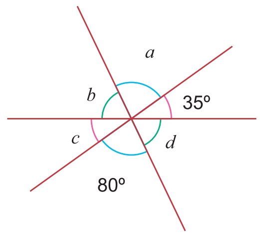
c) 90°

* Observar a los estudiantes si hacen el uso correcto del transportador, si no, hacer las correcciones necesarias.
* Discutir las formas usadas para medir con el transportador.

continúa en la siguiente página...

Indicador de logro

Encuentre las medidas de los ángulos a, b, c y d



* Indicar que hay que tener cuidado de hacer una lectura en la graduación correcta.

5. Construir ángulos usando el transportador.

Ejemplo **1.2**

(10 min)

* Para trazar el $\angle$AOB tal que $m\angle$AOB = 30°, el primer paso es trazar el rayo OA.

* Ajustar el rayo OA del transportador.

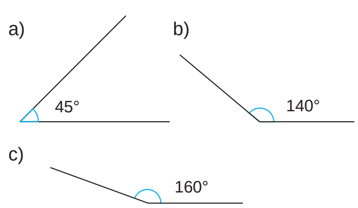
* Luego se busca la medida de 30° y se marca el punto B.

* Finalmente se quita el transportador y se traza el rayo OB.

6. Resolver *Ejercicio* **1.2**

(10 min)

Solución



[Hasta aquí Clase 1]

[Desde aquí Clase 2]

1. Clasificar los ángulos según su medida.

(4 min)

* Recordar los tipos de ángulo según su medida, que se estudiaron en 4to grado.

* Definir cada uno de ellos.

Unidad 5: Ángulos

Lección 1: (2/2) Ángulos

Sección 2: Clasificación de ángulos

Objetivos:

- Clasificar ángulos según su medida.
- Encontrar la medida de los ángulos formados por dos rectas que se cortan en un punto, dada la medida de uno de ellos.

Se pueden trazar ángulos con una medida determinada con un proceso similar al utilizado en el *Ejemplo* 1.1. Se debe tener cuidado de hacer una lectura en la graduación correcta.

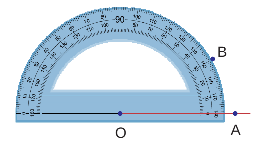
Ejemplo **1.2**

Con la ayuda del transportador, trace el $\angle$AOB tal que $m\angle$AOB $= 30°$.

Solución:

Paso 1: Trazar el rayo OA.

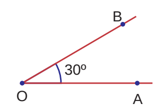
Paso 2: Ajustar la línea horizontal del transportador (marca 0°) sobre el rayo OA. Utilizando la graduación interior, se busca el valor de la medida del ángulo, en este caso 30° y se marca el punto B.



Paso 3: Finalmente, quite el transportador y trace el rayo OB.

El ángulo trazado es el $\angle$AOB, cuya medida es 30º.

Esto es, $m\angle$AOB $= 30°$

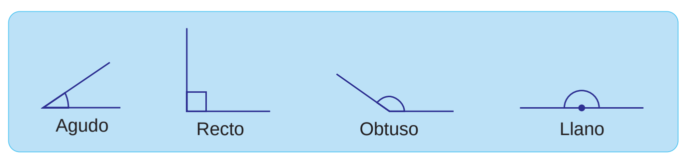


Ejercicio **1.2** Con la ayuda del transportador, trace los ángulos cuya medida sea la siguiente:

a) 45º b) 140º c) 160º

Sección 2: Clasificación de ángulos

Recuerde los tipos de ángulos según su medida que se estudiaron en 4to grado.



Los ángulos según su medida se clasifican en:

1) Si $0° < m\angle A < 90°$, entonces el $\angle$A es un **ángulo agudo**.
2) Si $m\angle A = 90°$, entonces el $\angle$A es un **ángulo recto**.
3) Si $90° < m\angle A < 180°$, entonces el $\angle$A es un **ángulo obtuso**.
4) Si $m\angle A = 180°$, entonces el $\angle$A es un **ángulo llano**. En este caso se forma una recta.

Para indicar un ángulo recto en la figura, se utiliza el símbolo ⅂

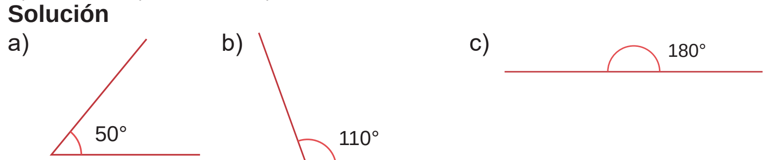
102 *Unidad 5 - Ángulos*

Ejercicios adicionales

Trazar ángulos con la siguiente medida

a) 50º b) 110º c) 180º

Solución



continúa en la siguiente página...

Unidad 5: **Ángulos**

Lección 1: (2/2) Ángulos

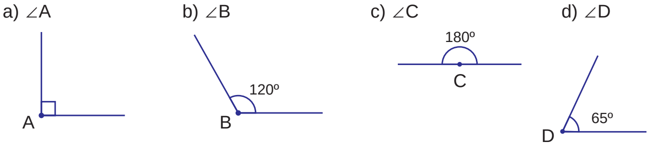
Sección 2: Clasificación de ángulos

Objetivos:
- Clasificar ángulos según su medida.
- Encontrar la medida de los ángulos formados por dos rectas que se cortan en un punto, dada la medida de uno de ellos.

Ejemplo 1.3

Escriba que tipo de ángulo es cada uno de los siguientes ángulos según su medida:

a) ∠A b) ∠B c) ∠C d) ∠D



Respuesta: a) Ángulo recto b) Ángulo obtuso c) Ángulo llano d) Ángulo agudo

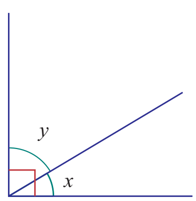
Ejercicio 1.3 Escriba que tipo de ángulo son ∠A , ∠B y ∠C según su medida:

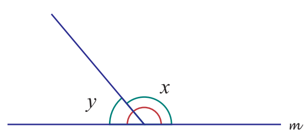
a) $m\angle A = 180º$ b) $m\angle B = 30º$ c) $m\angle C = 150º$

Recuerde que en 5to grado también se definieron los ángulos complementarios y ángulos suplementarios.

Si $m\angle x + m\angle y = 90°$ se dice que los ángulos x y y son **ángulos complementarios**.

Si $m\angle x + m\angle y = 180°$ se dice que los ángulos x y y son **ángulos suplementarios**.





Ejemplo 1.4

Encuentre la medida del $\angle x$ si:

a) $\angle x$ es el ángulo complementario del ángulo cuya medida es 50º.
b) $\angle x$ es el ángulo suplementario del ángulo cuya medida es 160º.

103

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

Ejercicios adicionales

Escriba qué tipo de ángulos son el ∠A, ∠B y ∠C según su medida si:

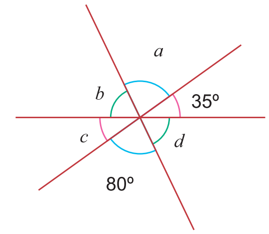
a) $m\angle A = 125°$ b) $m\angle B = 65°$ c) $m\angle C = 90°$

Solución

a) Ángulo obtuso b) Ángulo agudo c) Ángulo recto

Indicador de logro

Encuentre las medidas de los ángulos a, b, c y d



2. Clasificar ángulos según la medida. Ejemplo 1.3

(4 min)

* Escribir qué tipo de ángulo es cada uno de los siguientes ángulos según su medida.
* Concluir sobre la clasificación de ángulos y dibujarlos en su cuaderno.

3. Resolver Ejercicio 1.3

(4 min)

Solución

a) Ángulo llano
b) Ángulo agudo
c) Ángulo obtuso

4. Definir ángulos complementarios y ángulos suplementario.

(5 min)

¿Cuánto es la suma de las medidas del $\angle x$ y del $\angle y$?

* Concluir que si la suma de los dos ángulos es 90° estos son complementarios.

¿Cuánto es la suma de las medidas del $\angle x$ y del $\angle y$?

* Concluir que si la suma de los dos ángulos es 180° estos son suplementarios.

5. Encontrar el complemento ó suplemento de un ángulo.

Ejemplo 1.4

(5 min)

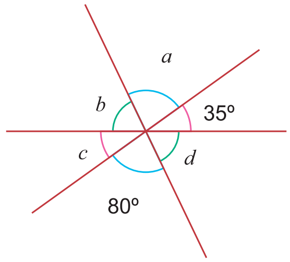
¿Cuál es la medida del ángulo complementario del ángulo cuya medida es 50°?

¿Cuál es la medida del ángulo suplementario del ángulo cuya medida es 160°?

continúa en la siguiente página...

Indicador de logro

Encuentre las medidas de los ángulos a, b, c y d



* Indicar que se necesita tener claro el concepto de ángulos complementarios para encontrar el complemento del ángulo de 50° y asi saber cuál es la medida del ángulo x. Entonces $m\angle x$ = 90° - 50° = 40°

* Indicar que se necesita tener claro el concepto de ángulos suplementarios para encontrar el suplemento del ángulo de 160° y asi saber cuál es la medida del ángulo x. Entonces $m\angle x$ = 180° - 160° = 20°

6. Resolver *Ejercicio* **1.4**

(4 min)

Solución

a) $m\angle\ x$ = 65°

b) $m\angle x$ = 130°

7. Definir ángulos opuestos por el vértice.

(4 min)

* Dibujar dos rectas que se corten en un punto y los 4 ángulos que se forman nombrarlos a, b, c y d.

¿Qué parejas de ángulos son opuestos por él vértice?

* Discutir las repuestas mostrando las parejas señaladas y tener claro el significado de “opuesto” y “vértice”.

8. Analizar y encontrar la medida de los ángulos que faltan. *Ejemplo* **1.5**

(7 min)

* Sí $m\angle a$ = 40°, ¿cuánto miden b, c y d?

Unidad 5: Ángulos

Lección 1: (2/2) Ángulos

Sección 2: Clasificación de ángulos

Objetivos:
- Clasificar ángulos según su medida.
- Encontrar la medida de los ángulos formados por dos rectas que se cortan en un punto, dada la medida de uno de ellos.

Solución:

a) La suma de las medidas de dos ángulos complementarios es 90º.

$m\angle x + 50º = 90°$

$m\angle x = 90° - 50º$

$m\angle x = 40º$

Respuesta: $m\angle x = 40º$

b) La suma de las medidas de dos ángulos suplementarios es 180º.

$m\angle x + 160º = 180°$

$m\angle x = 180° - 160º$

$m\angle x = 20º$

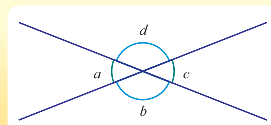
Respuesta: $m\angle x = 20º$

Ejercicio **1.4** Encuentre la medida del $\angle x$ si:

a) $\angle x$ es el ángulo complementario del ángulo cuya medida es 25º.

b) $\angle x$ es el ángulo suplementario del ángulo cuya medida es 50º.

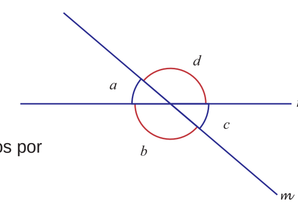
Si dos rectas, rayos o segmentos se cortan en un punto, se forman 4 ángulos. Los ángulos que están uno frente al otro se llaman **ángulos opuestos por el vértice**. En la figura, $\angle a$ y $\angle c$ son opuestos por el vértice, también $\angle b$ y $\angle d$ son opuestos por el vértice.



Analice qué propiedad tienen los ángulos opuestos por el vértice:

Ejemplo **1.5**

En la figura de la derecha, si $m\angle a$ = 40°, ¿Cuánto miden los ángulos b, c y d ?



Solución:

En la figura anterior se observa que:

1) El $\angle a$ y el $\angle b$ son ángulos suplementarios por estar sobre la recta m, por lo tanto:

$m\angle a + m\angle b = 180°$, entonces:

$40° + m\angle b = 180°$

$m\angle b = 180° - 40°$

$m\angle b = 140°$

104 Unidad 5 - Ángulos

* Indicar a lo estudiantes para que den algunas estrategias y que utilicen los conocimientos previos para encontrar la medida de los ángulos.

* Es importante tener en cuenta el concepto de ángulos suplementarios.

* Discutir cada una de las estrategias y explicar cada uno de los pasos que parecen muy obvios pero que son difíciles de percibir por los estudiantes.

continúa en la siguiente página...

Unidad 5: **Ángulos**

Lección 1: (2/2) Ángulos

Sección 2: Clasificación de ángulos

Objetivos:
- Clasificar ángulos según su medida.
- Encontrar la medida de los ángulos formados por dos rectas que se cortan en un punto, dada la medida de uno de ellos.

2) El $\angle b$ y el $\angle c$ son ángulos suplementarios por estar sobre la recta n, por lo tanto:

$m\angle b + m\angle c = 180°$, entonces:

$140° + m\angle c = 180°$

$m\angle c = 180° - 140°$

$m\angle c = 40°$

3) El $\angle c$ y el $\angle d$ son ángulos suplementarios por estar sobre la recta m, por lo tanto:

$m\angle c + m\angle d = 180°$, entonces:

$40° + m\angle d = 180°$

$m\angle d = 180° - 40°$

$m\angle d = 140°$

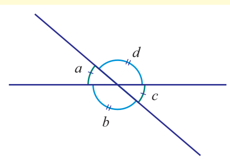
Respuesta: $m\angle b = 140°$, $m\angle c = 40°$, $m\angle d = 140°$.

Observe que:
- El $\angle a$ es el ángulo opuesto por el vértice al $\angle c$ y $m\angle a = m\angle c$.
- El $\angle b$ es el ángulo opuesto por el vértice al $\angle d$ y $m\angle b = m\angle d$.

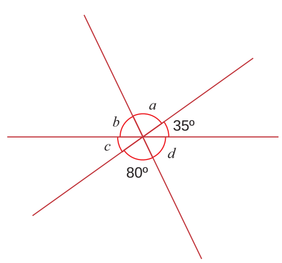
De lo anterior se concluye que: $\angle a \cong \angle c$ y $\angle b \cong \angle d$.

Los ángulos opuestos por el vértice son congruentes. Es decir, los ángulos opuestos por el vértice tienen la misma medida.

Para indicar que dos o más ángulos son congruentes se trazan con un mismo símbolo como en la figura.



Ejercicio 1.5 Encuentre las medidas de los ángulos a, b, c y d.

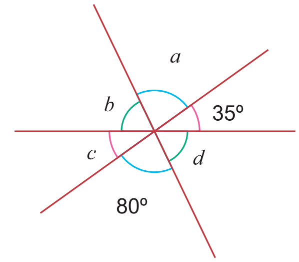


105

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

Indicador de logro

Encuentre las medidas de los ángulos a, b, c y d



- * Tomar en cuenta la definición de ángulos suplementarios. ¿Cuál es la medida del $\angle b$ y $\angle c$?
- * Concluir que

  $m\angle b + m\angle c = 180°$ entonces, $m\angle b = 140°$ lo que sabemos de 1) y la diferencia de $m\angle c = 180° - m\angle b = 180° - 140° = 40°$
- * Por lo tanto, $m\angle c = 40°$.
- * El mismo proceso para el inciso 3).

9. Definir ángulos opuestos por el vértice.

(4 min)

- * El $\angle a$ es el ángulo opuesto por el vértice al $\angle c$ por lo tanto $m\angle a = m\angle c$.
- * El $\angle b$ es el ángulo opuesto por el vértice al $\angle d$ por lo tanto $m\angle b = m\angle d$.
- * Se concluye que $\angle a \cong \angle c$ y $\angle b \cong \angle d$.
- * Concluir que los ángulos opuestos por el vértice son congruentes es decir tienen la misma medida.

10. Resolver **Ejercicio 1.5**

(4 min)

Solución

$m\angle a = 80°$

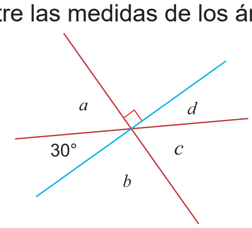
$m\angle b = 65°$

$m\angle c = 35°$

$m\angle d = 65°$

Ejercicios adicionales

Encuentre las medidas de los ángulos a, b, c y d.



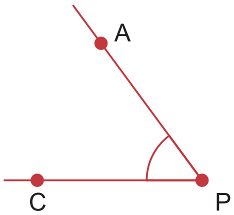
Solución

a) $m\angle a = 60°$ b) $m\angle b = 90°$

c) $m\angle c = 60°$ d) $m\angle d = 30°$

Indicador de logro

Construya la bisectriz con regla y compás



1. Recordar las características del rombo.

(3 min)

* Indicar que observen la figura.

¿Qué pueden decir acerca del rombo ABCD?¿Qué características tiene?

* Concluir que se cortan a la mitad y que también se cortan formando ángulos rectos.

2. Medir con el transportador los ángulos del rombo ABCD y comparar sus medidas. *Ejemplo* **2.1**

(7min)

* Medir con el transportador los ángulos a, b, c y d del rombo y comparar sus medidas.
* De la misma manera medir los ángulos e, f, g y h comparar sus medidas.
* Indicar algunas estrategias para encontrar la medida de los ángulos.

¿Qué se puede concluir?

* Concluir que las diagonales del rombo dividen sus ángulos en dos ángulos de igual medida.

¿Cómo se le llama a la línea que divide al ángulo en dos ángulos de igual medida?

* Recordar lo aprendido en 6to grado y concluir que se le llama bisectriz.
* Concluir que una característica del rombo es que sus diagonales son bisectrices de los ángulos opuestos.

Unidad 5: **Ángulos**

Lección 2: (1/1) Construcción de ángulos

Sección 1: Construcción de la bisectriz

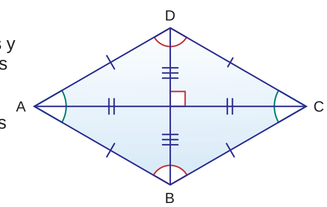
Objetivo: Construir la bisectriz de un ángulo.

Lección 2: Construcción de ángulos

Sección 1: Construcción de la bisectriz

En 4to grado se estudió el rombo como el paralelogramo que tiene cuatro lados iguales y ángulos opuestos iguales. Sus características son las siguientes:

- Las diagonales se cortan a la mitad.
- Las diagonales se cortan formando ángulos rectos.



Ejemplo **2.1**

Dado el rombo ABCD mida con el transportador los ángulos a, b, c y d y compare sus medidas.

Solución:

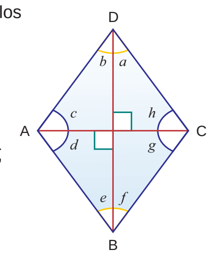
$m\angle a = m\angle b = 40°$

$m\angle c = m\angle d = 50°$

De igual manera, las medidas de los ángulos e, f, g y h son:

$m\angle e = m\angle f = 40°$

$m\angle g = m\angle h = 50°$

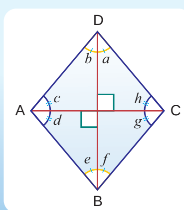


Observe que las diagonales del rombo dividen sus ángulos en dos ángulos de igual medida.

En 6to grado se aprendió que la línea que divide un ángulo en dos ángulos de igual medida se llama bisectriz del ángulo.

De lo anterior se puede concluir una característica del rombo: sus diagonales son bisectrices de los ángulos opuestos.

En el rombo ABCD, la diagonal AC es bisectriz del ∠A y del ∠C, la diagonal BD es la bisectriz del ∠B y del ∠D.



continúa en la siguiente página...

Unidad 5: **Ángulos**

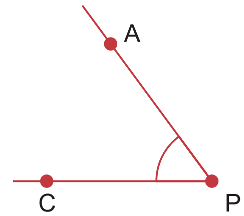
Lección 2: (1/1) Construcción de ángulos

Sección 1: Construcción de la bisectriz

Objetivo: Construir la bisectriz de un ángulo.

Indicador de logro

Construya la bisectriz con regla y compás



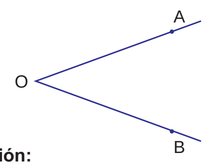
A continuación se hará la construcción de la bisectriz de un ángulo usando las propiedades del rombo.

Construir figuras es dibujarlas utilizando sólo regla y compás. La regla se usa para trazar rectas o segmentos y el compás se usa para trazar circunferencias con centro en un punto y trasladar medidas.

Definición de un rombo: es un cuadrilátero que tiene sus cuatro lados iguales.

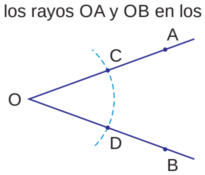
Ejemplo **2.2**

Usando las propiedades del rombo construya la bisectriz del ∠AOB con regla y compás.

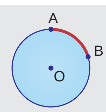


Solución:

Paso 1: Trazar un arco con centro en O y con cualquier radio, que corte los rayos OA y OB en los puntos C y D respectivamente.

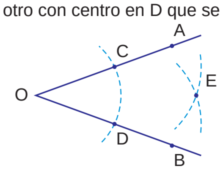


Arco es la porción de la circunferencia comprendida entre dos puntos de la misma.

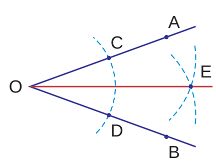


Arco AB

Paso 2: Con el mismo radio trazar dos arcos, uno con centro en C y otro con centro en D que se corten en el punto E.



Paso 3: Trazar el rayo OE.



107

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

3. Construir una bisectriz usando regla y compás.

Ejemplo **2.2**

(17 min)

¿Qué es la bisectriz de un ángulo?

* Concluir que es la recta que divide al ángulo en dos partes iguales.

¿Cómo se puede hacer esta construcción?

* Hacer la construcción siguiendo los pasos dados en él LE.
* Se puede mandar un alumno a la pizarra para que haga la construcción e ir supervisando el trabajo de los estudiantes.

¿Cuál es la diferencia entre bisector y bisectriz?

* Concluir que el bisector biseca un segmento y la bisectriz biseca un ángulo.

continúa en la siguiente página...

Indicador de logro

Construya la perpendicular a la recta m y que pase por el punto F

4. Conclusión de la construcción.

(8 min)

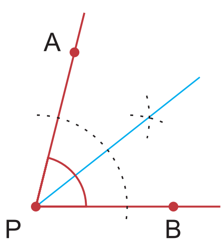
* Indicar que, al construir la bisectriz, si unimos los puntos C y E y los puntos E y D, se forman los segmentos CE y ED por lo tanto tenemos el cuadrilátero ODEC es un rombo.
* Observen el LE para confirmar lo aprendido.
* Con esto podemos confirmar que el rayo OE es la bisectriz del ∠AOB.

5. Resolver Ejercicio 2.1

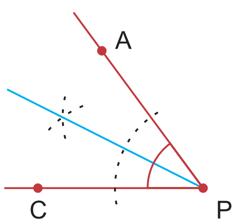
(10 min)

Solución

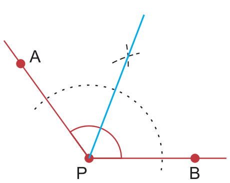
a)



b)



c)



[Hasta aquí Clase 1]
Lección 2

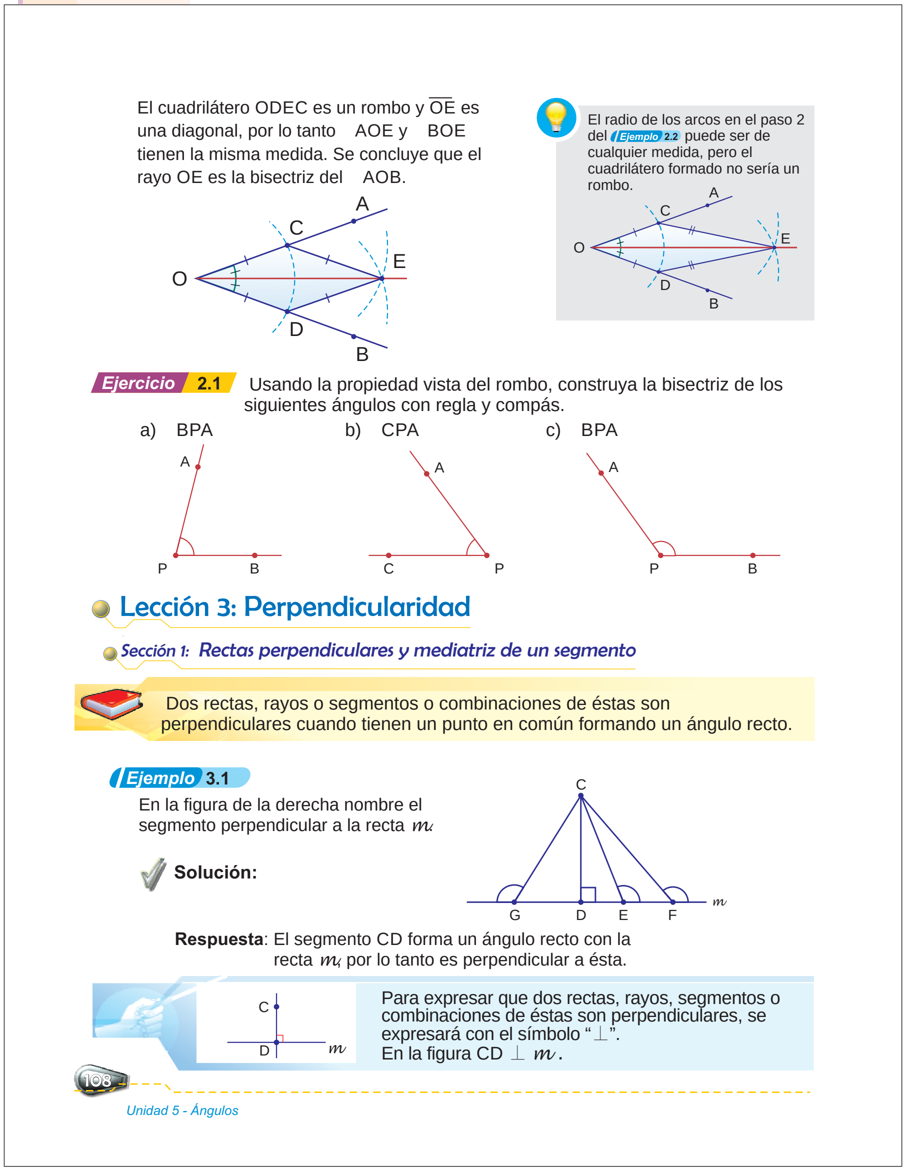
[Desde aquí Clase 1]
Lección 3

Unidad 5: Ángulos

Lección 3: (1/3) Perpendicularidad

Sección 1: Rectas perpendiculares y mediatriz de un segmento

Objetivos:
- Definir y designar dos rectas perpendiculares.
- Construir rectas perpendiculares.


El cuadrilátero ODEC es un rombo y $\overline{OE}$ es una diagonal, por lo tanto AOE y BOE tienen la misma medida. Se concluye que el rayo OE es la bisectriz del AOB.

El radio de los arcos en el paso 2 del Ejemplo 2.2 puede ser de cualquier medida, pero el cuadrilátero formado no sería un rombo.

Ejercicio 2.1 Usando la propiedad vista del rombo, construya la bisectriz de los siguientes ángulos con regla y compás.

a) BPA b) CPA c) BPA

Lección 3: Perpendicularidad

Sección 1: Rectas perpendiculares y mediatriz de un segmento

Dos rectas, rayos o segmentos o combinaciones de éstas son perpendiculares cuando tienen un punto en común formando un ángulo recto.

Ejemplo 3.1
En la figura de la derecha nombre el segmento perpendicular a la recta m.

Solución:

Respuesta: El segmento CD forma un ángulo recto con la recta m por lo tanto es perpendicular a ésta.

Para expresar que dos rectas, rayos, segmentos o combinaciones de éstas son perpendiculares, se expresará con el símbolo "⊥".
En la figura CD ⊥ m.

108 Unidad 5 - Ángulos

1. Definir rectas perpendiculares.

(4 min)

¿Cuándo dos rectas son perpendiculares?

* Concluir que son perpendiculares cuando tienen un punto en común formando ángulo recto.

2. Identificar el segmento perpendicular a la recta m. Ejemplo 3.1

(6 min)

* Designar a la recta perpendicular con el símbolo ⊥.

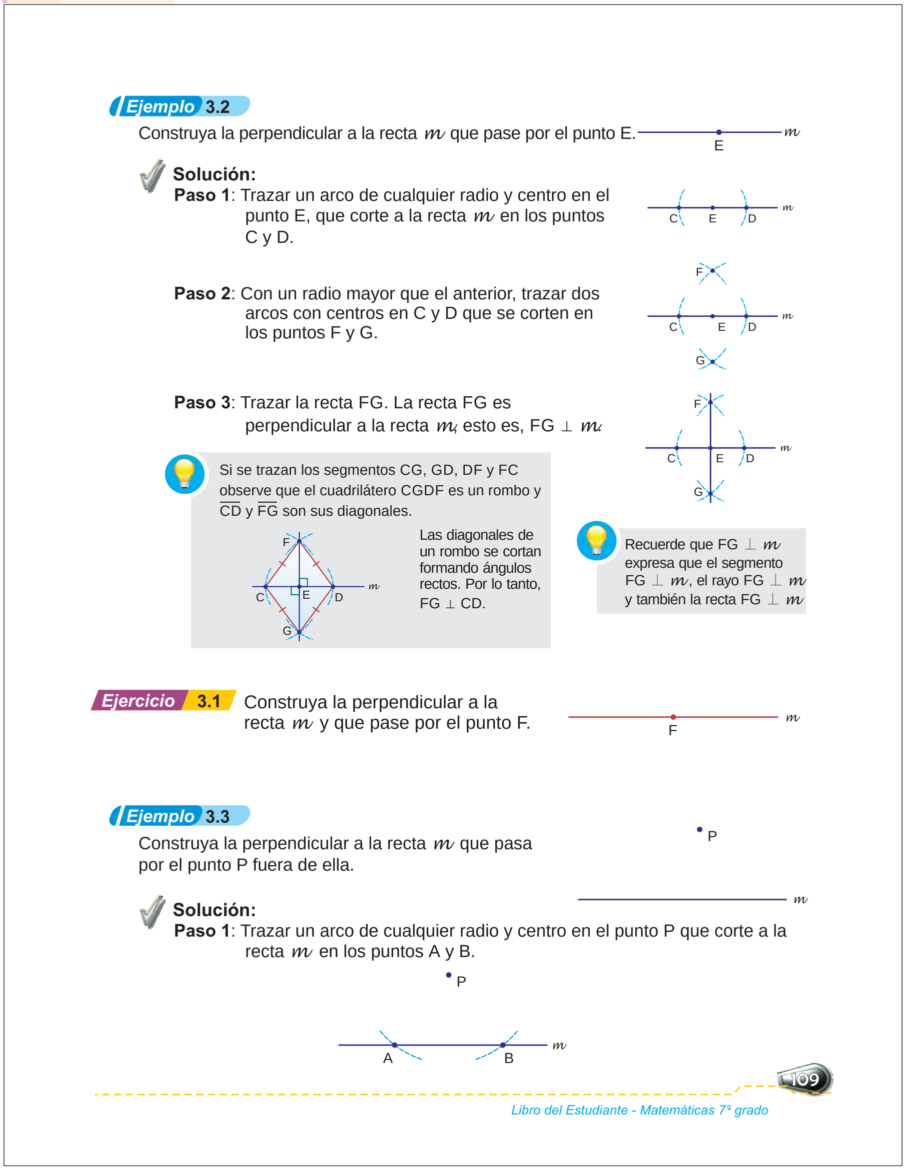
continúa en la siguiente página...

Unidad 5: **Ángulos**

Lección 3: (1/3) Perpendicularidad

Sección 1: Rectas perpendiculares y mediatriz de un segmento

Objetivos:
- Definir y designar dos rectas perpendiculares.
- Construir rectas perpendiculares.



Ejemplo 3.2

Construya la perpendicular a la recta m que pase por el punto E.

Solución:

Paso 1: Trazar un arco de cualquier radio y centro en el punto E, que corte a la recta m en los puntos C y D.

Paso 2: Con un radio mayor que el anterior, trazar dos arcos con centros en C y D que se corten en los puntos F y G.

Paso 3: Trazar la recta FG. La recta FG es perpendicular a la recta m, esto es, FG $\perp$ m.

Si se trazan los segmentos CG, GD, DF y FC observe que el cuadrilátero CGDF es un rombo y $\overline{CD}$ y $\overline{FG}$ son sus diagonales.

Las diagonales de un rombo se cortan formando ángulos rectos. Por lo tanto, FG $\perp$ CD.

Recuerde que FG $\perp$ m expresa que el segmento FG $\perp$ m, el rayo FG $\perp$ m y también la recta FG $\perp$ m

Ejercicio 3.1 Construya la perpendicular a la recta m y que pase por el punto F.

Ejemplo 3.3

Construya la perpendicular a la recta m que pasa por el punto P fuera de ella.

Solución:

Paso 1: Trazar un arco de cualquier radio y centro en el punto P que corte a la recta m en los puntos A y B.

109

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

Indicador de logro

Construya la perpendicular a la recta m y que pase por el punto F

3. Construir la perpendicular a la recta m que pasa por el punto E. *Ejemplo* 3.2

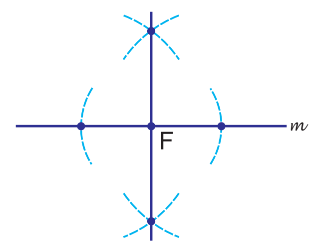
(9 min)

- * Solo se utilizará regla y compás.
- * Trazar un arco de cualquier radio y centro en el punto E.
- * Que corte la recta m en los puntos C y D.
- * Con un radio mayor que el anterior trazar los dos arcos con centro en C y D que corten los puntos F y G.
- * Trazar la recta FG. La recta FG es perpendicular a la recta m, esto es FG $\perp$ m.

4. Resolver *Ejercicio* **3.1**

(8 min)

Solución



5. Construir la perpendicular de una recta dado un punto fuera de ella. *Ejemplo* **3.3**

(9 min)

- * Hacer la construcción siguiendo los pasos del LE.

continúa en la siguiente página...

Indicador de logro

Construya con regla y compás la mediatriz del segmento AB

Unidad 5: Ángulos

Lección 3: (2/3) Perpendicularidad

Sección 2: Construcción de la mediatriz

Objetivos:

- Definir la mediatriz de un segmento.
- Construir la mediatriz de un segmento.
- Construir el punto que dista lo mismo de tres puntos no alineados.

6. Resolver *Ejercicio* **3.2**

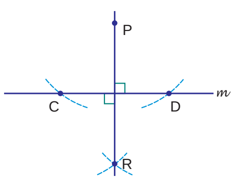
⏱ *(9 min)*

Solución

Paso 1. Trazar un arco cualquiera con centro en P que corte a la recta m en los puntos C y D.

Paso 2. Trazar dos arco con el mismo radio que el anterior con centro en los puntos C y D que se corten en el punto R.

Paso 3. Trazar la recta PR. La recta PR es perpendicular a la recta m, esto es PR $\perp$ m.



[Hasta aquí Clase 1]
[Desde aquí Clase 2]

1. Definir la mediatriz de un segmento y construirla.

⏱ *(5 min)*

En el inciso a):

¿Cómo es el doblez de la hoja respecto al segmento AB?

* Pedir a los estudiantes que sigan las instrucciones.

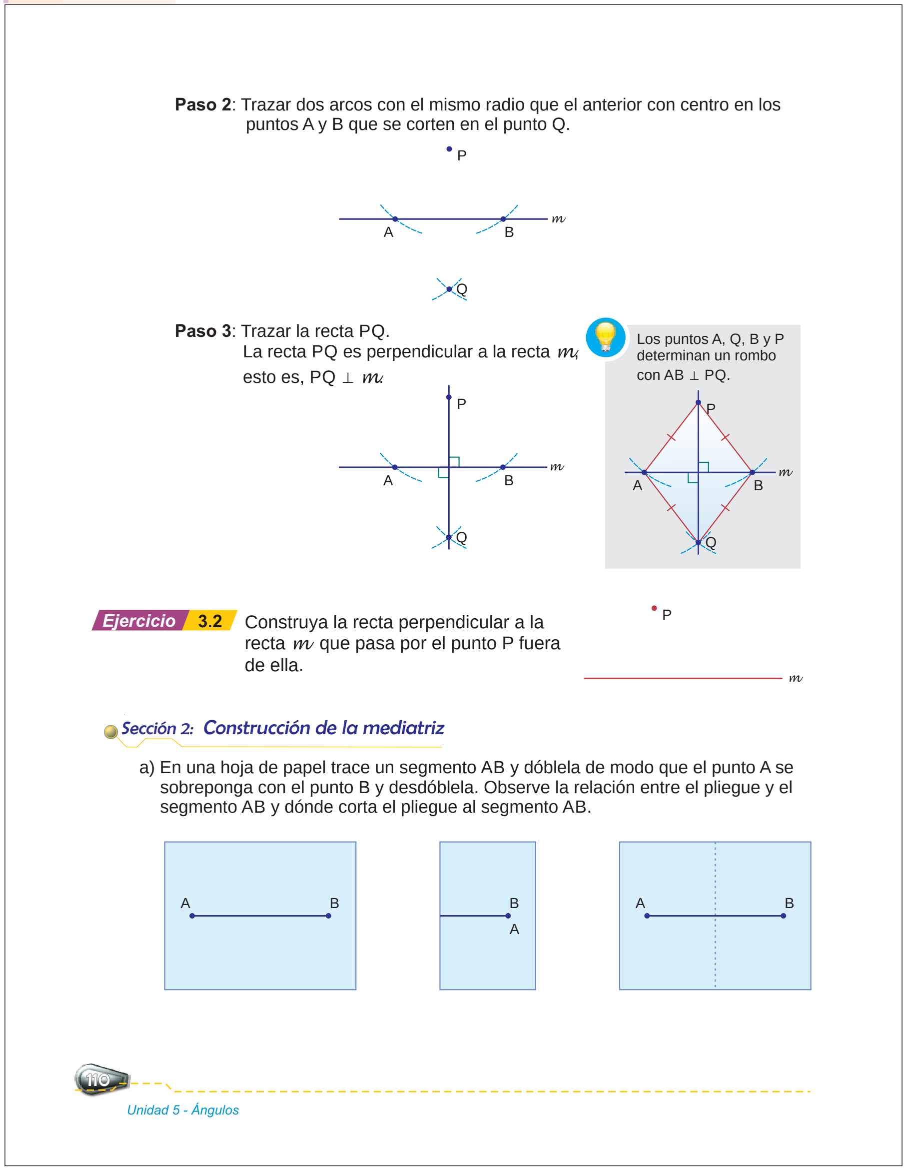
* El estudiante puede dibujar el segmento en cualquier dirección y el procedimiento es el mismo.

* Es decir, el segmento AB no necesariamente debe ser paralelo al lado de la hoja.

* Concluir que tiene un ángulo recto. Es perpendicular. Pasa por el punto medio.

* Confirmar lo anterior usando transportador y regla.

* Concluir que a la recta se le llama mediatriz.



Paso 2: Trazar dos arcos con el mismo radio que el anterior con centro en los puntos A y B que se corten en el punto Q.

Paso 3: Trazar la recta PQ. La recta PQ es perpendicular a la recta m, esto es, PQ $\perp$ m.

Ejercicio **3.2** Construya la recta perpendicular a la recta m que pasa por el punto P fuera de ella.

Sección 2: *Construcción de la mediatriz*

a) En una hoja de papel trace un segmento AB y dóblela de modo que el punto A se sobreponga con el punto B y desdóblela. Observe la relación entre el pliegue y el segmento AB y dónde corta el pliegue al segmento AB.

110 *Unidad 5 - Ángulos*

continúa en la siguiente página...

Unidad 5: **Ángulos**

Lección 3: (2/3) Perpendicularidad

Sección 2: Construcción de la mediatriz

Objetivos:
- Definir la mediatriz de un segmento.
- Construir la mediatriz de un segmento.
- Construir el punto que dista lo mismo de tres puntos no alineados.

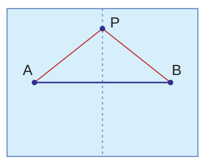
Al sobreponer el punto A con el punto B, se puede ver que la longitud de A al pliegue es la misma que la longitud del punto B al pliegue, por lo que se puede concluir que el pliegue pasa por el punto medio del segmento AB y si se miden los ángulos que se forman entre el segmento y el pliegue se puede ver que éste es perpendicular al segmento AB.

A este pliegue que es perpendicular al segmento AB y que pasa por su punto medio se le llama mediatriz del segmento AB.

La **mediatriz** de un segmento es la recta perpendicular al segmento que pasa por su punto medio.

b) Marque un punto P en el pliegue, trace los segmentos PA y PB y compare sus longitudes.

Observe que al doblar la hoja por el pliegue el segmento PA coincide con el segmento PB, por lo que se puede decir que los segmentos tienen la misma longitud.



En general se puede concluir lo siguiente:
Las distancias entre un punto cualquiera de la mediatriz de un segmento y los dos extremos de éste, son iguales.

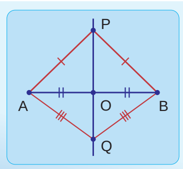
El pliegue es un eje de simetría del PAB.

Si la recta PQ es la mediatriz del segmento AB se concluye que las longitudes:

AP = BP

AO = BO

AQ = BQ



Recuerde que:
Si dos segmentos AP y BP tienen la misma longitud, se dice que son congruentes y se escribe $\overline{AP} \cong \overline{BP}$.

AP = BP, entonces, $\overline{AP} \cong \overline{BP}$

111

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

Indicador de logro

Construya con regla y compás la mediatriz del segmento AB

¿Sobreponer el punto A con el punto B que sucede?

¿Qué es la mediatriz de un segmento?

* Concluir que es la recta del segmento que lo corta a la mitad.

2. Definir la mediatriz de un segmento.

(5 min)

¿Qué es la mediatriz de un segmento?

* Concluir que es la recta perpendicular al segmento que lo corta por la mitad.

3. Concluir que la distancia desde cualquier punto de la mediatriz a los extremos del segmento es igual.

(6 min)

En el inciso b):

¿Cómo son los segmentos AP y BP?

* Concluir que son iguales.

¿Cómo son las distancias desde un punto de la mediatriz a los extremos del segmento?

* Verificar que las distancias son iguales en el resumen del segmento.

4. Concluir que si dos segmentos tienen la misma longitud son congruentes.

(5 min)

* Dada la figura indicar a los estudiantes que, marquen el punto P en el pliegue trace los segmentos AP y BP y comparar las longitudes.

* Se puede concluir que los segmentos tienen la misma longitud, entonces $\overline{AP} \cong \overline{BP}$.

continúa en la siguiente página...

Indicador de logro

Construya con regla y compás la mediatriz del segmento AB

Unidad 5: Ángulos

Lección 3: (2/3) Perpendicularidad

Sección 2: Construcción de la mediatriz

Objetivos:
- Definir la mediatriz de un segmento.
- Construir la mediatriz de un segmento.
- Construir el punto que dista lo mismo de tres puntos no alineados.

5. Construir la mediatriz de un segmento. *Ejemplo* **3.4**

(7 min)

* Indicar que dibujen un segmento AB.

  ¿Qué se debe hacer para construir una mediatriz con regla y compás?
* Pedir que propongan estrategias para construir la mediatriz con regla y compás.
* Trazar dos arcos con centro en los puntos A y B con un radio mayor que la mitad del segmento AB.
* Nombrar C y D a los puntos donde se cortan los arcos.
* Trazar la recta CD.
* Indicar que la recta CD es la mediatriz del segmento AB.
* Concluir que este mismo procedimiento se aplica para encontrar el punto medio del segmento.

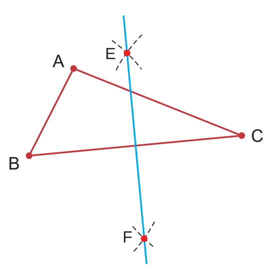
6. Resolver *Ejercicio* **3.3**

(5 min)

Solución

Paso 1. Trazar dos arcos con centro en los puntos B y C con un mismo radio mayor que la mitad del segmento BC.
Los puntos donde se cortan los arcos nombrarlos E y F.

Paso 2. Trazar la recta EF.
La recta EF es la mediatriz del segmento BC del $\triangle$ABC.

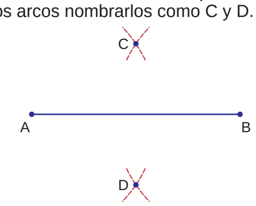


Ejemplo **3.4**

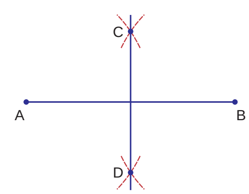
Construya con regla y compás la mediatriz del segmento AB:

Solución:

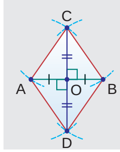
Paso 1: Con un mismo radio, mayor que la mitad aproximada del segmento AB, trace dos arcos con centro en los puntos A y B. Los puntos donde se cortan los arcos nombrarlos como C y D.



Paso 2: Trace la recta CD.
La recta CD es la mediatriz del segmento AB.



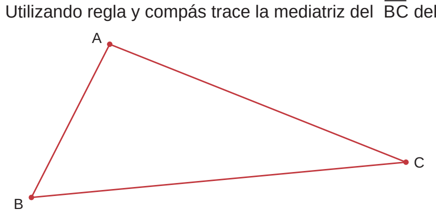
Los puntos A, D, B y C determinan un rombo con $\overline{AO}$ $\overline{BO}$.



Las diagonales de un rombo se cortan a la mitad formando ángulos rectos, por lo tanto, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$.

Este mismo procedimiento se aplica para encontrar el punto medio de un segmento.

Ejercicio **3.3** Utilizando regla y compás trace la mediatriz del $\overline{BC}$ del $\triangle$ABC.



112

Unidad 5 - Ángulos

continúa en la siguiente página...

Unidad 5: Ángulos

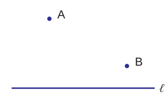
Lección 3: (2/3) Perpendicularidad

Sección 2: Construcción de la mediatriz

Objetivos:
- Definir la mediatriz de un segmento.
- Construir la mediatriz de un segmento.
- Construir el punto que dista lo mismo de tres puntos no alineados.

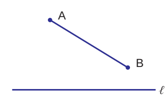
Ejemplo 3.5

Encuentre el punto P sobre la recta ℓ que dista lo mismo de los puntos A y B fuera de ella.

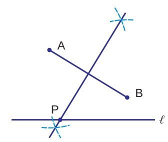


Solución:

Paso 1: Unir los puntos A y B con un segmento.

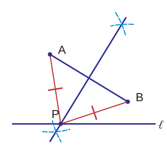


Paso 2: Trazar la mediatriz del $\overline{AB}$.

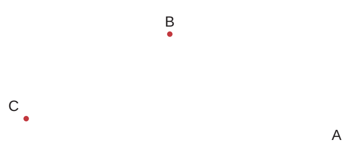


Se sabe que las distancias entre un punto cualquiera en la mediatriz de un segmento y los dos extremos de éste son iguales.

Paso 3: El punto de intercepción de la mediatriz del $\overline{AB}$ con la recta ℓ (punto P) es el punto que se busca.
El punto P en la recta ℓ dista lo mismo de los puntos A y B fuera de ella.



Ejercicio 3.4 Encuentre el punto O que dista lo mismo de los 3 puntos A, B y C.



Sugerencia: Trace $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ y construya sus mediatrices.

113

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

Indicador de logro

Construya con regla y compás la mediatriz del segmento AB

7. Aplicar los conocimientos de mediatriz. *Ejemplo* **3.5**

(7 min)

* Se recomienda dar el dibujo a los estudiantes para que sea el mismo dibujo.

¿Qué podemos hacer para construir la mediatriz?

* Pedir a los estudiantes que den estrategias.

* Explicar la estrategia planteada en el LE.

* Indicar que unan los puntos A y B con un segmento.

* Luego trazar la mediatriz del segmento AB.

* Recordar la definición de mediatriz.

8. Resolver *Ejercicio* **3.4**

(5 min)

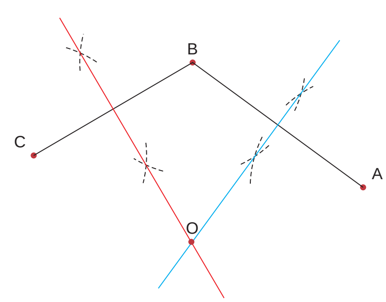
Solución

Paso 1. Trazar los segmentos AB y BC.

Paso 2. Trazar la mediatriz del $\overline{AB}$ y del $\overline{BC}$.

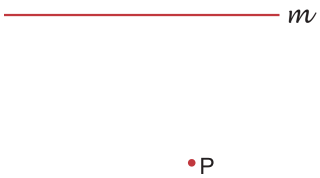
Paso 3. El punto de intersección de la mediatriz del $\overline{AB}$ con la mediatriz del $\overline{BC}$ es el punto O.

El punto O dista los mismo de los 3 puntos A, B y C.



Indicador de logro

Encuentre el punto O en la recta m tal que la longitud del $\overline{PO}$ sea la distancia entre el punto P y la recta m



1. Encontrar la distancia entre un punto exterior a una recta y ésta.

(10 min)

* Pedir a los estudiantes que observen la figura y contesten lo siguiente.
  ¿Cuantos segmentos hay entre el punto P y los puntos que están en al recta m?
  ¿Los segmentos tienen la misma longitud?
  ¿Cuál de los segmentos tiene menor longitud?
* Indicar que PO es la longitud mínima entre el punto P y la recta m.
* Concluir que la distancia entre el punto y una recta es la longitud del segmento que une el punto con la recta y que es perpendicular a dicha recta.

2. Construir una perpendicular usando la definición de mediatriz. *Ejemplo* **3.6**

(20 min)

* Indicar que dibujen un segmento.
* Trazar un arco de cualquier radio y centro en P que corte a la recta m en los puntos A y B.
* Trazar dos arcos con el mismo radio que el anterior con centro en los puntos A y B y que se corten en el punto Q.

Unidad 5: **Ángulos**

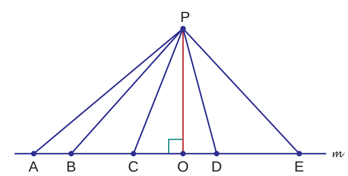
Lección 3: (3/3) Perpendicularidad

Sección 3: Construcción de una perpendicular usando la definición de Mediatriz

Objetivos:
- Construir la recta que pasa por un punto exterior a una recta dada y es perpendicular a esta, usando la mediatriz.
- Encontrar la distancia entre un punto exterior a una recta y ésta.

Sección 3: Construcción de una perpendicular usando la definición de mediatriz

En la figura de abajo, sea P un punto cualquiera que no está en la recta m y O un punto en la recta tal que $\overline{PO}$ es perpendicular a la recta m. Si se mide la distancia entre P y los puntos A, B, C, O, D, y E en la recta m.

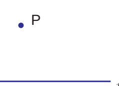


La longitud del segmento PO es la menor de las longitudes entre el punto P y un punto en la recta m.
De lo anterior, se sabe que PO es la longitud mínima entre el punto P y la recta m.

La **distancia** entre un punto y una recta es la longitud del segmento que une el punto con la recta y que es perpendicular a dicha recta.

Ejemplo **3.6**

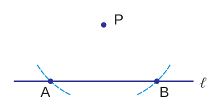
Encuentre el punto O en la recta ℓ tal que la longitud del $\overline{PO}$ sea la distancia entre el punto P y la recta ℓ.



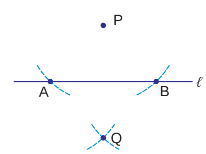
Utilice el procedimiento de la construcción de la perpendicular.

Solución:

Paso 1: Trazar un arco de cualquier radio y centro en P que corte a la recta ℓ en los puntos A y B.



Paso 2: Trazar dos arcos con el mismo radio que el anterior con centro en los puntos A y B y que se corten en el punto Q.



continúa en la siguiente página...

Unidad 5: **Ángulos**

Lección 3: (3/3) Perpendicularidad

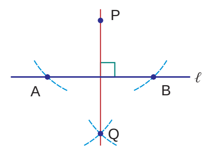
Sección 3: Construcción de una perpendicular usando la definición de Mediatriz

Objetivos:
- Construir la recta que pasa por un punto exterior a una recta dada y es perpendicular a esta, usando la mediatriz.
- Encontrar la distancia entre un punto exterior a una recta y ésta.

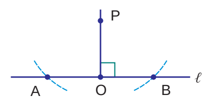
Indicador de logro

Encuentre el punto O en la recta m tal que la longitud del $\overline{PO}$ sea la distancia entre el punto P y la recta m

Paso 3: Trazar la recta PQ.
La recta PQ es la perpendicular a la recta ℓ que pasa por el punto P.

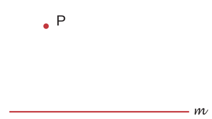


Si O es el punto donde se cortan la recta ℓ y la recta PQ, entonces la longitud del segmento PO es la distancia de P a la recta ℓ.



Ejercicio **3.5** Encuentre el punto O en la recta m tal que la longitud del $\overline{PO}$ sea la distancia entre el punto P y la recta m

a)



b)

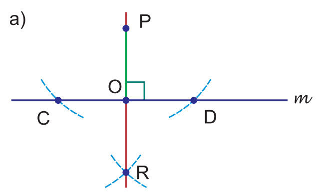
- * Trazar la recta PQ.
- * Marcar el segmento PO.
- * Concluir que si O es el punto donde se cortan la recta ℓ y la recta PQ entonces la longitud del segmento PO es la distancia de P a la recta ℓ.

3. Resolver *Ejercicio* **3.5**

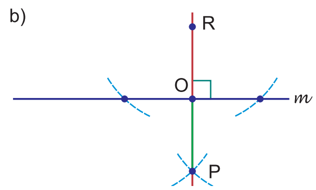
(15 min)

Solución

a)



b)



Paso 1. Trazar un arco con centro en P que corte a la recta m en dos puntos C y D.

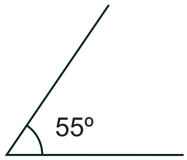
Paso 2. Trazar dos arcos con el mismo radio que el anterior con centro en los puntos C y D y que se corten en R.

Paso 3. Trazar la recta PR.
La recta PR es la perpendicular a al recta m que pasa por el punto P.
Si O es el punto donde se cortan la recta m y la recta PR, entonces la longitud del segmento PO es la distancia de P a la recta m.

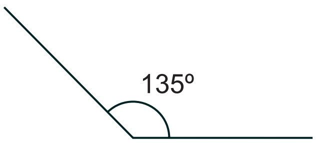
1 **Trazar ángulos con ayuda del transportador.**

Solución

a)



b)



c)

2 **Encontrar el complemento de un ángulo.**

Solución

a) 45°
b) 58°
c) 18°

3 **Encontrar el suplemento de un ángulo.**

Solución

a) 86°
b) 59°
c) 135°

4 **Encontrar la medida de los ángulos.**

Solución

$m\angle a$ = 30°
$m\angle b$ = 60°
$m\angle c$ = 50°
$m\angle d$ = 40°
$m\angle e$ = 60°

Unidad 5: Ángulos

(1/2) Ejercicios de la unidad

Objetivo: Confirmar lo aprendido sobre ángulos y perpendicularidad.

Ejercicios

1 Con la ayuda del transportador trace los ángulos cuya medida sea la siguiente.

a) 55º b) 135º c) 170º

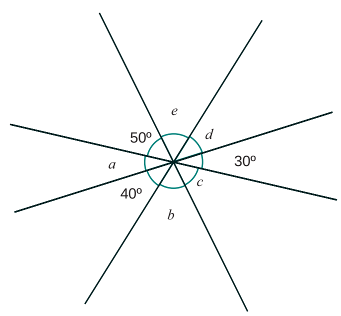
2 Encuentre la medida del complemento del ángulo cuya medida es la siguiente:

a) 45º b) 32º c) 72º

3 Encuentre la medida del suplemento del ángulo cuya medida es la siguiente:

a) 94º b) 121º c) 45º

4 Encuentre la medida de los ángulos que faltan:

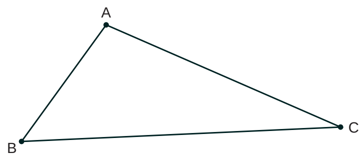


Unidad 5: Ángulos

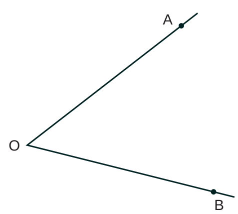
(2/2) Ejercicios de la unidad

Objetivo: Confirmar lo aprendido sobre ángulos y perpendicularidad.

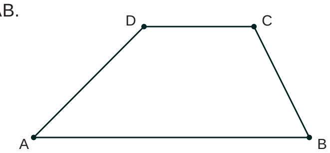
5 Construya la mediatriz de los lados AB y AC en el △ABC.



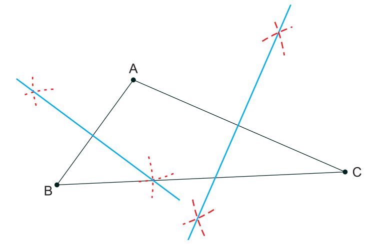
6 Construya la bisectriz del ∠AOB.



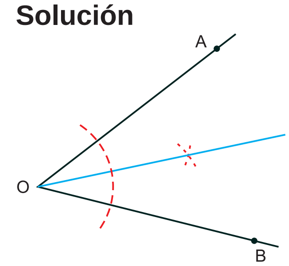
7 Encuentre el punto O en el lado AB, tal que la longitud del $\overline{DO}$ sea la distancia entre el punto D y el lado AB.



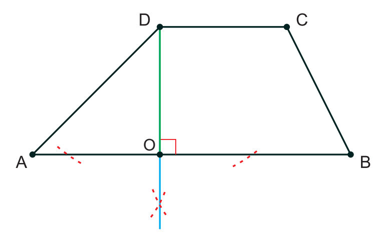
5 Construir la mediatriz.
Solución



6 Construir la bisectriz.
Solución

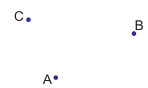


7 Trazar la distancia entre el punto D y el lado AB.
Solución



Aplicación de la mediatriz

Trace la circunferencia que pasa por tres puntos no colineales.



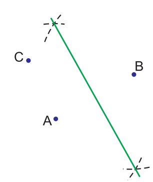
La circunferencia es el conjunto de puntos en un plano que están a la misma distancia de un punto llamado centro del círculo. Para trazar la circunferencia que pasa por tres puntos no colineales, vamos a buscar el centro O. Entonces, busquemos el punto O de manera que se cumpla que OA = OB = OC.

Por construcción de mediatriz:
Para cualquier punto P que está en la mediatriz del segmento AB, se cumple que PA = PB.
Para cualquier punto Q que está en la mediatriz del segmento AC, se cumple que QA = QC.

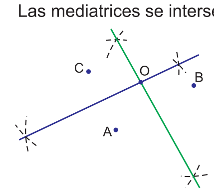
Por lo tanto, en la intersección de las mediatrices de los segmentos AB y AC (que llamaremos el punto R), se cumple que RA = RB = RC. Este punto R es el centro del círculo cuya circunferencia pasa por los tres puntos A, B y C, donde R corresponde al centro O.

Solución:

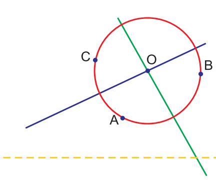
1 Trazar la mediatriz del segmento AB.



2 Trazar la mediatriz del segmento AC.
Las mediatrices se intersecan en el punto O.



3 Trazar la circunferencia con centro en el punto O y radio OA (también puede ser radio OB o radio OC).



Unidad 6

Razón, proporcionalidad y porcentaje

Unidad 6

Razón, proporcionalidad y porcentaje

(23 horas)

1 Expectativas de logro

- Desarrollan el concepto de razón entre dos números.
- Desarrollan el concepto de proporcionalidad.
- Distinguen entre proporcionalidad directa e inversa.
- Resuelven problemas que involucran proporcionalidad aplicando la regla de tres.

2 Relación y desarrollo

Séptimo grado

Números positivos y negativos

- Uso de números positivos y negativos
- Representación gráfica
- Relación de orden
- Valor absoluto
- Adición de números con igual y diferente signo
- Propiedad conmutativa y asociativa de la adición
- Sustracción
- Multiplicación
- Propiedad conmutativa y asociativa de la multiplicación
- División
- Conversión de fracciones a decimales
- Recíproco
- Potencias
- Operaciones combinadas
- Propiedad distributiva
- Aplicación de los números positivos y negativos

Razón, proporcionalidad y porcentaje

- Razón y razón inversa
- Proporcionalidad directa
- Proporcionalidad inversa
- Aplicación de la proporcionalidad
- Porcentaje

Octavo grado

Noveno grado

Números reales

- Raíz cuadrada
- Relación de orden con raíces cuadradas
- Números irracionales
- Números reales
- Multiplicación y división de raíces cuadradas
- Simplificación de raíces cuadradas
- Multiplicación y división de raíces cuadradas utilizando simplificación
- Racionalización
- Suma y resta de raíces cuadradas
- Suma y resta de raíces cuadradas utilizando simplificación
- Suma y resta de raíces cuadradas utilizando racionalización
- Propiedad distributiva en expresiones con raíces cuadradas
- Operaciones con raíces cuadradas

3 Plan de estudio (23 horas)

Lección	Distribución de horas	Contenidos
1. Razones y proporciones (8 horas)	1~3/8	• Razón y razón inversa
	4~5/8	• Razones equivalentes y razón en su mínima expresión
	6/8	• Proporción, términos de una proporción y propiedad fundamental de las proporciones
	7~8/8	• Aplicación de la proporción
2. Proporcionalidad directa (2 horas)	1/2	• Proporcionalidad directa
	2/2	• Constante de proporcionalidad y fórmula para expresar la proporcionalidad directa
3. Proporcionalidad inversa (2 horas)	1/2	• Proporcionalidad inversa
	2/2	• Constante de proporcionalidad y fórmula para expresar la proporcionalidad inversa
4. Aplicación de la proporcionalidad (3 horas)	1~2/3	• Resolución de problemas utilizando la proporcionalidad directa
	3/3	• Resolución de problemas utilizando la proporcionalidad inversa
5. Porcentaje (6 horas)	1/6	• Porcentaje o tanto por ciento
	2~3/6	• Cálculo del tanto por ciento de un número
	4~5/6	• Porcentaje de una cantidad respecto de otra
	6/6	• Cálculo del total dando un número y su porcentaje
Ejercicios (2 horas)	1~2/2	

4 Puntos de lección

Análisis de las pruebas diagnósticas 2016 - 2017

[Pregunta] Si la cantidad de chocolates que se compra es directamente proporcional a la cantidad de lempiras que se tiene. Analice y escriba la constante de proporcionalidad de los siguientes datos:

Chocolates	6	12	18	24
Lempiras	8	16	24	32

Institutos: 0% CEB: 0% (2016)

El objetivo de esta pregunta es confirmar si los estudiantes tienen conocimiento básico de la proporcionalidad directa, sin embargo, los resultados son de 0%.

La mayoría de los centros educativos no llega hasta este tema, y por eso dichos resultados. Para aprender la Función de Primer Grado en 8vo grado, este tema es muy importante, así que debe cubrirse el contenido y lograr el aprendizaje en los estudiantes.

Lección 1: Razones y proporciones

En textos comerciales y en ediciones anteriores de este libro, el concepto de razón se ha venido analizando como cociente y número real. En esta nueva edición, hay un cambio significativo y se interpreta como el número de veces que es una cantidad de otra.

De forma inicial, el concepto de razón se aborda mostrando la aplicación en la preparación de alimentos.

Luego, se muestran situaciones con número de estudiantes, frutas, artículos escolares, etc. Se menciona que $b : a$ es la razón inversa de $a : b$, y que al dividir $a \div b$, ese número $\frac{a}{b}$, representa el valor de la razón, es decir, expresa cuántas veces es a de b.

En la segunda sección, se introduce el concepto de razones equivalentes. De éstas últimas, aquella donde ambos términos son números naturales lo más pequeños posibles se define como razón simplificada.

Para encontrar la razón simplificada, se sigue principalmente el siguiente esquema:

$$(a \div \boxed{n}) : (b \div \boxed{n}) = a : b$$

En la tercera sección, se deduce la propiedad fundamental de las proporciones. La proporción $a : b = c : d$, expresada con sus valores, es decir, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, se multiplican por bd y se obtiene que $ad = bc$. Para la resolución de problemas aplicando proporciones, se emplea la propiedad fundamental y también el concepto de razones equivalentes.

Lección 2: Proporcionalidad directa

La proporcionalidad directa se define empleando la fórmula para calcular el área de un rectángulo. Con el primer ejemplo, se muestra que el área de los rectángulos representada por y y la altura representada por x, se relacionan de manera directamente proporcional de la forma $y = 4x$, donde 4, que es la base de los rectángulos, representa la constante de proporcionalidad a.

Tal como lo muestra la pregunta de la prueba diagnóstica aplicada en el año 2016, el estudiante debe entender la relación entre dos cantidades y saber si son o no directamente proporcionales. Asimismo, dada la condición de proporcionalidad directa, el estudiante debe ser capaz de encontrar el valor de la constante de proporcionalidad a. En esta edición se omite la sección que correspondería a la gráfica de una relación de proporcionalidad directa.

Lección 3: Proporcionalidad inversa

La proporcionalidad inversa también se define empleando el área de un rectángulo. En el primer ejemplo se muestra que la altura y del rectángulo es inversamente proporcional a su base x, donde 12, que es el área de los rectángulos, representa la constante de proporcionalidad a. Siguiendo el mismo esquema de la pregunta utilizada en la prueba diagnóstica, se presentan tablas, cuyo objetivo es que el estudiante exprese la relación inversamente proporcional entre las dos cantidades.

Finalmente, se proponen ejemplos y ejercicios para encontrar el valor de la constante de proporcionalidad a, dada la condición de que x y y son inversamente proporcionales. La gráfica de una relación de proporcionalidad inversa, se deja como contenido propuesto para futuras ediciones.

Lección 4: Aplicación de la proporcionalidad

El objetivo de los ejemplos y ejercicios que muestran la aplicabilidad de la proporcionalidad directa, es emplear la fórmula $y = ax$. Para la resolución de los problemas, se emplearán 3 pasos:

1) Definir x y y.

2) Encontrar la constante de proporcionalidad a.

3) Sustituir los valores encontrados en los pasos anteriores en la fórmula para la proporcionalidad directa $y = ax$.

En la sección referente a la aplicación de la proporcionalidad inversa, los pasos siguen este orden:

1) Encontrar la constante de proporcionalidad a.

2) Expresar el valor de y en términos de x.

3) Sustituir los valores encontrados en los pasos anteriores en la fórmula de proporcionalidad inversa $y = \frac{a}{x}$.

Lección 5: Porcentaje

Se define porcentaje y no "porciento", para que el estudiante no confunda esa palabra con "por ciento", que es la forma de leer el símbolo %. El concepto "la razón de un número a cien" no se utiliza para definir porcentaje.

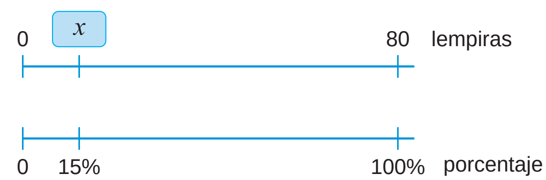
En cambio, se utiliza "el número de unidades que se toman de cada 100", tal como se muestra en el primer ejemplo, donde se forman 2 grupos de 100 y debe determinarse cuántas unidades que cumplen cierta característica habrán en cada uno de esos grupos. Luego, se pretende que el estudiante logre convertir porcentajes en fracciones o en decimales y viceversa.

Para la aplicación del porcentaje o tanto por ciento, se han adicionado 3 secciones:

1. Cálculo del tanto por ciento de un número.
2. Porcentaje de una cantidad respecto de otra.
3. Cálculo del total dando un número y su porcentaje.

Para la resolución de los problemas, se utiliza el esquema de una proporción.

Ejemplo 5.3



Para encontrar el término que falta, se sugiere que los estudiantes simplifiquen antes de multiplicar.

Tema: Valor de una razón (1)

Ejemplo 1.4 (2) Pág. 121 (3)

En el *Ejemplo* 1.1 , ¿cuántas veces el número de cucharadas de salsa de tomate es del número de cucharadas de mayonesa?

Solución (4)

	Salsa de Tomate	Mayonesa
Cucharadas	3	5

La razón es 3:5, y para encontrar el número de veces, se divide 3 ÷ 5, es decir, $\frac{3}{5}$.

Respuesta: $\frac{3}{5}$ veces. (4)

Dada la razón $a : b$, al dividir $a \div b = \frac{a}{b}$ se obtiene el valor de la razón.
$\frac{a}{b}$ es un número que expresa cuántas veces es a de b.

Ejemplo 1.5 (2) Pag. 122 (3)

Encuentre el valor de las siguientes razones:

a) 1 : 2 b) 6 : 8 c) 10 : 5

Solución (4)

a) 1 : 2 → $1 \div 2 = \frac{1}{2}$

b) 6 : 8 → $6 \div 8 = \frac{6}{8}$
$= \frac{3}{4}$

c) 10 : 5 → $10 \div 5 = \frac{10}{5}$
$= 2$

Ejercicio 1.3 (2) Pág. 122 (3)

a) Encuentre el valor de las siguientes razones:

a.1) 2 : 5 a.2) 6 : 9 a.3) 12 : 3

Solución (4)

a.1) 2 : 5 → $2 \div 5 = \frac{2}{5}$ ✓

a.2) 6 : 9 → $6 \div 9 = \frac{6}{9}$ ✓
$= \frac{2}{3}$

a.3) 12 :3 → $12 \div 3 = \frac{12}{3}$ ✓
$= 4$

b) Escriba las razones de las siguientes situaciones y encuentre su valor:
b.1) Razón del largo al ancho de la piscina, si de largo mide 25 m y de ancho 10 m.

Solución (4)

25 : 10 → $25 \div 10 = \frac{25}{10}$
$= \frac{5}{2}$ ✓

b.2) Razón entre el peso de 400 g de azúcar y 1000 g de harina.

Solución (4)

400 : 1000 → $4000 \div 1000 = \frac{4\cancel{00}}{10\cancel{00}}$
$= \frac{4}{10}$
$= \frac{2}{5}$ ✓

(1) Al inicio de la clase escribir solo la palabra "**Tema**" y hasta el final de la clase (o en el desarrollo de la misma) escribir el contenido del tema.

(2) Escribir el número del *Ejemplo* o *Ejercicio* .

(3) Escribir el número de **Pág.** del LE para entender dónde se quedaron con respecto al tiempo.

(4) Escribir la **Solución** y **Respuesta**.

(5) En el problema planteado marcar los datos importantes para poder llegar a la respuesta.

(6) Escribir la conclusión en un rectángulo de color rojo.

✓ Marcar en el *Ejercicio* cuando la solución o la respuesta sean correctas.

Nota: Los puntos aquí explicados no siempre aplican todos en un plan de pizarra.

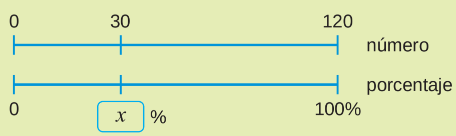
Tema: Cálculo del tanto por ciento de un número 1

Ejemplo **5.5** 2 Pág. 143 3

¿Qué porcentaje es 30 de 120?

Solución 4

Paso 1: Hacer el esquema de una proporción.



Paso 2: Plantear la proporción.

$30 : x = 120 : 100$

Paso 3: Encontrar el valor de la incógnita.

$$x = \frac{30 \times 10\cancel{0}}{12\cancel{0}}$$

$$= \frac{\overset{}{\cancel{30}}^{5} \times 10}{\cancel{12}_{2}}$$

$$= \frac{5 \times \cancel{10}^{5}}{\cancel{2}_{1}}$$

$$= 5 \times 5$$

$$= 25$$

Respuesta: 25% 4

Otra forma de calcular qué porcentaje es 30 de 120:

Paso 1: Simplificar $\frac{30}{120} = \frac{1}{4}$

Paso 2: Multiplicar $\frac{1}{4} \times 100\% = 25\%$

Para encontrar el porcentaje que representa $\square$ de $\bigcirc$ se multiplica $\frac{\square}{\bigcirc} \times 100\%$

Ejercicio **5.5** 2 Pág. 143 3

a) ¿8 es qué porcentaje de 16?

Solución 4

$$\frac{8}{16} \times 100\%$$

$$= \frac{1}{2} \times 100\%$$

$$= 50\%$$

Respuesta: 50% 4

b) ¿Qué porcentaje es 12 de 12?

Solución 4

$$\frac{12}{12} \times 100\%$$

$$= 1 \times 100\%$$

$$= 100\%$$

Respuesta: 100% 4

c) ¿Qué porcentaje representa 2 de 5?

Solución 4

$$\frac{2}{5} \times 100\%$$

$$= \frac{2}{\cancel{5}_{1}} \times \cancel{100}^{20}\%$$

$$= 2 \times 20\%$$

$$= 40\%$$

Respuesta: 40% 4

1 Al inicio de la clase escribir solo la palabra "**Tema**" y hasta el final de la clase (o en el desarrollo de la misma) escribir el contenido del tema.

2 Escribir el número del *Ejemplo* o *Ejercicio*.

3 Escribir el número de **Pág.** del LE para entender dónde se quedaron con respecto al tiempo.

4 Escribir la **Solución** y **Respuesta**.

5 En el problema planteado marcar los datos importantes para poder llegar a la respuesta.

6 Escribir la conclusión en un rectángulo de color rojo.

✓ Marcar en el *Ejercicio* cuando la solución o la respuesta sean correctas.

Nota: Los puntos aquí explicados no siempre aplican todos en un plan de pizarra.

Indicador de logro

Exprese la razón entre el número de tazas de leche y tazas de café del *Ejemplo* 1.2

1. **Introducir concepto de razón** *Ejemplo* **1.1**
   (15 min)

* Se sugiere que este ejemplo se desarrolle preparando en el aula de clase la salsa rosada.

* Calcular razones en contextos específicos de la elaboración de alimentos quizá podría favorecer las capacidades de pensar y razonar, pues conlleva la traducción de cierta parte de nuestra vida cotidiana a un concepto matemático.

* Concluir que la salsa rosada no conservaría el mismo sabor, tono, consistencia, etc., ya que la razón entre el número de cucharadas de salsa de tomate y mayonesa no es la misma.

¿Qué pasaría si hago otra receta con 6 cucharadas de salsa de tomate y 5 de mayonesa?, ¿o con 8 cucharadas de mayonesa y 3 de salsa de tomate?, ¿podría conservarse el mismo sabor de la salsa rosada de este ejemplo?

2. **Definir razón.**
   (10 min)
3. **Encontrar la razón entre dos cantidades.** *Ejemplo* **1.2**
   (10 min)

- Después de encontrar la razón entre el número de tazas de café y tazas de leche, definir los términos de una razón.
- Expresar que el orden en las cantidades de las razones puede cambiar, y que esto da lugar al concepto de b:a como razón inversa de $a : b$

Unidad 6: Razón, proporcionalidad y porcentaje

Lección 1: (1/8) Razones y proporciones

Sección 1: Razón y razón inversa

Objetivos:
- Encontrar la razón entre dos cantidades.
- Conocer los términos de una razón.
- Encontrar la razón inversa de una razón.

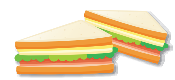
Unidad 6 **Razón, proporcionalidad y porcentaje**

Lección 1: Razones y proporciones

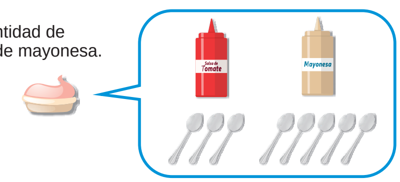
Sección 1: Razón y razón inversa

Ejemplo **1.1**

Se quiere preparar una salsa rosada para emparedados de pollo.
Según la receta se deben mezclar por cada 3 cucharadas de salsa de tomate, 5 cucharadas de mayonesa.



Represente la relación entre la cantidad de cucharadas de salsa de tomate y de mayonesa.



Solución:

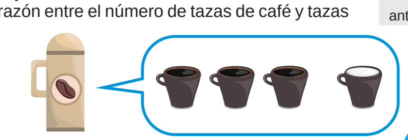
	Salsa de Tomate	Mayonesa
Cucharadas	3	5

La relación entre la cantidad de cucharadas de salsa de tomate y de mayonesa es 3 a 5.
Esta relación 3 a 5 se puede expresar como 3 : 5.
3 : 5 se llama **razón** y se lee “3 es a 5".
3 : 5 se dice que es la razón entre 3 y 5.

Ejemplo **1.2**

Para preparar un termo de café con leche, se vierten 3 tazas de café y 1 taza de leche.
Exprese la razón entre el número de tazas de café y tazas de leche.

Términos de una razón
a : b
antecedente consecuente



Respuesta: 3 : 1

3 : 1 se lee 3 es a 1

El orden en los términos de las razones es importante. En ocasiones es útil expresar las cantidades de una razón en el orden inverso.

Ejercicio **1.1** Exprese la razón entre el número de tazas de leche y tazas de café del *Ejemplo* 1.2

$b : a$ es la razón inversa de $a : b$

120 Unidad 6 - Razón, proporcionalidad y porcentaje

---

4. **Resolver** *Ejercicio* **1.1**
   (10 min)
   Solución 1 : 3

Unidad 6: Razón, proporcionalidad y porcentaje

Lección 1: (2/8) Razones y proporciones

Sección 1: Razón y razón inversa

Objetivos:
- Encontrar la razón entre dos cantidades.
- Encontrar la razón inversa de una razón.

Ejemplo 1.3

En cada situación exprese la razón correspondiente en la forma a:b.

a) Por cada ☐ niñas, hay ☐ niños.
Razón entre niñas y niños ____.

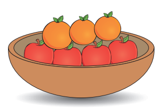
b) Por cada ☐ niños, hay ☐ niñas
Razón entre niños y niñas ____.

Solución:

a) Por cada 5 niñas, hay 2 niños.
Razón entre niñas y niños 5 : 2.

b) Por cada 2 niños, hay 5 niñas.
Razón entre niños y niñas 2 : 5.

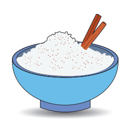
Ejercicio 1.2 En cada situación exprese la razón correspondiente en la forma a:b.



a.1) Por cada ☐ naranjas, hay ☐ manzanas.
Razón entre naranjas y manzanas ____.

a.2) Por cada ☐ manzanas, hay ☐ naranjas.
Razón entre manzanas y naranjas ____.

b) Para preparar arroz con leche, se utilizan 4 tazas de leche por cada taza de arroz.
Exprese la razón entre el número de tazas de arroz y tazas de leche.



c) Escriba 2 ejemplos de razones utilizadas en la vida cotidiana.

Ejemplo 1.4

En el Ejemplo 1.1, ¿cuántas veces el número de cucharadas de salsa de tomate es del número de cucharadas de mayonesa?

	Salsa de Tomate	Mayonesa
Cucharadas	3	5

La razón es 3:5, y para encontrar el número de veces, se divide 3 ÷ 5, es decir, $\frac{3}{5}$.

Respuesta: $\frac{3}{5}$ veces

121

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

Indicador de logro

Para preparar arroz con leche, se utilizan 4 tazas de leche por cada taza de arroz.

Exprese la razón entre el número de tazas de arroz y tazas de leche.

1. Expresar la razón entre dos cantidades en la forma a:b. **Ejemplo 1.3**

(15 min)

* Con la primera oración de cada inciso resalte quién es el antecedente y quién el consecuente de la razón que debe expresarse.

2. Resolver **Ejercicio 1.2**

(30 min)

a.1) Por cada 3 naranjas, hay 4 manzanas.

Razón entre naranjas y manzana 3 : 4

a.2) Por cada 4 manzanas, hay 3 naranjas.

Razón entre manzanas y naranjas 4 : 3

b) 1 : 4

* Pedir compartir las ideas de los estudiantes.

Ejemplos de respuestas:

c) Para preparar panqueques, por cada 2 tazas de harina, se utilizan 3 tazas de leche.

Para preparar rosquillas de cuajada, por cada libra de harina de maíz (hecha masa), se utiliza una libra de cuajada.

Para preparar donas, por cada 400 g de harina, se utilizan 150 g de azúcar.

* Se pueden incluir otras preparaciones, no solo de alimentos:

Para preparar la mezcla de cemento y arena, se utilizan 2 partes de arena, para cada parte de cemento.

Para preparar tintes de pelo, se mezcla 1 parte del tinte con 1 parte de peróxido.

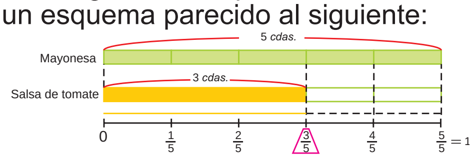
[Hasta aquí Clase 2]

[Desde aquí Clase 3]

1. Interpretar el concepto de razón. **Ejemplo 1.4**

(15 min)

En 6to grado se expresó la relación de cantidades utilizando un esquema parecido al siguiente:



continúa en la siguiente página...

Unidad 6: **Razón, proporcionalidad y porcentaje**

Lección 1: (3/8) Razones y proporciones

Sección 1: Razón y razón inversa

Objetivos: Encontrar el valor de una razón.

Indicador de logro

Encuentre el valor de las siguientes razones:

a) 2 : 5   b) 6 : 9   c) 12 : 3

* En esta edición, se ha evitado representar una razón como un número fraccionario. Se introduce el concepto de "valor de la razón $a : b$" como el resultado de dividir $a \div b = \frac{a}{b}$ y se interpreta como el número de veces que es a de b.

2. Encontrar el valor de una razón.

Ejemplo **1.5**

(10 min)

* Con el concepto de valor de una razón, se puede efectuar las simplificación de fracciones, que los estudiantes ya conocen. No así, cuando se definía una razón como una fracción, ¿qué se simplificaba?, ¿la razón o la fracción?

3. Resolver *Ejercicio* **1.3**

(20 min)

Solución

a.1) $\frac{2}{5}$

a.2) $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

a.3) $\frac{12}{3} = 4$

b.1) $25 : 10 \longrightarrow \frac{25}{10} = \frac{5}{2}$

b.2) $400 : 1000 \longrightarrow \frac{40\cancel{0}}{100\cancel{0}} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

Ejercicio adicional

Para preparar una vinagreta básica para ensaladas, deben mezclarse 6 partes de aceite por cada 2 partes de vinagre.

Encuentre:

a) La razón entre el número de partes de aceite y vinagre.

b) ¿Cuántas veces el número de partes de aceite es del número de partes de vinagre?

c) El valor de la razón entre las partes de aceite y vinagre.

Solución

a) 6 : 2   b) 3 veces

c) $\frac{6}{2} = \frac{3}{1} = 3$

Dada la razón $a : b$, al dividir $a \div b = \frac{a}{b}$ se obtiene el valor de la razón.

$\frac{a}{b}$ es un número que expresa cuántas veces es a de b.

En este libro para expresar el valor de una razón se utilizarán números fraccionarios.

Ejemplo **1.5**

Encuentre el valor de las siguientes razones:

a) 1 : 2   b) 6 : 8   c) 10 : 5

Solución:

a) $1 : 2 \longrightarrow 1 \div 2 = \frac{1}{2}$

b) $6 : 8 \longrightarrow 6 \div 8 = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

c) $10 : 5 \longrightarrow 10 \div 5 = \frac{10}{5} = 2$

Ejercicio **1.3** a) Encuentre el valor de las siguientes razones:

a.1) 2 : 5   a.2) 6 : 9   a.3) 12 : 3

b) Escriba las razones de las siguientes situaciones y encuentre su valor:

b.1) Razón del largo al ancho de la piscina, si de largo mide 25 m y de ancho 10 m.

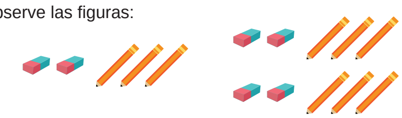
b.2) Razón entre el peso de 400 g de azúcar y 1000 g de harina.

Cuando se dice "razón de a a b" es lo mismo que decir "razón entre a y b"

Sección 2: Razones equivalentes y razón en su mínima expresión

Ejemplo **1.6**

Observe las figuras:



a) Utilizando la forma $a : b$, exprese las razones de borradores a lápices que corresponden.

b) Encuentre el valor de las razones halladas en el inciso a).

c) Compare el valor de las razones, ¿es diferente?, ¿es igual?

Solución:

a) 2 : 3   4 : 6

122

Unidad 6 - Razón, proporcionalidad y porcentaje

[Hasta aquí Clase 3]

[Desde aquí Clase 4]

1. Definir razones equivalentes. *Ejemplo* **1.6**

(12 min)

Se sugiere llevar las imágenes de los borradores y los lápices. Luego, resolver los incisos a) y b).

continúa en la siguiente página...

Unidad 6: Razón, proporcionalidad y porcentaje

Lección 1: (4/8) Razones y proporciones

Sección 2: Razones equivalentes y razón en su mínima expresión

Objetivos:
- Encontrar razones equivalentes simplificando y amplificando.
- Aplicar la propiedad $a : b = an : bn$ (multiplicar ambos términos de una razón por un mismo número).

b) 2 : 3 ⟶ $2 \div 3 = \frac{2}{3}$ 4 : 6 ⟶ $4 \div 6 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

c) El valor de las razones es igual.

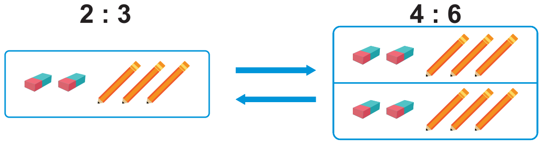
Puesto que 2 : 3 y 4 : 6 tienen el mismo valor de razón, se dice que son equivalentes y se expresa como 2 : 3 = 4 : 6.

Dos o más razones son equivalentes si tienen el mismo valor.

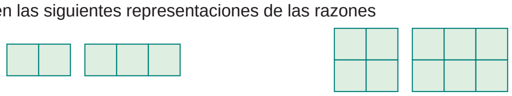
Ejercicio 1.4 Encuentre el valor de las siguientes razones y determine si son o no razones equivalentes.

a) 4 : 8 y 8 : 16 b) 3 : 9 y 6 : 8 c) 5 : 15 y 10 : 30

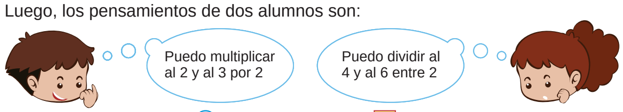
A continuación se analizará la relación que hay entre las razones equivalentes del **Ejemplo 1.6**.



Se tienen las siguientes representaciones de las razones



Luego, los pensamientos de dos alumnos son:



$\overset{\times 2}{2 : 3 = 4 : 6}$ $\overset{\div 2}{2 : 3 = 4 : 6}$

Observe que en el ◯ se encuentra el mismo número. Igual sucede en el ▢.

Una razón es equivalente a otra si existe un número distinto de 0 tal que al multiplicar o dividir por ese número los términos de una, obtengo la otra.

$$a : b = (a \times n) : (b \times n)$$
$$a : b = (a \div \boxed{n}) : (b \div \boxed{n})$$

123

Libro del Estudiante - Matemáticas 7° grado

2 : 3 y 4 : 6 y la segunda representación con cuadritos?

* Concluir que en la segunda representación se hace referencia a cada término de las razones. Si duplicamos el número de borradores, la imagen resultante es ▦ y si se duplica el número de lápices, la imagen que resulta es ▦.

* Escribir la conclusión de razones equivalentes.

continúa en la siguiente página...

Indicador de logro

Encuentre el valor de las siguientes razones y determine si son o no razones equivalentes:

a) 4 : 8 y 8 : 16 b) 3 : 9 y 6 : 8

¿Qué significa que dos razones sean equivalentes?

* De aquí en adelante, se harán operaciones con razones expresadas en la forma $a : b$ y no con su valor $\frac{a}{b}$, siguiendo el objetivo de no confundir operaciones con razones y operaciones con fracciones.

2. Resolver **Ejercicio 1.4**

(10 min)

a) 4 : 8 ⟶ $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

8 : 16 ⟶ $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

Respuesta: son razones equivalentes

b) 3 : 9 ⟶ $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

6 : 8 ⟶ $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

Respuesta: no son razones equivalentes

c) 5 : 15 ⟶ $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$

10 : 30 ⟶ $\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$

Respuesta: son razones equivalentes

3. Analizar razones equivalentes. **Ejemplo 1.6**

(12 min)

* Resaltar la doble flecha que hay entre las razones 2 : 3 (2 borradores y 3 lápices) y 4 : 6 (4 borradores y 6 lápices), ¿cuál será su significado?

* Concluir que su significado es señalar que 2 veces la imagen de la izquierda equivale a la razón 4 : 6. Del mismo modo, si se quita una imagen de la derecha, es decir, la mitad de la razón 4 : 6, resulta en la imagen de la izquierda que representa a la razón 2 : 3.

¿Cuál es la diferencia entre la primera representación con imágenes de las razones

Indicador de logro

Encuentre la razón simplificada de:

a) 3 : 9   b) 1.1 : 3   c) $\frac{2}{3} : \frac{5}{3}$

4. Encontrar razones equivalentes de términos menores. *Ejemplo* **1.7**

(11 min)

* Para encontrar razones equivalentes de términos menores, ambos términos de la razón deben dividirse entre un mismo número, ¿qué número?, un común divisor. Puede haber varios divisores comunes. La división de ambos términos de la razón entre el máximo común divisor, dará como resultado la razón equivalente, donde ambos términos son números naturales los más pequeños posibles.
* Escribir la conclusión que presenta el LE

[Hasta aquí Clase 4]

[Desde aquí Clase 5]

1. Encontrar razones simplificadas. *Ejemplo* **1.8**

(10 min)

¿Cuál es el mayor número entero que divide al 6 y al 9 sin dejar residuo?, ¿cómo se le llama a ese número?, ¿qué pasa si se divide el antecedente y el consecuente de la razón por ese número?

¿Qué debe hacerse para simplificar una razón? En la solución del ejemplo, se propone encontrar la razón simplificada utilizando la división de cada término por el MCD, esto es $a : b = (a \div n) : (b \div n)$, donde n es el MCD de a y b. Pero también se le sugiere considerar el procedimiento visto en el *Ejemplo* **1.7**.

Unidad 6: **Razón, proporcionalidad y porcentaje**

Lección 1: (5/8) Razón y proporciones

Sección 2: Razones equivalentes y razón en su mínima expresión

Objetivo: Encontrar la mínima expresión de una razón.

Ejemplo **1.7**

Encuentre razones equivalentes de términos menores a 6 : 12.

Solución:
Haciendo uso de la conclusión anterior, puede verse que al dividir los dos términos de la razón 6 : 12 entre 2 se encuentra la razón equivalente 3 : 6.

$$6 : 12 = 3 : 6 \quad (\div \boxed{2})$$

Luego, dividiendo ambos términos entre 3 se obtiene la razón equivalente 2 : 4.

$$6 : 12 = 2 : 4 \quad (\div \boxed{3})$$

Luego, dividiendo ambos términos entre 6 se obtiene la razón equivalente 1 : 2.

$$6 : 12 = 1 : 2 \quad (\div \boxed{6})$$

Respuesta: 3 : 6,   2 : 4,   1 : 2

Cuando se encuentra una razón equivalente donde ambos términos son números naturales los más pequeños posibles, a ésta se le llama **razón simplificada**.

1 : 2 es la razón simplificada de 6 : 12

Ejemplo **1.8**

Encuentre la razón simplificada de:

a) 6 : 9   b) 12 : 18

Solución:
a) El Máximo Común Divisor de 6 y 9 es 3, por lo que
$6 : 9 = (6 \div 3) : (9 \div 3) = 2 : 3$

$$6 : 9 = 2 : 3 \quad (\div \boxed{3})$$

Respuesta: 2 : 3

b) El Máximo Común Divisor de 12 y 18 es 6, por lo que
$12 : 18 = (12 \div 6) : (18 \div 6) = 2 : 3$

$$12 : 18 = 2 : 3 \quad (\div \boxed{6})$$

Respuesta: 2 : 3

Otra forma de resolverlo es:
$12 : 18 = (12 \div 2) : (18 \div 2) = 6 : 9$ y se repite el proceso que se hizo en el inciso a)

124

Unidad 6 - Razón, proporcionalidad y porcentaje

continúa en la siguiente página...

Unidad 6: **Razón, proporcionalidad y porcentaje**

Lección 1: (6/8) Razones y proporciones

Sección 3: Proporción, términos de una proporción y propiedad fundamental de las proporciones

Objetivos:
- Identificar proporciones.
- Conocer los términos de una proporción.
- Encontrar el valor de una cuarta proporcional aplicando la propiedad fundamental de las proporciones.

Ejercicio 1.5 a) Encuentre la razón simplificada de:

a.1) 3 : 9 a.2) 8 : 20 a.3) 13 : 39 a.4) 18 : 36 a.5) 36 : 24

b) En el salón de clases hay 22 niños y 18 niñas, encuentre y simplifique la razón entre el número de niñas y niños.

Los términos de una razón pueden ser fracciones o decimales, pero al encontrar la razón simplificada, esta debe ser expresada con números naturales.

Ejemplo 1.9

Encuentre la razón simplificada de modo que sus términos sean números naturales.

a) 1.3 : 1.1 b) 1.3 : 2 c) 0.8 : 1.1 d) $\frac{1}{4} : \frac{3}{4}$

Solución:

a) $1.3 : 1.1 = (1.3 \times 10) : (1.1 \times 10) = 13 : 11$

1.3 tiene 1 cifra de decimal
1.1 tiene 1 cifra decimal para convertirlos a enteros se multiplican por 10.

b) $1.3 : 2 = (1.3 \times 10) : (2 \times 10) = 13 : 20$

$1.3 \times 10 = 13$
Mueva el punto decimal un lugar a la derecha.

c) $0.8 : 1.1 = (0.8 \times 10) : (1.1 \times 10) = 8 : 11$

$0.8 \times 10 = 8$

d) $\frac{1}{4} : \frac{3}{4} = (\frac{1}{4} \times 4) : (\frac{3}{4} \times 4) = 1 : 3$

Se multiplica por el mínimo común múltiplo de los denominadores.

Ejercicio 1.6 Encuentre la razón simplificada de modo que sus términos sean números naturales.

a) 1.3 : 1.7 b) 1.1 : 3 c) 0.9 : 1.4 d) $\frac{2}{3} : \frac{5}{3}$ e) $\frac{4}{5} : \frac{3}{5}$

De aquí en adelante, las respuestas se expresarán utilizando las razones en su forma simplificada.

Sección 3: Proporciones, términos de una proporción y propiedad fundamental de las proporciones

La igualdad de dos razones se llama **proporción.**
En el **Ejemplo 1.6** se tiene que 2 : 3 = 4 : 6, esta igualdad es una proporción.
La proporción 2 : 3 = 4 : 6 se interpreta como “el valor de la razón 2 : 3 es igual al valor de la razón 4 : 6”

A veces se utiliza el signo :: en lugar del =
En el **Ejemplo 1.6**, esto sería 2 : 3 :: 4 : 6

125

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

Ejercicios adicionales:

Encuentre la razón simplificada de modo que sus términos sean números naturales

a) 35 : 105 b) 0.7 : 0.4 c) 1.7 : 2 d) $\frac{3}{2} : \frac{5}{2}$

Solución

a) 1 : 3 b) 7 : 4 c) 17 : 20 d) 3 : 5

Indicador de logro
Encuentra el valor de x en
$4 : 5 = 8 : x$

2. Resolver **Ejercicio 1.5**

(10 min)

Solución

a.1) 1:3 a.2) 2:5
a.3) 1:3 a.4) 1:2
a.5) 3:2
b) 9:11

3. Encontrar la razón simplificada de modo que sus términos sean números naturales **Ejemplo 1.9**

(10 min)

* Para los cuatro incisos, deben considerarse las notas que están en el ícono .

* ¿Qué debe hacerse para convertir un número que tiene una cifra decimal a número entero? Recuerde que también puede usar el esquema utilizado en el **Ejemplo 1.7**. Considerando el nivel de los ejercicios, las fracciones utilizadas tienen igual denominador, para facilitar el expresarlas como números enteros.

4. Resolver **Ejercicio 1.6**

(15 min)

Solución

a) 13 : 17 b) 11 : 30
c) 9 : 14 d) 2 : 5
e) 4 : 3

* Indicar que desde este momento las respuestas se expresarán con razones simplificadas.

[Hasta aquí Clase 5]

[Desde aquí Clase 6]

1. Definir proporción.

(10 min)

* Las razones de borradores a lápices 2 : 3 y 4 : 6 del **Ejemplo 1.6** son equivalentes y forman una proporción, entonces ¿qué es una proporción?, ¿cómo puede interpretarse 2 : 3 = 4 : 6?

continúa en la siguiente página...

Indicador de logro
Encuentra el valor de x en

$4 : 5 = 8 : x$

2. Introducción a la propiedad fundamental de las proporciones.

(10 min)

* Como se explicó en los puntos de lección de la unidad, los valores de la proporción $a{:}b = c{:}d$, es decir, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, se multiplican por bd y se obtiene que $ad = bc$.

A partir de los cálculos que se realizan con la proporción

2 : 3 = 4 : 6 se generaliza que en toda proporción el producto de los extremos es igual al producto de los medios.

3. Encontrar el valor de la cuarta proporcional aplicando la propiedad fundamental de las proporciones.

Ejemplo **1.10**

(10min)

* La cuarta proporcional consiste en que conocidos tres términos de una proporción, se debe encontrar el cuarto término. A lo anterior también se le conoce como "Regla de tres".

* Para facilitar el aprendizaje de los estudiantes, se simplifica la instrucción indicando únicamente que se debe encontrar el valor de x en las proporciones propuestas.

* En el inciso b) se propone hacer cálculos con números decimales de valores pequeños, para no desviarse del objetivo que es encontrar el valor de la cuarta proporcional, no así el cálculo con números decimales.

Unidad 6: **Razón, proporcionalidad y porcentaje**

Lección 1: Razones y proporciones

(6/8)

Sección 3: Proporción, términos de una proporción y propiedad fundamental de las proporciones

Objetivo:
- Identificar proporciones.
- Conocer los términos de una proporción.
- Encontrar el valor de una cuarta proporcional aplicando la propiedad fundamental de las proporciones.

Con la proporción **2 : 3 = 4 : 6** se pueden hacer cálculos como el que se muestra al lado derecho:

2 : 3 = 4 : 6
comparando los valores de las razones
$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$
multiplicando por 18
$\frac{2}{3} \times 18 = \frac{4}{6} \times 18$
resulta que
$\frac{2}{\cancel{3}_{1}} \times \cancel{18}^{6} = \frac{4}{\cancel{6}_{1}} \times \cancel{18}^{3}$
$2 \times 6 = 4 \times 3$

18 es el producto de los denominadores.

Como 2 : 3 = 4 : 6 entonces 2 × 6 = 4 × 3

En general, se sabe lo siguiente:

Propiedad Fundamental de las Proporciones

$a : \underbrace{\boxed{b} = \boxed{c}}_{\text{Medios}} : d \rightarrow a \times d = \boxed{b} \times \boxed{c}$

Extremos: a, d

En toda proporción, el producto de los extremos es igual al producto de los medios.

En la proporción 2 : $\boxed{3}$ = $\boxed{4}$: 6 al multiplicar los medios y los extremos se tiene que:

Extremos 2 × 6 = 12

Medios $\boxed{3} \times \boxed{4}$ = 12

Son iguales

Si un término de una proporción es desconocido, se puede utilizar la propiedad fundamental de las proporciones para encontrarlo.

Ejemplo **1.10**

Encuentre el valor de x en las siguientes proporciones.

a) $6 : 10 = 3 : x$ b) $1.8 : x = 3 : 2$

Solución:
Utilizando la propiedad fundamental de las proporciones, se iguala el producto de los extremos y el de los medios.

a) $6 : 10 = 3 : x$
$6 \times x = 10 \times 3$
$6x = 30$
$x = 5$

Respuesta: $x = 5$

b) $1.8 : x = 3 : 2$
$1.8 \times 2 = x \times 3$
$3.6 = 3x$
$3x = 3.6$
$x = 1.2$

Respuesta: $x = 1.2$

Si A = B entonces B = A

Ejercicios adicionales

Encuentre el valor de x en cada proporción

a) $12 : 16 = x : 4$ b) $x : 5 = 32 : 20$ c) $x : 5 = 14 : 35$

Solución

a) $x = 3$ b) $x = 8$ c) $x = 2$

continúa en la siguiente página...

Unidad 6: Razón, proporcionalidad y porcentaje

Lección 1: (7/8) Razones y proporciones

Sección 4: Aplicación de la proporción

Objetivo: Resolver problemas utilizando proporciones.

Ejercicio 1.7 Encuentre el valor de x en las siguientes proporciones.

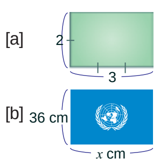
a) $4 : 5 = 8 : x$ b) $8 : x = 2 : 3$ c) $x : 12 = 3 : 9$

d) $1.1 : x = 2 : 6$ e) $2 : 3 = 1.4 : x$ f) $3 : 2 = x : 1.2$

Sección 4: Aplicación de la proporción

Ejemplo 1.11

La bandera de las Naciones Unidas tiene la forma de un rectángulo. La razón de la longitud del largo al ancho de este rectángulo (Ver figura [a]) es 2 : 3. Si el ancho de la bandera de las Naciones Unidas (Ver figura [b]) es de 36 cm, ¿cuánto mide el largo?



Sea x el largo de la bandera en centímetros, entonces:

Figura	[a]	[b]
Ancho	2	36
Largo	3	x

$2 : 3 = 36 : x$
$2 \times x = 3 \times 36$
$2x = 108$
$x = \frac{108}{2}$
$x = 54$

Respuesta: 54 cm

La proporción también pudo haberse escrito como $2 : 36 = 3 : x$, la cual se resuelve de forma similar:

Figura	[a]	[b]
Ancho	2	36
Largo	3	x

$2 : 36 = 3 : x$
$2 \times x = 36 \times 3$
$2x = 108$
$x = 54$

Ejercicio 1.8 Resuelva los siguientes problemas.

a) 5 : 2 es la razón entre gramos de harina y azúcar para preparar un pastel. Si se tienen 150 g de harina, ¿cuántos gramos de azúcar se necesitan?

b) La razón entre la velocidad del tren y del avión es 2 : 15. Si la velocidad del avión es de 600 km/h, ¿cuál es la velocidad del tren?

c) Dos hermanos se reparten cierta cantidad de lempiras en una razón 3 : 4. Si el hermano menor recibió 180 lempiras que es la menor parte, ¿cuánto recibió el hermano mayor?

Ejercicio adicional
Resuelva el siguiente problema:
En la bandera nacional de Honduras, el ancho debe ser contenido dos veces en su largo. Si el largo es 18, ¿cuánto mide el ancho?

Solución

$1 : 2 = x : 18$
$1 \times 18 = 2x$
$2x = 18$
$x = 9$

Respuesta: 9

Indicador de logro

5:2 es la razón entre gramos de harina y azúcar para preparar un pastel. Si se tienen 150 g de harina, ¿cuántos gramos de azúcar se necesitan?

4. Resolver Ejercicio 1.7

(15 min)

Solución

a) $x = 10$ b) $x = 12$ c) $x = 4$
d) $x = 3.3$ e) $x = 2.1$ f) $x = 1.8$

[Hasta aquí Clase 6]

[Desde aquí Clase 7]

1. Resolver problemas utilizando proporciones.

Ejemplo 1.11

(15 min)

* Subrayar que la proporción puede escribirse de dos formas, y que al resolverse, la respuesta es la misma.

2. Resolver Ejercicio 1.8

(30 min)

Solución

a)

Ingredientes	Razón entre gramos	Gramos
Harina	5	150
Azucar	2	x

$5 : 2 = 150 : x$ (o $5 : 150 = 2 : x$)

Respuesta: 60 g de azúcar

b)

Medio de transporte	Razón entre gramos	Velocidad km/h
Tren	2	x
Avión	15	600

$2 : 15 = x : 600$ (o $2 : x = 15 : 600$)

Respuesta: 80 km/h

c)

Hermano	Razón de reparto	Lempiras
Menor	3	180
Mayor	4	x

$3 : 4 = 180 : x$ (o $3 : 180 = 4 : x$)

Respuesta: 240 lempiras

Unidad 6: Razón, proporcionalidad y porcentaje

Lección 1: (8/8) Razones y proporciones

Sección 1: Aplicación de la proporción

Objetivos: Resolver problemas utilizando proporciones.

Indicador de logro

Las edades de Juan y Pedro están a razón de 5 : 6. La edad de Pedro es 24 años, ¿cuál es la edad de Juan?

1. Encontrar el término desconocido de una proporción utilizando razones equivalentes. *Ejemplo* **1.12**

(10 min)

¿Por cuál número debo multiplicar al 5 para que el resultado sea 30?, multiplicando por ese mismo número al 4, ¿cuál es el resultado?

* Una razón $a : b$ es equivalente a otra si sus dos términos se multiplican o dividen por un mismo número distinto de 0.

* Aplicándolo al ejemplo, 5 : 4 es equivalente a 30 : 24 ya que, el 5 y el 4 se multiplican por 6.

2. Resolver *Ejercicio* **1.9**

(35 min)

Solución

a)

$\times 4$

$5 : 6 = x : 24$

$\times 4$

Respuesta: 20 años

b)

$\times 8$

$3 : 4 = x : 32$

$\times 8$

Respuesta: 24

c)

$\times 10$

$5 : 3 = x : 30$

$\times 10$

Respuesta: 50 niños

Ejercicio adicional

* Lo que ahorra y gasta semanalmente una familia está en la razón 2 : 9. Si lo que ahorra son 1000 lempiras, ¿cuánto gasta a la semana?

Utilizando razones equivalentes también se puede encontrar un término desconocido.

Ejemplo **1.12**

En un salón de clases por cada 5 niñas hay 4 niños. Si en el salón hay 30 niñas, ¿cuántos niños hay?

Estudiantes	Cantidad	Cantidad
Niñas	5	30
Niños	4	x

$\times 6$

$5 : 4 = 30 : x$

$\times 6$

$x = 4 \times 6$

$= 24$

Respuesta: 24 niños

Ejercicio **1.9** Resuelva los siguientes problemas utilizando razones equivalentes.

a) Las edades de Juan y Pedro están a razón de 5 : 6. La edad de Pedro es 24 años, ¿cuál es la edad de Juan?

b) Dos números están en razón de 3 : 4, si el mayor es 32 ¿cuál es el menor?

c) En una fiesta la razón de niños a niñas es de 5 : 3. Si en total asistieron 30 niñas, ¿cuántos niños llegaron?

Solución

$\times 500$

$2 : 9 = 1000 : x$

$\times 500$

Respuesta: 4500 lempiras

Unidad 6: **Razón, proporcionalidad y porcentaje**

Lección 2: (1/2) Proporcionalidad directa

Sección 1: Proporcionalidad directa

Objetivos:
- Identificar situaciones de proporcionalidad directa.
- Expresar la relación de proporcionalidad directa mediante la fórmula $y = ax$.

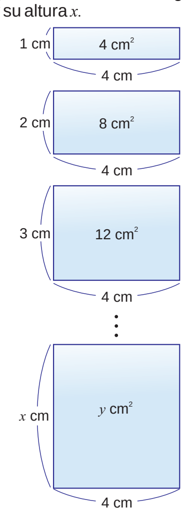
Lección 2: Proporcionalidad directa

Sección 1: Proporcionalidad directa

Ejemplo 2.1

La base de los siguientes rectángulos es de 4 cm, la altura es x cm y el área es y cm^2.
En la siguiente tabla, observe la relación entre la altura y el área de los rectángulos.
Exprese el área de los rectángulos en términos de su base y su altura x.

Altura x (cm)	0	1	2	3	···
Área y (cm^2)	0	4	8	12	···



Solución:

Área del rectángulo = base × altura

$y = 4 \times x$

Respuesta: $y = 4x$

Cuando x y y están relacionadas con una fórmula como $y = 4x$, se dice que son directamente proporcionales.

Proporcionalidad Directa

Dadas dos variables x y y, se dice que y es directamente proporcional a x si hay una constante distinta de cero tal que $y = ax$, donde a es la constante de proporcionalidad.

El área de los rectángulos representada por y y la altura representada por x, se relacionan de manera directamente proporcional de la forma $y = 4x$, donde 4 es la constante de proporcionalidad.

Ejercicio 2.1 Con los datos del **Ejemplo 2.1**:

a) Encuentre el área del rectángulo si la altura mide 4 cm.
b) Encuentre el área del rectángulo si la altura mide 5 cm.
c) Cuando la altura va aumentando en 2, 3, 4, ... veces más, ¿qué sucede con el área?

Indicador de logro

Observe la siguiente tabla y exprese la proporcionalidad directa entre el tiempo en horas que tarda un auto en recorrer con una velocidad constante cierta distancia en kilómetros.

Tiempo x (horas)	0	1	2	3	4	···
Distancia recorrida y (km)	0	70	140	210	280	···

1. **Definir proporcionalidad directa.** **Ejemplo 2.1**

   (15 min)

   ¿Cuál es la fórmula para encontrar el área de un rectángulo? En los rectángulos que se muestran, ¿cuál es la longitud que no cambia?, cuándo la altura es 1 cm, ¿cuál es el área del rectángulo?, cuando es 2 cm, 3 cm, …, x cm.

   * En la tabla se tienen los valores de la altura x y el área y de varios rectángulos. Analizando esos valores, ¿cuál es la medida de la base?
   * Expresar la proporcionalidad directa como $y = 4x$.
   * Copiar la definición de proporcionalidad directa.
   * Indicar que el área y de los rectángulos es directamente proporcional a su altura x y que 4 es la constante de proporcionalidad.

2. **Resolver** **Ejercicio 2.1**

   (8 min)

   a) 16 cm^2

   b) 20 cm^2

   c) Razonar mediante las imágenes de los rectángulos que cuando la altura x aumenta 2, 3,…veces más, el área y también aumenta en la misma proporción (8, 12,…, cm^2), es decir, 2, 3, … veces más

continúa en la siguiente página...

Indicador de logro

Observe la siguiente tabla y exprese la proporcionalidad directa entre el tiempo en horas que tarda un auto en recorrer con una velocidad constante cierta distancia en kilómetros.

Tiempo x (horas)	0	1	2	3	4	···
Distancia recorrida y (km)	0	70	140	210	280	···

3. Expresar la relación de proporcionalidad directa.

Ejemplo 2.2

(10 min)

* Si se compra 1 paleta, ¿cuántos lempiras se pagarán?, si se compran 2 paletas, ¿a cuánto aumentan los lempiras que deben pagarse?, si se compran 3 paletas, ¿a cuánto aumentan los lempiras a pagar?
* Observando la tabla que está en la solución, los 6 lempiras que se pagan por 1 paleta, ¿qué representan?, ¿por qué no cambia ese valor?, ¿cómo se le llama a ese valor cuando se habla de proporcionalidad?

  ¿Qué magnitud es proporcional a quién?, la cantidad y de lempiras a pagar es proporcional al número x de paletas a comprar.
* Expresar la proporcionalidad directa como $y = 6x$.

4. Resolver Ejercicio 2.2

(12 min)

Solución

a) 36 lempiras
b) $y = 70x$
c) 560 km

Unidad 6: Razón, proporcionalidad y porcentaje

Lección 2: (1/2) Proporcionalidad directa

Sección 1: Proporcionalidad directa

Objetivos:
- Identificar situaciones de proporcionalidad directa.
- Expresar la relación de proporcionalidad directa mediante la fórmula $y = ax$.

Ejemplo 2.2

Observe la siguiente tabla y exprese la cantidad y de lempiras a pagar en términos del número x de paletas a comprar.

Paletas x (unidades)	0	1	2	3	4	···
Cantidad a pagar y (lempiras)	0	6	12	18	24	···

Solución:

Paletas x (unidades)	0	1	2	3	4	···
		$\times 6$	$\times 6$	$\times 6$	$\times 6$	
Cantidad a pagar y (lempiras)	0	6	12	18	24	···

Cantidad de lempiras a pagar $= 6 \times$ el número de paletas

$$y = 6 \times x$$

Respuesta: $y = 6x$

Ejercicio 2.2

a) Con los datos del Ejemplo 2.2 ¿cuánto tendría que pagar por 6 paletas?

b) Observe la siguiente tabla y exprese la proporcionalidad directa entre el tiempo en horas que tarda un auto en recorrer con una velocidad constante cierta distancia en kilómetros.

Tiempo x (horas)	0	1	2	3	4	···
Distancia recorrida y (km)	0	70	140	210	280	···

c) Con los datos del inciso b), ¿cuántos kilómetros habrá recorrido el auto en 8 horas?

Unidad 6: # Razón, proporcionalidad y porcentaje

Lección 2: (2/2) Proporcionalidad directa

Sección 2: Constante de proporcionalidad y fórmula para expresar la proporcionalidad directa

Objetivos: Encontrar la constante de proporcionalidad $a = \frac{y}{x}$.

Indicador de logro

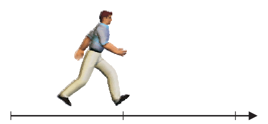
Dado que y es directamente proporcional a x, encuentre la constante de proporcionalidad a.
El número x de paquetes y la cantidad y de galletitas y que contienen

x (paquetes)	0	1	2	3	4
y (galletitas)	0	8	16	24	32

Sección 2: Constante de proporcionalidad y fórmula para expresar la proporcionalidad directa

Ejemplo 2.3

Dado que y es la distancia recorrida por una persona que camina 80 m por minuto y es directamente proporcional al tiempo x, encuentre la constante de proporcionalidad a.



Tiempo x (min)	0	1	2	3	···
Distancia recorrida y (m)	0	80	160	240	···

Solución:

La proporcionalidad directa se expresa con la fórmula $y = ax$ y la constante de proporcionalidad a se encuentra sustituyendo los valores de x y y, luego resolviendo para a.

Cuando $x = 1, y = 80$

$80 = a \times 1$

$80 = a$

$a = 80$

Si el tiempo es igual a 0, esto es $x = 0$, entonces la distancia recorrida también es igual a 0, $y = 80(0) = 0$

Respuesta: $a = 80$

Se puede utilizar cualquier pareja de datos incluida en la tabla.

Cuando $x = 2, y = 160$	Cuando $x = 3, y = 240$
$160 = a \times 2$	$240 = a \times 3$
$160 = 2a$	$240 = 3a$
$2a = 160$	$3a = 240$
$a = 80$	$a = 80$

La constante a también se puede calcular de esta forma:

$a = \frac{80}{1}$ o $\frac{160}{2}$ o $\frac{240}{3}$ ... $\frac{y}{x}$

Tiempo x (min)	0	1	2	3	···
		×80	×80	×80	
Distancia recorrida y (m)	0	80	160	240	···

Fórmula para la Proporcionalidad Directa $y = ax$ → Constante de Proporcionalidad $a = \frac{y}{x}$

1. **Encontrar el valor de la constante de proporcionalidad.**

Ejemplo 2.3

(23 min)

* ¿Cómo se expresa la proporcionalidad directa entre x y y?, para la segunda pareja de datos, cuando $x = 1$, ¿qué valor tiene y?, sustituyendo esos valores en la fórmula $y = ax$, ¿cómo podría encontrarse el valor de a?, cuando el tiempo es igual a 0, ¿cuál es la distancia recorrida?
* ¿Se podría utilizar otra pareja de datos?, ¿cambiaría el valor de a?, ¿por qué?
* Ver la explicación que se presenta en el ícono de , para encontrar el valor de a.
* Utilizando lo aprendido en la unidad 3 de Ecuaciones de primer grado en una variable, si la fórmula para la proporcionalidad directa es $y = ax$, ¿a qué sería igual la constante de proporcionalidad a?
* Concluir que la relación de proporcionalidad directa se expresa mediante la fórmula $y = ax$, por lo tanto, la constante de proporcionalidad se encuentra mediante la fórmula $a = \frac{y}{x}$.

continúa en la siguiente página...

Indicador de logro

Dado que y es directamente proporcional a x, encuentre la constante de proporcionalidad a.
El número x de paquetes y la cantidad y de galletitas y que contienen

x (paquetes)	0	1	2	3	4
y (galletitas)	0	8	16	24	32

2. Resolver Ejercicio 2.3

(10 min)

Solución

a) $a = 8$

b) $a = 1.5$

3. Encontrar el valor de la constante de proporcionalidad.
Ejemplo 2.4

(7 min)

¿Qué diferencia hay entre este ejemplo y el Ejemplo 2.3 ?

* Cuando el ejercicio o ejemplo nos habla de "directamente proporcional", ¿qué debe recordarse inmediatamente?, ¿cuál es la fórmula para expresar la proporcionalidad directa?, si se tienen los valores de x y y, ¿cómo se encuentra el valor de a?

4. Resolver Ejercicio 2.4

(5 min)

Solución

$a = 9$

Concluir que en el Ejemplo 2.3 se puede utilizar cualquier pareja de datos incluida en la tabla. Como el Ejemplo 2.4 nos da la condición de que x y y son directamente proporcionales, debe recordarse inmediatamente que la fórmula para expresar la proporcionalidad directa es $y = ax$. Luego, el valor de la constante de proporcionalidad se encuentra resolviendo $a = \frac{y}{x}$.

Unidad 6: **Razón, proporcionalidad y porcentaje**

Lección 2: (2/2) Proporcionalidad directa

Sección 2: Constante de proporcionalidad y fórmula para expresar la proporcionalidad directa

Objetivos: Encontrar la constante de proporcionalidad $a = \frac{y}{x}$.

Ejercicio 2.3 Dado que y es directamente proporcional a x, encuentre la constante de proporcionalidad a.

a) El número x de paquetes y la cantidad y de galletitas y que contienen.

x (paquetes)	0	1	2	3	4
y (galletitas)	0	8	16	24	32

b) El número x de borradores y el costo y en lempiras.

x (borradores)	0	1	2	3	4
y (lempiras)	0	1.5	3	4.5	6

Ejemplo 2.4

Si x y y son directamente proporcionales y $y = 14$ cuando $x = 2$, entonces ¿cuál es el valor de la constante de proporcionalidad a?

Solución:

La proporcionalidad directa se expresa con la fórmula $y = ax$, así que sustituyendo los valores de x y y, resolviendo para a se tiene que,

cuando $x = 2$, $y = 14$

$$14 = a(2)$$
$$14 = 2a$$
$$2a = 14$$
$$a = \frac{14}{2}$$
$$a = 7$$

$a = \frac{y}{x} = \frac{14}{2} = 7$

Respuesta: $a = 7$

Ejercicio 2.4 Si x y y son directamente proporcionales, encuentre el valor de la constante de proporcionalidad a, si $y = 36$ cuando $x = 4$.

Unidad 6: **Razón, proporcionalidad y porcentaje**

Lección 3: (1/2) Proporcionalidad inversa

Sección 1: Proporcionalidad inversa

Objetivo:
- Identificar situaciones de proporcionalidad inversa.
- Expresar la relación de proporcionalidad inversa mediante la fórmula $y = \frac{a}{x}$.

Lección 3: Proporcionalidad inversa

Sección 1: Proporcionalidad inversa

Ejemplo 3.1

Sea x cm la base de los siguientes rectángulos, y cm la altura y 12 cm^2 su área.
En la siguiente tabla, observe la relación entre las longitudes de los lados de esos rectángulos.

Base x (cm)	1	2	3	4	5	···
Altura y (cm)	12	6	4	3	2.4	···

a) Exprese el área de esos rectángulos en términos de x y y.
b) Exprese la altura y en términos del área y de la base x.

Solución:

a) Área del rectángulo = base × altura

$12 = x \times y$

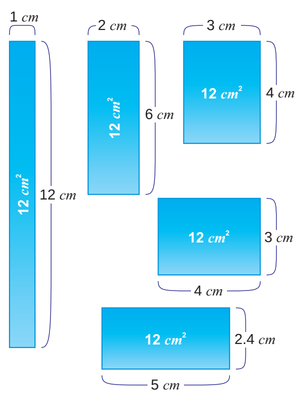
Respuesta: $12 = xy$

b) $\text{Altura} = \frac{\text{área}}{\text{base}}$

$y = \frac{12}{x}$

Respuesta: $y = \frac{12}{x}$

Cuando x y y están relacionadas con una fórmula como $y = \frac{12}{x}$, se dice que son inversamente proporcionales.



Proporcionalidad Inversa
Dadas dos variables x y y, se dice que y es inversamente proporcional a x si hay una constante tal que $y = \frac{a}{x}$, donde a es la constante de proporcionalidad.

Indicador de logro

Observe la siguiente tabla y exprese la proporcionalidad inversa entre el número x de obreros y los y días que se tardarán en construir un muro

x (obreros)	1	2	3	4	···
y (días)	12	6	4	3	···

1. Expresar la relación de proporcionalidad inversa.

Ejemplo 3.1

(18 min)

¿Cuál es la fórmula para encontrar el área de un rectángulo?, para el primer rectángulo, ¿cuánto mide la base?, ¿cuánto mide la altura?, ¿cuál sería la fórmula para encontrar el área de ese rectángulo?, ¿y para el segundo rectángulo?, …, ahora, siendo x cm la base y y cm la altura de esos rectángulos, ¿cuál sería la fórmula para encontrar el área?

* Expresando la altura y en términos del área y de la base x, ¿qué fórmula nos queda?, ¿qué tipo de relación expresará esta fórmula?

* Concluir que cuando se tiene una fórmula como $y = \frac{12}{x}$, se dice que x y y son inversamente proporcionales.

* Observando los rectángulos, ¿cuál es el valor que no cambia?, ¿en la proporcionalidad, cómo se le llama a ese valor?, ¿qué significa que la altura y y la base x de los rectángulos sean inversamente proporcionales?

* Concluir que el valor que no cambia son los 12 cm^2 que corresponden al área de los rectángulos. A este valor se le llama constante de proporcionalidad a.

continúa en la siguiente página...

Indicador de logro

Observe la siguiente tabla y exprese la proporcionalidad inversa entre el número x de obreros y los y días que se tardarán en construir un muro.

x (obreros)	1	2	3	4	···
y (días)	12	6	4	3	···

2. Resolver Ejercicio 3.1

(8 min)

Solución

a) Altura = 1.5 cm

b) Razonar mediante las imágenes de los rectángulos que cuando la base x va aumentando en 2, 3, 4,…, veces más, la altura y va disminuyendo (12, 6, 4, 3, …, cm) en la misma proporción, es decir, en $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, ...,veces.

3. Expresar la relación de proporcionalidad inversa.

Ejemplo 3.2

(9 min)

* Si solo hubiese 1 persona, ¿cuántos confites le corresponderían?, si hubiesen 2 personas, ¿a cuánto se reducen los confites que le corresponderían?, si hubiesen 3 personas, ¿a cuánto se reducen los confites que le corresponderían?

* En general, ¿por quién está determinada la cantidad de confites que le corresponden a cada persona?, ¿cuál es la cantidad que no cambia?, ¿cómo se le llama a esa cantidad?, ¿cómo se expresa la cantidad y de confites por persona en términos del número x de personas.

4. Resolver Ejercicio 3.2

(10 min)

Solución

a) 4 confites

b) $y = \frac{12}{x}$

c) 2 días

Unidad 6: Razón, proporcionalidad y porcentaje

Lección 3: (1/2) Proporcionalidad inversa

Sección 1: Proporcionalidad inversa

Objetivo:
- Identificar situaciones de proporcionalidad inversa.
- Expresar la relación de proporcionalidad inversa mediante la fórmula $y = \frac{a}{x}$.

La altura del rectángulo representada por y y su base representada por x, se relacionan de manera inversamente proporcional de la forma $y = \frac{12}{x}$, donde 12 es la constante de proporcionalidad.

Ejercicio 3.1 Con los datos del Ejemplo 3.1 :

a) Encuentre la altura del rectángulo, si la base mide 8 cm.
b) Cuando la base va aumentando en 2, 3, 4,... veces más ¿qué sucede con la altura?

Ejemplo 3.2

Se tienen 24 confites y se quieren repartir equitativamente entre un número x de personas.
Observe la siguiente tabla y exprese la cantidad y de confites por persona en términos del número x de personas.

x (personas)	1	2	3	4	···
y (confites por persona)	24	12	8	6	···

Solución:

x (personas)	1	2	3	4	···
y (confites por persona)	24	12	8	6	···

Cantidad de confites por persona = $\frac{\text{Cantidad total de confites}}{\text{Número de personas}}$

La cantidad total de confites es constante.

Respuesta: $y = \frac{24}{x}$

Ejercicio 3.2

a) Con los datos del Ejemplo 3.2 , si hubiesen 6 personas ¿cuántos confites le corresponderían a cada una?

b) Observe la siguiente tabla y exprese la proporcionalidad inversa entre el número x de obreros y los y días que se tardarán en construir un muro.

x (obreros)	1	2	3	4	···
y (días)	12	6	4	3	···

c) Con los datos del inciso b), ¿cuántos días tardarán en construir el muro 6 obreros?

Unidad 6: Razón, proporcionalidad y porcentaje

Lección 3: (2/2) Proporcionalidad inversa

Sección 2: Constante de proporcionalidad y fórmula para expresar la proporcionalidad

Objetivo: Encontrar la constante de proporcionalidad $a = xy$.

Indicador de logro

Dado que y es inversamente proporcional a x, encuentre la constante de proporcionalidad a.
La velocidad x medida en km/h y las y horas transcurridas

Velocidad x (km/h)	80	40	20	10
Tiempo y (horas)	1	2	4	8

Sección 2: Constante de proporcionalidad y fórmula para expresar la proporcionalidad inversa

Ejemplo 3.3

Dado que y es el número de meses que se necesitarán para construir una casa y es inversamente proporcional al número x de obreros empleados, encuentre la constante de proporcionalidad a.

x (obreros)	30	15	10	6	···
y (meses)	1	2	3	5	···

Solución:

La proporcionalidad inversa se expresa con la fórmula $y = \frac{a}{x}$ y la constante de proporcionalidad a se encuentra sustituyendo los valores x y y, luego resolviendo para a.

Cuando $x = 30$, $y = 1$
$1 = \frac{a}{30}$
$a = 1 \times 30$
$a = 30$

Respuesta: $a = 30$

Se puede utilizar cualquier pareja de datos incluida en la tabla.

Cuando $x = 15$, $y = 2$
$2 = \frac{a}{15}$
$a = 2 \times 15$
$a = 30$

Cuando $x = 10$, $y = 3$
$3 = \frac{a}{10}$
$a = 3 \times 10$
$a = 30$

La constante a también se puede calcular de esta forma 30×1 o 15×2 o 10×3 ... $x \times y$

x (obreros)	30	15	10	6	···
y (meses)	1	2	3	5	···

Fórmula para la Proporcionalidad Inversa
$y = \frac{a}{x}$

→

Constante de Proporcionalidad
$a = xy$

Ejercicio 3.3 Dado que y es inversamente proporcional a x, encuentre la constante de proporcionalidad a.

a) La velocidad x medida en km/h y las y horas transcurridas.

Velocidad x (km/h)	80	40	20	10
Tiempo y (horas)	1	2	4	8

b) El número x de personas y los y días que dura el alimento.

x (personas)	2	4	6	8
Duración del alimento y (días)	36	18	12	9

Ejemplo 3.4

Si x y y son inversamente proporcionales y $y = 10$ cuando $x = 2$, entonces ¿cuál es el valor de la constante de proporcionalidad a?

Solución:

La proporcionalidad inversa se expresa mediante la ecuación $y = \frac{a}{x}$, así que sustituyendo los valores de x y y, resolviendo para a, se tiene que

Cuando $x = 2$, $y = 10$
$10 = \frac{a}{2}$
$10 \times 2 = a$
$a = 10 \times 2$
$a = 20$

Respuesta: $a = 20$

Ejercicio 3.4 Si x y y son inversamente proporcionales, encuentre el valor de la constante de proporcionalidad a, si $y = 8$ cuando $x = 3$.

135

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

1. Encontrar el valor de la constante de proporcionalidad. Ejemplo 3.3

(18 min)

¿Cómo se expresa la proporcionalidad inversa entre x y y?, para la primer pareja de datos, cuando $x = 1$, ¿qué valor tiene y?, sustituyendo esos valores en la fórmula $y = \frac{a}{x}$, ¿cómo podría encontrarse el valor de a?

¿Se podría utilizar otra pareja de datos?, ¿cambiaría el valor de a?, ¿por qué?

* Ver la explicación que se presenta en el ícono de 💡, para encontrar el valor de a.

* Utilizando lo aprendido en la unidad 3 de Ecuaciones de primer grado en una variable, si la fórmula para la proporcionalidad directa es $y = \frac{a}{x}$, ¿a qué sería igual la constante de proporcionalidad a?

2. Resolver Ejercicio 3.3

(10 min)

Solución

a) $a = 80$

b) $a = 72$

3. Encontrar el valor de la constante de proporcionalidad. Ejemplo 3.4

(9 min)

* ¿Qué diferencia hay entre este ejemplo y el Ejemplo 3.3?

* Cuando el ejercicio o ejemplo nos habla de "inversamente proporcional", ¿qué debe recordarse inmediatamente?, ¿cuál es la fórmula para la proporcionalidad inversa?, si se tienen los valores de x y y, ¿cómo se encuentra el valor de a?

4. Resolver Ejercicio 3.4

(8 min)

Solución

$a = 24$

Indicador de logro

Las siguientes magnitudes son directamente proporcionales.

Empleando la tabla con los valores que se muestran, cuando x tenga el valor de -20, ¿qué valor tendrá y?

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	−12	−8	−4	0	4	8	12

Unidad 6: **Razón, proporcionalidad y porcentaje**

Lección 4: (1/3) Aplicación de la proporcionalidad

Sección 1: Aplicación de la proporcionalidad directa

Objetivos: Resolver problemas aplicando la proporcionalidad directa.

1. Resolver problemas aplicando la proporcionalidad directa. *Ejemplo* **4.1**

(30 min)

* A medida que pasan los minutos, ¿la persona camina más metros o menos metros? Exactamente en el punto O, ¿cuántos minutos han transcurrido?

* Observar que en las proporciones directas los valores de x y y pueden ser negativos, ¿qué significa el valor negativo de x?, ¿qué significa el valor negativo de y?

* Distinguir como valores positivos el Este y los minutos después que ha pasado por el punto O.

* Distinguir como valores negativos el Oeste y los minutos antes de que pasara por el punto O.

2. Resolver *Ejercicio* **4.1**

(15 min)

Solución

a) $a = \frac{8}{2} = 4, \ y = 4x$

b) y = - 80

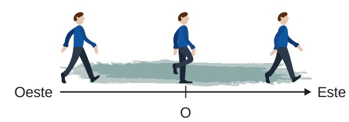
Lección 4: Aplicación de la proporcionalidad

Sección 1: Aplicación de la proporcionalidad directa

Ejemplo **4.1**

Una persona camina del Oeste hacia el Este a 80 m por minuto. Después de x minutos desde que pasó por el punto O, la persona está a y metros hacia el Este desde el punto O, así que y es directamente proporcional a x.

a) Encuentre la constante de proporcionalidad a y exprese el valor de y en términos de x.
b) Después de 4 minutos, ¿dónde estará la persona con respecto al punto O?
c) 3 minutos antes de pasar por el punto O, ¿dónde estuvo la misma persona?



2 minutos antes de pasar por el punto O, la persona estaba a 160 metros hacia el Oeste desde el punto O, es decir, $y = -160$ cuando $x = -2$.

Solución:

a) La proporcionalidad directa se expresa con la fórmula $y = ax$ y la constante de proporcionalidad a se encuentra sustituyendo los valores de x y y, luego resolviendo para a. Después de 1 minuto, la persona estará a 80 m desde el punto O. Es decir $y = 80$ cuando $x = 1$.

$$y = ax$$
$$80 = a \times 1$$
$$a = 80$$

Respuesta: $a = 80, \ y = 80x$

b) Después de 4 minutos, la persona estará a
$y = 80 \times 4 = 320$ m desde el punto O.

Respuesta: 320 m hacia el Este desde el punto O.

c) 3 minutos antes de pasar por el punto O, la misma persona estuvo $y = 80 \times (-3) = -240$ m desde el punto O.

Respuesta: 240 m hacia el Oeste desde el punto O.

Ejercicio **4.1** Las siguientes magnitudes son directamente proporcionales. Empleando la tabla con los valores que se muestran:

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	−12	−8	−4	0	4	8	12

a) Encuentre la constante de proporcionalidad a y exprese el valor de y en términos de x.
b) Cuando x tenga el valor de −20, ¿qué valor tendrá y?

136

Unidad 6 - Razón, proporcionalidad y porcentaje

Lección 4: (2/3) Aplicación de la proporcionalidad

Sección 1: Aplicación de la proporcionalidad directa

Objetivos: Resolver problemas aplicando la proporcionalidad directa.

Indicador de logro

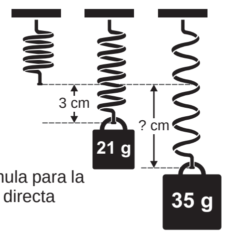
Un campesino se tarda 5 días en sembrar 2 manzanas de maíz. Si el número de días que tarda es directamente proporcional al número de manzanas sembradas ¿cuántos días se tardará en sembrar 6 manzanas de maíz?

Ejemplo 4.2

El largo de extensión y de un resorte y el peso x son directamente proporcionales. Un resorte se extiende 3 cm cuando se cuelga un objeto que pesa 21 g.

a) Encuentre la constante de proporcionalidad a.

b) ¿Cuántos cm se extiende el resorte si se cuelga un objeto que pesa 35 g?



Solución:

a) Se tiene que $y = ax$

Luego, cuando $x = 21$, $y = 3$

$3 = a(21)$

$a = \frac{3}{21}$

$a = \frac{1}{7}$

b) Utilizando la fórmula para la proporcionalidad directa

$y = \frac{1}{7}x$

cuando $x = 35$, se tiene que

$y = \frac{1}{7}(35)$

$y = 5$

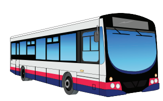
Respuesta: a) $a = \frac{1}{7}$ b) 5 cm

Ejercicio 4.2

Con los datos del Ejemplo 4.2, ¿cuánto pesaría el objeto si el resorte se extendiera 4 cm?

Ejemplo 4.3

En 2 horas un bus recorre 160 km. Si la velocidad es constante, ¿cuánto habrá recorrido el bus al cabo de 5 horas?



Solución:

Paso 1: Definir x y y

y es la distancia recorrida y es directamente proporcional al tiempo x, por lo que $y = ax$, donde a es la constante de proporcionalidad.

Paso 2: Encontrar la constante de proporcionalidad.

Cuando $x = 2$, $y = 160$

$160 = a(2)$

$a = \frac{160}{2}$

$a = 80$

Paso 3: Utilizar la fórmula para la proporcionalidad directa

$y = 80x$

cuando $x = 5$, se tiene que

$y = 80(5)$

$y = 400$

Respuesta: 400 km

Ejercicio 4.3 Resuelva los siguientes problemas:

a) Un campesino se tarda 5 días en sembrar 2 manzanas de maíz. Si el número de días que tarda es directamente proporcional al número de manzanas sembradas ¿cuántos días se tardará en sembrar 6 manzanas de maíz?

b) Se quiere preparar una cena para 16 personas, pero la receta dice 1 libra de carne para 4 personas. Si las libras de carne son directamente proporcional al número de personas ¿cuántas libras de carne se necesitarán para la nueva receta?

1. **Resolver problemas aplicando la proporcionalidad directa.** Ejemplo 4.2

   (15 min)

   * ¿Qué magnitud es directamente proporcional a quién?, ¿el peso x del objeto que se cuelga es directamente proporcional al largo de extensión y del resorte?, ¿o es al contrario?, ¿con qué fórmula se expresa la proporcionalidad directa entre x y y?, teniendo los valores de x y y, ¿cómo se encuentra el valor de la constante de proporcionalidad a?

   * Si se tiene la fórmula para la proporcionalidad directa $y = \frac{1}{7}x$, y el peso $x = 35$, ¿cómo se encuentra el valor de y?

2. **Resolver** Ejercicio 4.2

   (10 min)

   Solución

Peso x (g)	21	x
Largo de extensión y (cm)	3	4

$y = \frac{1}{7}x$

$x = 7y$

$x = 7(4)$

$x = 28$

Respuesta: 28 g

3. **Resolver problemas aplicando la proporcionalidad directa.** Ejemplo 4.3

   (8 min)

   * ¿Cuáles son las magnitudes que intervienen en este ejemplo?, ¿quién representa a x?, ¿quién representa a y?, definidos estos valores, ¿cómo se encuentra la constante de proporcionalidad a?

   * Si se tiene la fórmula para la proporcionalidad directa $y = 80x$, y el tiempo $x = 5$, ¿cómo se encuentra el valor de y?

4. **Resolver** Ejercicio 4.3

   (12 min)

   Solución

   a) 15 días

   b) 4 libras

Unidad 6: **Razón, proporcionalidad y porcentaje**

Lección 4: (3/3) Aplicación de la proporcionalidad

Sección 2: Aplicación de la proporcionalidad inversa

Objetivo: Resolver problemas aplicando la proporcionalidad inversa.

Indicador de logro

Si 3 hombres necesitan 24 días para hacer un trabajo, ¿cuántos días emplearán 18 hombres para realizar el mismo trabajo?

1. **Resolver problemas aplicando la proporcionalidad inversa.** *Ejemplo* **4.4**

   (20 min)

* Como es un caso de proporcionalidad inversa, primero se calculará la constante de proporcionalidad $a = xy$, y luego esta se empleará para encontrar el valor de y cuando $x = 60$ y el valor de x cuando $y = 6$.

* Subrayar que para encontrar la constante de proporcionalidad se puede utilizar cualquier pareja de datos incluida en la tabla.

2. **Resolver** *Ejercicio* **4.4**

   (25 min)

Solución

Sea a constante de proporcionalidad.

a) x: número de hombres que trabajan
   y: número de días que se necesitan para realizar el trabajo

y es inversamente proporcional a x.

Cuando $x = 3$, $y = 24$

$24 = \frac{a}{3}$

$a = 72$

Cuando $x = 18$, $y = \frac{72}{18} = 4$

Respuesta: 4 días

b) x: cantidad de agua que se echa por minuto
   y: tiempo que se necesita para llenar la cisterna

Cuando $x = 4$, $y = 15$

$15 = \frac{a}{4}$

$a = 60$

Cuando $x = 6$, $y = \frac{60}{6} = 10$

Respuesta: 10 minutos

Sección 2: Aplicación de la proporcionalidad inversa

Ejemplo **4.4**

En una excursión se viaja de Tegucigalpa a San Pedro Sula con una velocidad constante de 100 km por hora y se llega en 3 horas. Si se hace el mismo viaje a diferentes velocidades, los tiempos de llegada también son distintos. Tiempo y es inversamente proporcional a la velocidad x. Observe la siguiente tabla y responda:

Velocidad x (km/h)	100	75	60	
Tiempo y (horas)	3	4		6

a) Encuentre la constante de proporcionalidad a y exprese el valor de y en términos de x.
b) Si se viajó a 60 km / hora, ¿en cuántas horas se llegó?
c) Si se llegó en 6 horas, ¿a cuántos km por hora se viajó?

Solución:

a) La proporcionalidad inversa se expresa con la fórmula $y = \frac{a}{x}$, por lo que, sustituyendo los valores de x y y, luego resolviendo para a, se tiene que

cuando $x = 100$, $y = 3$

$3 = \frac{a}{100}$

$3 \times 100 = a$

$a = 3 \times 100$

$a = 300$ **Respuesta**: $a = 300$, $y = \frac{300}{x}$

Se puede utilizar cualquier pareja de datos incluidas en la tabla.

b) cuando $x = 60$ se tiene que

$y = \frac{300}{x}$

$y = \frac{300}{60}$

$y = 5$ **Respuesta**: 5 horas

c) cuando $y = 6$, se tiene que

$y = \frac{300}{x}$

$6 = \frac{300}{x}$

$6x = 300$

$x = 50$ **Respuesta**: 50 km/h

Ejercicio **4.4** Resuelva los siguientes problemas:

a) Si 3 hombres necesitan 24 días para hacer un trabajo, ¿cuántos días emplearán 18 hombres para realizar el mismo trabajo?

b) Una cisterna tarda en llenarse 15 minutos si se echan 4 ℓ de agua por minuto. Si se echan 6 ℓ de agua por minuto, ¿cuántos minutos tardará en llenarse la cisterna?

Ejercicio adicional

En una granja avícola habían 100 gallinas que se comían un costal de grano en 15 días.

Si ahora hay 300 gallinas, ¿en cuánto tiempo se comerán un costal de grano?

Solución

5 días

Unidad 6: **Razón, proporcionalidad y porcentaje**

Lección 5: (1/6) Porcentaje

Sección 1: Porcentaje o tanto por ciento

Objetivo: Escribir una razón como tanto por ciento.

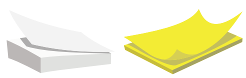
Lección 5: Porcentaje

Sección 1: Porcentaje o tanto por ciento

Ejemplo **5.1**

En una resma que tiene 200 hojas de papel, 50 son de color amarillo. Si se hacen grupos de 100 hojas de papel y se distribuye la misma cantidad de hojas de color amarillo en cada grupo, ¿cuántas hojas de color amarillo habrá por cada 100 hojas de papel?

Solución:
Al hacer grupos de 100 hojas, resultarán 2 grupos.
Luego, repartiendo las 50 hojas de color amarillo en esos 2 grupos, se tiene que $50 \div 2 = 25$
Así que, en cada grupo de 100 hojas, habrá 25 hojas de color amarillo.



Respuesta: 25 hojas

Se denomina **porcentaje** o **tanto por ciento**, al número de unidades que se toman de cada 100.
El porcentaje proviene del latín "per centum" que significa "por ciento" o "por cada 100".

Tanto → Unidades; por; ciento → 100

Unidades de cada 100

1 de cada 100, es decir, $\frac{1}{100}$ representa 1% usando el **símbolo del porcentaje (%)**, 1% se lee como "uno por ciento".

$\frac{1}{100} = 0.01$, entonces 0.01 representa 1% también.

En el *Ejemplo* **5.1**:
25 de cada 100 hojas de papel son amarillas, expresado como porcentaje sería
25 por ciento de hojas son amarillas y utilizando el símbolo "%" se expresa como
25 % de las hojas son amarillas.
Por lo tanto, $\frac{25}{100} = 25\%$

Las cosas u objetos usualmente no vienen en grupos de exactamente 100, así que deben hacerse operaciones para convertir porcentajes en fracciones o en decimales y viceversa.

139

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

Indicador de logro

Completa la siguiente tabla:

Fracción	Fracción equivalente con denominador 100	Decimal	Porcentaje
$\frac{1}{2}$			

1. Definir porcentaje o tanto por ciento. *Ejemplo* **5.1**

(20 min)

* El objetivo de este ejemplo, es definir al porcentaje o tanto por ciento como el número de unidades que se toman de cada 100. Se omite la definición de porcentaje como "la razón de un número a 100".

* Si se tienen 200 hojas de papel, ¿cuántos grupos de 100 hojas se pueden formar?, si hay 50 hojas de color amarillo y se pueden formar 2 grupos, ¿cuántas hojas de color amarillo habrán en cada grupo?

* El porcentaje se denota utilizando el símbolo "%", que matemáticamente equivale al factor 0.01 y que se debe escribir después del número al que se refiere, dejando un espacio de separación. Por ejemplo, en el análisis del *Ejemplo* **5.1**, al decir que el 25% de las hojas son amarillas, se puede hacer el siguiente razonamiento:

* $25\% = 25 \times 0.01$, operando se tiene que, $25\% = 0.25$, por lo que, el 25% de las hojas son amarillas significa que $0.25 \times 100 = 25$, 25 de las 100 hojas son amarillas.

* Subrayar que para expresar un porcentaje, debe entenderse "de cada 100 unidades", así que si los grupos no son de 100 unidades debe buscarse la manera de convertirlos a tal número.

continúa en la siguiente página...

Indicador de logro

Completa la siguiente tabla:

Fracción	Fracción equivalente con denominador 100	Decimal	Porcentaje
$\frac{1}{2}$			

2. Escribir fracciones como porcentaje *Ejemplo* **5.2**

(5 min)

¿Qué debe hacerse para expresar una fracción como porcentaje?, ¿cómo convertir una fracción de tal manera que su denominador sea 100?, ¿cómo convertir una fracción en decimal?, ¿cómo escribir un decimal como porcentaje?

* Concluir que cualquier porcentaje se puede expresar en forma de fracción o número decimal y a su vez, cualquier número decimal o fracción se puede expresar en porcentaje.

3. Resolver *Ejercicio* **5.1**

(15 min)

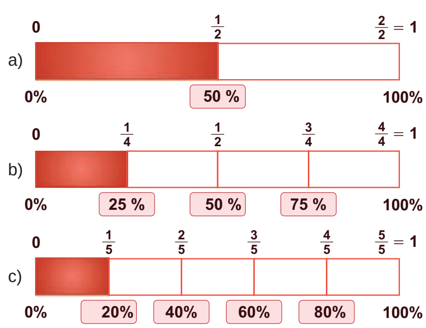
Solución

Fracción	Fracción equivalente con denominador 100	Decimal	Porcentaje
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \times \frac{50}{50} = \frac{50}{100}$	0.50	50%
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5} \times \frac{20}{20} = \frac{20}{100}$	0.20	20%
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10} \times \frac{10}{10} = \frac{10}{100}$	0.10	10%
$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20} \times \frac{5}{5} = \frac{5}{100}$	0.05	5%
$\frac{1}{50}$	$\frac{1}{50} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{100}$	0.02	2%

4. Resolver *Ejercicio* **5.2**

(5 min)

Solución



Unidad 6: Razón, proporcionalidad y porcentaje

Lección 5: (1/6) Porcentaje

Sección 1: Porcentaje o tanto por ciento

Objetivo: Escribir una razón como tanto por ciento.

Ejemplo **5.2**

Escriba la fracción con denominador 100, el decimal y el porcentaje que equivale a la fracción $\frac{1}{5}$.

Solución:

Fracción equivalente con denominador 100	Decimal	Porcentaje
$\frac{1}{5} \times \frac{20}{20} = \frac{20}{100}$	$\frac{20}{100} = 20 \div 100 = 0.20$	20%

Debe buscarse un número que multiplicado por 5, sea igual a 100.

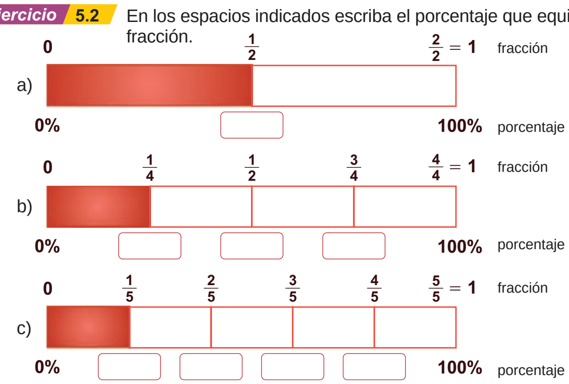
$5 \times \boxed{} = 100$

$5 \times \boxed{20} = 100$

Ejercicio **5.1** Complete la siguiente tabla.

Fracción	Fracción equivalente con denominador 100	Decimal	Porcentaje
$\frac{1}{2}$			
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5} \times \frac{20}{20} = \frac{20}{100}$	0.20	20%
$\frac{1}{10}$			
$\frac{1}{20}$			
$\frac{1}{50}$			

Ejercicio **5.2** En los espacios indicados escriba el porcentaje que equivale a cada fracción.



Unidad 6: **Razón, proporcionalidad y porcentaje**

Lección 5: (2/6) Porcentaje

Sección 2: Cálculo del tanto por ciento de un número

Objetivo: Resolver problemas calculando el tanto por ciento de un número.

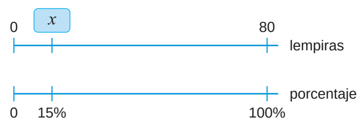
Sección 2: Cálculo del tanto por ciento de un número

Ejemplo 5.3

En Honduras debe pagarse el 15% del precio de un artículo en concepto de Impuesto sobre Venta. Si se compra un libro que cuesta 80 lempiras, ¿a cuántos lempiras equivale el Impuesto sobre Venta?

Solución:

Paso 1: Hacer el esquema de una proporción.



Paso 2: Plantear la proporción.
De las razones x : 15 y 80 : 100 se forma la proporción $x : 15 = 80 : 100$

Paso 3: Encontrar el valor de la incógnita.

$100x = 80 \times 15$

$x = \frac{80 \times 15}{100}$

$x = \frac{1200}{100}$

$x = 12$

Antes de multiplicar, es más práctico simplificar

$x = \frac{8\cancel{0} \times 15}{10\cancel{0}}$

$x = \frac{\overset{4}{\cancel{8}} \times 15}{\underset{5}{\cancel{10}}}$

$x = \frac{4 \times \overset{3}{\cancel{15}}}{\underset{1}{\cancel{5}}}$

$x = 4 \times 3$

$x = 12$

Respuesta: 12 lempiras

Ejercicio 5.3 Resuelva los siguientes problemas:

a) El 55% del peso de una persona adulta es agua. ¿Cuántos kg de agua tendrá una persona que pesa 60 kg?

b) El 60% de lo recaudado en la actividad de la venta de comida, será destinado a la compra de pintura. Si se recaudaron 2400 lempiras, ¿cuál es la cantidad de dinero destinado para la compra de pintura?

c) María ha leído el 25% de las páginas de un libro que tiene 120 páginas, ¿cuántas páginas ha leído?

Indicador de logro

El 55% del peso de una persona adulta es agua. ¿Cuántos kg de agua tendrá una persona que pesa 60 kg?

1. Calcular el tanto por ciento de un número.

Ejemplo 5.3

(20 min)

* Mencionar que en muchos países a las ventas se les grava un impuesto, en cada uno se utilizan distintos porcentajes y que por lo tanto, este tema es de gran utilidad en la vida cotidiana.

* ¿Qué datos nos presenta el problema?, ¿qué porcentaje representan los 80 lempiras?, ¿dónde puede colocarse el 15%?

* El esquema de una proporción que se presenta, sirve para colocar los términos en forma correcta y será utilizado para todos los problemas relacionados a porcentajes.

* Subrayar que si es posible, es mejor utilizar la técnica de simplificar antes de multiplicar.

2. Resolver Ejercicio 5.3

(25 min)

* Recalcar que para cada problema se debe hacer el esquema de la proporción correspondiente.

Solución

a) $x : 55 = 60 : 100$
Respuesta: 33 kg

b) $x : 60 = 2400 : 100$
Respuesta: 1440 lempiras

c) $x : 25 = 120 : 100$
Respuesta: 30 páginas

Indicador de logro

Calcule en forma directa a cuánto equivale el 25% de 60

1. **Introducción al cálculo en forma directa del tanto por ciento de un número.**
   (10 min)

* Recordar que en el Ejemplo 5.2 y Ejercicio 5.1 se convirtieron fracciones con denominador 100 a la forma decimal y a porcentajes.

* Recordando operaciones con fracciones, ¿de qué otra forma puede expresarse $\frac{80 \times 15}{100}$?, ¿cuál es la ventaja de expresarlo como $80 \times \frac{15}{100}$?, ¿qué porcentaje representa la fracción $\frac{15}{100}$?

* Copiar la conclusión del LE.

2. **Calcular en forma directa el tanto por ciento de un número.** Ejemplo 5.4
   (10 min)

* Distinguir que en el inciso b) se está utilizando un porcentaje menor que 1. También puede utilizar las formas $\square$ y $\bigcirc$ para resaltar la fórmula propuesta en la conclusión mostrada.

3. **Resolver** Ejercicio 5.4
   (25 min)

Solución

a) $60 \times \frac{25}{100} = 60 \times \frac{1}{4} = 15$

b) $120 \times \frac{50}{100} = 120 \times \frac{1}{2} = 60$

c) $100 \times \frac{0.1}{100} = 0.1$

d) $50 \times \frac{0.2}{100} = \frac{0.2}{2} = 0.1$

Unidad 6: **Razón, proporcionalidad y porcentaje**

Lección 5: (3/6) Porcentaje

Sección 2: Cálculo del tanto por ciento de un número

Objetivo: Resolver problemas calculando el tanto por ciento de un número.

En el Ejemplo 5.3 para encontrar el 15% de 80, debió resolverse $x = \frac{80 \times 15}{100}$.

Utilizando una forma más directa y sencilla para encontrar este valor, es mejor expresar x como $x = 80 \times \frac{15}{100}$, recordando que $\frac{15}{100}$ significa 15%, se puede generalizar que:

Para encontrar el tanto por ciento, $\square$% de un número $\bigcirc$ en forma directa, se multiplica el número por ese porcentaje escrito en forma fraccionaria.

$\square$ % de $\bigcirc$ es igual a $\bigcirc \times \frac{\square}{100}$

Ejemplo 5.4

Calcule:

a) 10% de 50

b) 0.5% de 20

Solución:

a) Usando la fórmula anterior, se puede decir directamente

$$50 \times \frac{10}{100} = 50 \times \frac{1}{10}$$
$$= 5$$

Respuesta: 5

b) $$20 \times \frac{0.5}{100} = \frac{20 \times 0.5}{100}$$
$$= \frac{10}{100}$$
$$= \frac{1}{10}$$
$$= 0.1$$

Respuesta: 0.1

Ejercicio 5.4 Calcule en forma directa:

a) 25% de 60 b) 50% de 120 c) 0.1% de 100 d) 0.2% de 50

Ejercicio adicional

Calcule en forma directa.

a) 20% de 80 b) 75% de 120

c) 0.1% de 200 d) 0.2% de 100

Solución

a) 16 b) 90 c) 0.2 d) 0.2

Unidad 6: **Razón, proporcionalidad y porcentaje**

Lección 5: (4/6) Tanto por ciento

Sección 3: Porcentaje de una cantidad respecto de otra

Objetivo: Resolver problemas calculando el porcentaje que representa un número de otro.

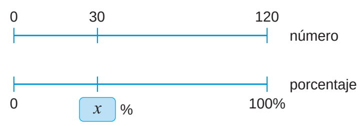
Sección 3: Porcentaje de una cantidad respecto de otra

Ejemplo 5.5

¿Qué porcentaje es 30 de 120?

Solución:

Paso 1: Hacer el esquema de una proporción.



Paso 2: Plantear la proporción.

De las razones $30 : x$ y $120 : 100$ se forma la proporción $30 : x = 120 : 100$

Se suprime el símbolo del %

Paso 3: Encontrar el valor de la incógnita.

$30 \times 100 = 120x$

$x = \frac{30 \times 100}{120}$

$x = 25$

$$x = \frac{30 \times 10\cancel{0}}{12\cancel{0}} = \frac{\cancel{30} \times 10}{\cancel{12}_2}{}^{5} = \frac{5 \times \cancel{10}^{5}}{\cancel{2}_{1}} = 5 \times 5 = 25$$

Respuesta: 25%

Otra forma de calcular qué porcentaje es 30 de 120:

Paso 1: Simplificar $\frac{30}{120} = \frac{1}{4}$

Paso 2: Multiplicar $\frac{1}{4} \times 100\% = 25\%$

Para encontrar el porcentaje que representa □ de ○

se multiplica $\frac{\square}{\bigcirc} \times 100\%$

Ejercicio 5.5 Resuelva los siguientes problemas:

a) ¿8 es qué porcentaje de 16?

b) ¿Qué porcentaje es 12 de 12?

c) ¿Qué porcentaje representa 2 de 5?

Ejercicio adicional

Resuelva los siguientes problemas.

a) ¿3 es qué porcentaje de 4?

b) ¿Qué porcentaje es 25 de 125?

c) ¿Qué porcentaje representa 1 de 8?

Solución

a) 75% b) 20% c) 12.5%

Indicador de logro

Resuelve: ¿8 es qué porcentaje de 16?

1. **Calcular el porcentaje que representa un número de otro utilizando el esquema de una proporción.**

Ejemplo 5.5

(20 min)

¿Qué datos nos muestra el problema?, ¿qué porcentaje representa el número 120?, ¿dónde debe colocarse el número 30?, ¿qué representa la incógnita x?, ¿qué hacer con el símbolo "%" del porcentaje?

* Distinguir la posición de la incógnita x vista en el **Ejemplo 5.3** y la ahora planteada.
* Subrayar que si es posible, es mejor utilizar la técnica de simplificar antes de multiplicar.
* Para la segunda forma de cómo resolver este problema, primero se encuentra la razón que representa 30 de 120 y luego esta razón se aplica al 100%.
* Concluir con el resumen donde se muestra cómo calcular el porcentaje que representa □ de ○.

2. **Resolver** **Ejercicio 5.5**

(25 min)

* Recalcar que para cada problema se debe hacer el esquema de la proporción correspondiente.

Solución

a) 50%

b) 100%

c) 40%

Unidad 6: **Razón, proporcionalidad y porcentaje**

Lección 5: (5/6) Porcentaje

Sección 3: Porcentaje de una cantidad respecto de otra

Objetivo: Resolver problemas calculando el porcentaje que representa un número de otro.

Indicador de logro

De 40 estudiantes de la sección B, 22 son varones. ¿Qué porcentaje de alumnos son mujeres?

1. Calcular el porcentaje que representa un número de otro utilizando el esquema de una proporción.

Ejemplo 5.6

(10 min)

¿Cuál es el valor de la razón de respuestas correctas al total de respuestas?, ¿cuál es el valor de la razón de respuestas incorrectas al total de respuestas?

* Calcular el valor de la razón del dato que se está pidiendo (respuestas correctas al total de respuestas) y luego aplicar esta razón al 100%.

* Puede contrastar el porcentaje de respuestas correctas e incorrectas y resaltar que la suma de ambos debe ser igual al 100%.

2. Resolver Ejercicio 5.6

(15 min)

Solución

a) 45%

b) 20%

c) 10%

3. Calcular el porcentaje que representa un número de otro utilizando porcentajes mayores que 100.

Ejemplo 5.7

(10 min)

* ¿Qué datos nos muestra el problema?, ¿qué porcentaje representa el número 6?, ¿dónde debe colocarse el 150%?, ¿qué representa la incógnita x?, ¿qué hacer con el símbolo "%" del porcentaje?, ¿es lógico que 4 sea el número que representa al 100%?, ¿por qué?, ¿cómo podría comprobarse que la respuesta es correcta?

Cuando se resuelven problemas para hallar el porcentaje que representa una cantidad respecto de otra, debe analizarse cuidadosamente la pregunta que hace el problema.

Ejemplo 5.6

De 10 respuestas, 3 están incorrectas. ¿Qué porcentaje de las respuestas están correctas?

Solución:

Paso 1: Encontrar cuántas respuestas correctas hay del total de respuestas en forma fraccionaria.

$$\frac{\text{Respuestas correctas}}{\text{Total de respuestas}} = \frac{7}{10}$$

Respuestas incorrectas: 3
Respuestas correctas: 7

Paso 2: Multiplicar por 100%

$$\frac{7}{10} \times 100\% = 70\%$$

Respuesta: 70%

Ejercicio 5.6 Resuelva los siguientes problemas.

a) De 40 estudiantes de la sección B, 22 son varones. ¿Qué porcentaje de alumnos son mujeres?

b) Se han pintado 24 m^2 de un muro que tiene 30 m^2. ¿Qué porcentaje del muro no se ha pintado?

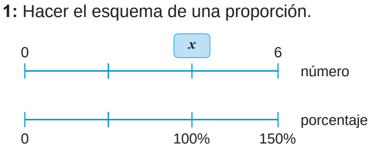
c) De 80 frutas, 72 están maduras. ¿Cuál es el porcentaje de frutas verdes?

Ejemplo 5.7

Calcule el número cuyo 150% es 6

Solución:

Paso 1: Hacer el esquema de una proporción.



Paso 2: Plantear la proporción.
De las razones x : 100 y 6 : 150 se forma la proporción x : 100 = 6 : 150

Paso 3: Encontrar el valor de la incógnita.

$$150x = 100 \times 6$$

$$x = \frac{100 \times 6}{150}$$

$$x = 4$$

$$x = \frac{6 \times 10\cancel{0}}{15\cancel{0}} = \frac{6 \times \cancel{10}^{2}}{\cancel{15}_{3}} = \frac{\cancel{6}^{2} \times 2}{\cancel{3}_{1}} = 2 \times 2 = 4$$

Respuesta: 4

Ejercicio 5.7 Resuelva los siguientes problemas:

a) Calcule el número cuyo 200% es 8.

b) ¿De qué cantidad es 9 el 150%?

c) Calcule el número cuyo 120% es 18.

144

Unidad 6 - Razón, proporcionalidad y porcentaje

4. Resolver Ejercicio 5.7

(10 min)

Solución

a) 4

b) 6

c) 15

Unidad 6: **Razón, proporcionalidad y porcentaje**

Lección 5: (6/6) Porcentaje

Sección 3: Cálculo del total dando un número y su porcentaje

Objetivo: Resolver problemas calculando el total dado un porcentaje del total.

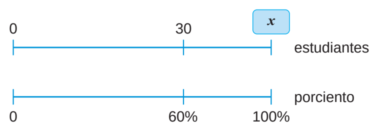
Sección 4: Cálculo del total dando un número y su porcentaje

Ejemplo 5.8

El 60% de un curso son varones. Si hay 30 varones, ¿cuántos estudiantes tiene el curso?

Solución:

Paso 1: Hacer el esquema de una proporción.



Paso 2: Plantear la proporción.
De las razones 30 : 60 y x : 100 se forma la proporción 30 : 60 $=$ x : 100

Se suprime el símbolo del %

Paso 3: Encontrar el valor de la incógnita.

$30 \times 100 = 60x$

$x = \frac{30 \times 100}{60}$

$x = 50$

$x = \frac{30 \times 10\cancel{0}}{6\cancel{0}}$

$= \frac{\overset{5}{\cancel{30}} \times 10}{\underset{1}{\cancel{6}}}$

$= 5 \times 10$

$= 50$

Respuesta: 50 estudiantes

Ejercicio 5.8 Resuelva los siguientes problemas:

a) Un señor ahorra 200 lempiras que representan el 10% de su salario semanal. ¿De cuánto es el salario semanal de este señor?

b) El 2% representa a 10 semillas de café que no germinaron, ¿cuántas semillas se sembraron?

c) El 80% de lo recaudado en una actividad que está destinada a la compra de pintura asciende a 1920 lempiras. ¿Cuánto es la cantidad de dinero recaudado?

Indicador de logro

El 2% representa a 10 semillas de café que no germinaron, ¿cuántas semillas se sembraron?

1. Calcular el total dado un porcentaje de éste.

Ejemplo 5.8

(15 min)

¿Qué datos se tienen y qué es lo que se quiere calcular?, ¿qué porcentaje representan los 30 varones?, ¿qué porcentaje representa lo que se quiere calcular?, ¿debería ser el total siempre el 100%?

* Observar que el esquema es el mismo que se ha venido utilizando, lo que cambia es la posición de la incógnita, por lo que lo más importante para resolver este y otros problemas similares, es saber colocar los términos de la proporción empleando los datos que presenta el problema.

2. Resolver **Ejercicio 5.8**

(30 min)

* Recuerde que para cada problema se debe hacer el esquema de la proporción correspondiente.

Solución

a) 2000 lempiras

b) 500 semillas

c) 2400 lempiras

Unidad 6: **Razón, proporcionalidad y porcentaje**

(1/2) Ejercicios de la unidad

Objetivo: Confirmar lo aprendido sobre razón, proporcionalidad y porcentaje.

Ejercicios

1. Encuentre el valor de las siguientes razones:

   a) 3 : 4 b) 6 : 18 c) 21 : 28 d) 50 : 25

2. Encuentre la razón simplificada de:

   a) 3 : 9 b) 12 : 15 c) 18 : 42 d) 12 : 72

3. Encuentre la razón simplificada de modo que sus términos sean números naturales.

   a) 1.2 : 1.1 b) 0.3 : 1 c) $\frac{5}{3} : \frac{7}{3}$ d) $\frac{11}{5} : \frac{6}{5}$

4. Una crayola rosada se hace con 12 ml de cera roja por cada 6 ml de cera blanca. ¿Cuál de las siguientes mezclas crean el mismo tono de color rosado?

   a) 24 ml de cera roja mezclados con 10 ml de cera blanca.
   b) 18 ml de cera roja mezclados con 12 ml de cera blanca.
   c) 10 ml de cera roja mezclados con 5 ml de cera blanca.
   d) 6 ml de cera roja mezclados con 4 ml de cera blanca.

5. Aplique la propiedad fundamental de las proporciones para encontrar el valor de x.

   a) $x : 5 = 4 : 10$ b) $10 : 1 = x : 0.9$ c) $1.2 : x = 4 : 2$ d) $15 : 20 = 3 : x$

6. Resuelva los siguientes problemas:

   a) La razón de la edad de Pedro a la de su papá es 2 : 9 . Si Pedro tiene 8 años, ¿cuántos años tiene el papá?
   b) En un salón de clases la razón de niñas a varones es 4 : 3, calcule el número de niñas si hay 15 varones.

7. Encuentre el valor de la constante de proporcionalidad a, si x y y son directamente proporcionales, y $y = 21$ cuando $x = 3$.

8. Si x y y son inversamente proporcionales y $y = 8$ cuando $x = 4$, encuentre el valor de la constante de proporcionalidad a.

1 Encontrar el valor de una razón.

Solución

a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{3}{4}$ d) 2

2 Encontrar la razón simplificada.

Solución

a) 1 : 3 b) 4 : 5
c) 3 : 7 d) 1 : 6

3 Encontrar la razón simplificada de modo que sus términos sean números naturales.

Solución

a) 12 : 11 b) 3 : 10
c) 5 : 7 d) 11 : 6

4 Aplicar la definición de proporción.

Solución

c) 10 ml de cera roja mezclados con 5 ml de cera blanca

5 Aplicar la propiedad fundamental de las proporciones.

Solución

a) $x = 2$ b) $x = 9$
c) $x = 0.6$ d) $x = 4$

6 Resuelve problemas aplicando proporciones.

Solución

a) 36 años
b) 20 niñas

7 Encontrar el valor de la constante de proporcionalidad.

Solución

$a = 7$

8 Encontrar el valor de la constante de proporcionalidad.

Solución

$a = 32$

Unidad 6: **Razón, proporcionalidad y porcentaje**

(2/2) Ejercicios de la unidad

Objetivo: Confirmar lo aprendido sobre razón, proporcionalidad y porcentaje.

9 Resuelva los siguientes problemas aplicando las fórmulas de proporcionalidad directa o inversa.

a) Para pintar una pared de 30 m^2 se necesitan 5 galones de pintura. ¿Cuántos galones de pintura se necesitarán para pintar 42 m^2?

b) Para descargar un furgón cargado de café en 4 horas se necesitan 6 personas. Si el gerente del beneficio contrata 2 empleados más, ¿cuánto tiempo se tardarán en descargar el furgón?

10 Escriba los siguientes números como porcentajes:

a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{3}{2}$ c) 0.01 d) 0.1

11 Escriba cada porcentaje como una fracción (simplifíquela si es posible):

a) 0.5% b) 5% c) 80% d) 125%

12 Escriba cada porcentaje como un número decimal:

a) 1% b) 10% c) 75% d) 150%

13 Resuelva los siguientes problemas:

a) Las personas usualmente dejan como propina el 10% de la factura cuando van a restaurantes. ¿Cuánto debe dejarse como propina si se paga una factura de 250 lempiras?

b) ¿Qué porcentaje representa 8 de 4?

c) ¿De qué cantidad es 8 el 25%?

d) María recibe el 20% del dinero de las ventas que realiza. ¿Cuánto tendrá que vender para ganar 200 lempiras?

147

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

13 Resolver problemas aplicando porcentajes.

Solución

a) 25 lempiras

b) 200%

c) 32

d) 1000 lempiras

9 Resolver problemas aplicando la proporcionalidad directa o inversa.

Solución

Sea a constante de proporcionalidad.

a) x: cantidad de pintura en galones

y: área que se puede pintar en m^2

y es directamente proporcional a x.

Cuando $x = 5$, $y = 30$

$30 = 5a$

$a = 6$

Cuando $y = 42$, $42 = 6x$

$x = 7$

Respuesta: 7 galones

b) x: número de personas que descargan el furgón

y: tiempo que se necesita para descargar el furgón

y es inversamente proporcional a x

Cuando $x = 6$, $y = 4$

$4 = \frac{a}{6}$

$a = 24$

Cuando $x = 8$, $y = \frac{24}{8} = 3$

Respuesta: 3 horas

10 Escribir fracciones o decimales como porcentajes.

Solución

a) 20% b) 150%

c) 1% d) 10%

11 Escribir porcentajes como fracciones.

Solución

a) $\frac{1}{200}$ b) $\frac{1}{20}$

c) $\frac{4}{5}$ d) $\frac{5}{4}$

12 Escribir porcentajes como números decimales.

Solución

a) 0.01 b) 0.1

c) 0.75 d) 1.5

Distancias reales en los mapas

Vamos a ver el mapa de Honduras. ¿Se puede conocer la distancia real entre dos lugares? Un mapa, generalmente tiene una "Escala". Observe el siguiente mapa.

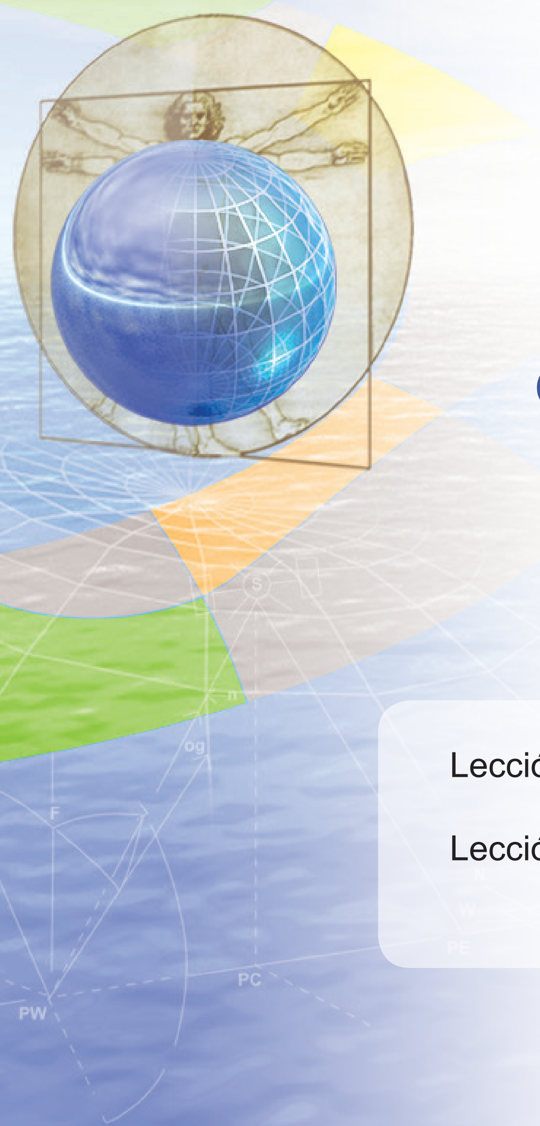
La escala del mapa representa la razón entre la distancia en el mapa y la distancia real. Si la escala es 1 : 5,000,000, significa que si la distancia es 1 cm en este mapa, en la realidad esa distancia es 5,000,000 cm, es decir 50 km.

Recuerde que:
1 m = 100 cm
1 km = 1,000 m
Entonces 1 km = 1,000 m = 100,000 cm.
Por lo tanto, 5,000,000 cm = 50,000 m = 50 km

Vamos a medir la distancia real entre Tegucigalpa y Gracias. En este mapa es de 3 cm. Sea x la distancia real entre Tegucigalpa y Gracias, utilizando conocimientos de la proporcionalidad, se tiene que:

$$1 : 5{,}000{,}000 = 3 : x$$
$$1 \times x = 5{,}000{,}000 \times 3$$
$$x = 15{,}000{,}000$$

Por lo tanto, la distancia real entre Tegucigalpa y Gracias es 15,000,000 cm, es decir, 150 km.
¡De esta manera, se puede conocer cualquier distancia real entre dos lugares a través de un mapa!



Unidad 7
Gráficas de faja y circulares

Unidad 7

Gráficas de faja y circulares

(10 horas)

1 Expectativas de logro

- Construyen gráficas de faja y circulares con información de acontecimientos sencillos de su entorno utilizando la computadora u otro tipo de material.
- Describen y analizan información estadística en gráficas circulares y de faja.

2 Relación y desarrollo

Séptimo grado

Gráficas de faja y circulares
- Gráficas de faja
- Construcción de gráficas de faja con porcentaje
- Gráficas circulares
- Relación de porcentaje y ángulo central de gráficas circulares
- Análisis de tabla conociendo el porcentaje

Octavo grado

Manera de contar
- Principio de la suma
- Principio del producto

Probabilidad
- Relación entre razón y probabilidad
- Fórmula de la probabilidad
- Propiedades de la probabilidad
- Construcción de tablas y diagramas de árbol
- Relación entre la probabilidad de ocurrir y de no ocurrir un evento
- Probabilidad donde los eventos AB y BA son los mismos
- Aplicación de la probabilidad

Noveno grado

Organización y presentación de datos
- Tabla de frecuencia
- Histograma
- Polígono de frecuencia
- Frecuencia relativa
- Moda
- Media
- Mediana

3 Plan de estudio (10 horas)

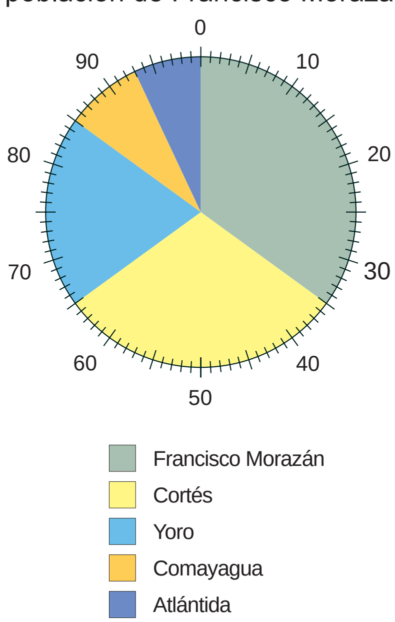
Lección	Distribución de horas	Contenidos
1. Gráficas de faja (4 horas)	1/4	• Gráficas de faja
	2~4/4	• Construcción de gráficas de faja con porcentaje
2. Gráficas circulares (5 horas)	1/5	• Gráficas circulares.
	2~3/5	• Relación de porcentaje y ángulo central de gráficas circulares
	4~5/5	• Análisis de tabla conociendo el porcentaje
Ejercicios (1 horas)	1/1	

4 Puntos de lección

Análisis de las pruebas diagnósticas 2016 - 2017

[Pregunta]

El siguiente gráfico muestra el porcentaje de la población de algunos departamentos de Honduras. ¿Cuál es el porcentaje de la población de Francisco Morazán?



Institutos: 39% CEB: 25% (2017)

Aunque la mayoría de los centros educativos no ha llegado hasta esta unidad, los resultados no son tan bajos comparado con otras preguntas.

Esto significa que esta pregunta no es difícil y los estudiantes pueden resolver intuitivamente por otro lado encontrar el "dato" a partir del porcentaje correspondiente, no es fácil porque se necesita conocimiento de la unidad 6 (Razón, proporcionalidad y porcentaje) de 7mo grado. Sin embargo, comprender la gráfica, como la pregunta anterior, no es difícil.

Es posible mejorar el rendimiento académico si se enseñan los conocimientos básicos.

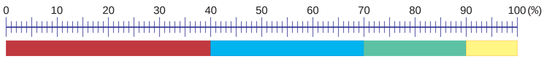
Lección 1: Gráficas de faja

Para expresar la razón de cada parte de los datos al total se utilizan las gráficas de faja y las gráficas circulares.

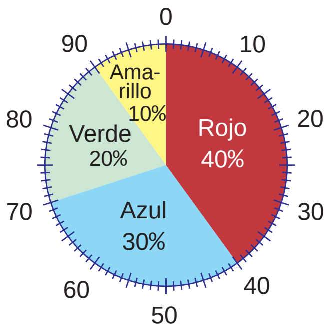
En el siguiente ejemplo se muestra la gráfica de faja y la gráfica circular que corresponden a los datos de la tabla.

Color	Estudiantes	Porcentaje (%)
Rojo	20	40
Azul	15	30
Verde	10	20
Amarillo	5	10
Total	50	100

Gráfica de faja



Gráfica circular



En el caso de las gráficas de faja y circulares, la mayoría de los casos los porcentajes se representan de mayor a menor, si la categoría es "otros" este porcentaje se deja siempre al final de la gráfica no importando el valor que tiene su porcentaje.

Si se tiene algún orden dentro de los datos a representarse por ejemplo: insatisfactorio, debe mejorar, satisfactorio, y avanzado, este orden se respeta, y las gráficas de faja y circulares se representan con ese mismo orden.

Con la gráfica de faja o la gráfica circular se ve fácilmente la relación de cada parte con el total y la de los datos entre sí.

Lección 2: Gráficas circulares

En el caso de la gráfica circular la relación de porcentaje y el ángulo central, la razón de la medida del área de cada categoría al total del área del círculo corresponde a la razón de cada dato al total.

En el círculo, 360° corresponde el 100%, 180° corresponde el 50%, 90° corresponde el 25%, 36° corresponde el 10%, entonces 3.6° corresponde el 1%.

De esto se deduce la siguiente proporción:

$\underbrace{x : 1\%}_{\text{Dato}} = \underbrace{360° : 100\%}_{\text{Total}}$ se puede encontrar $x = 3.6°$

Para encontrar la cantidad de grados en cada categoría, se multiplica su porcentaje por 3.6 (grados).

También se puede utilizar la medida del ángulo central del dato:

$$360° \times \frac{\text{Dato}}{\text{Total}}$$

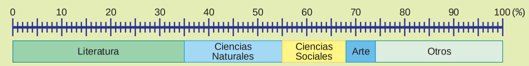
Si se quiere conocer el dato de cada categoría conociendo el porcentaje puede utilizar la fórmula:

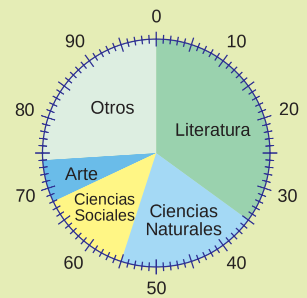
$$\text{Dato} = \text{Total} \times \frac{\text{Porcentaje}}{100\%}$$

como en el Ejemplo 2.4.

Tema: Gráficas circulares 1

Compare las siguientes gráficas.

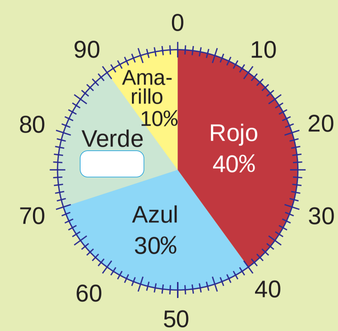




A este tipo de gráfica se le llama **gráfica circular**.

Ejemplo **2.1** 2 Pág. 154 3

Encuentre el porcentaje del color verde mostrado en el siguiente gráfico.



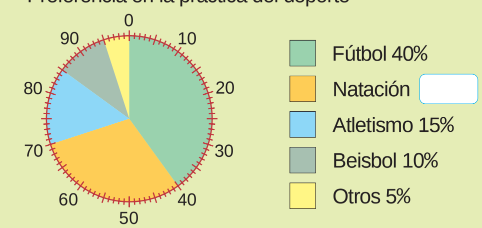
Solución 4

Después de la segunda categoría que termina en 70%, ¿cuántas rayitas hay, hasta llegar al final de la tercera categoría que termina en 90%?
Esto representa el 20% de los estudiantes que prefieren el color verde.

6 La gráfica circular es un recurso estadístico fácil de interpretar que se utiliza para representar porcentajes y proporciones.

Ejercicio **2.1** 2 Pág. 154 3

Complete el porcentaje que falta en la gráfica.



Solución 4

Contemos las rayitas que hay iniciando de 40% y terminando en 70%.

Respuesta: 20% 4 ✓

1 Al inicio de la clase escribir solo la palabra "**Tema**" y hasta el final de la clase (o en el desarrollo de la misma) escribir el contenido del tema.

2 Escribir el número del *Ejemplo* o *Ejercicio*.

3 Escribir el número de **Pág.** del LE para entender dónde se quedaron con respecto al tiempo.

4 Escribir la **Solución** y **Respuesta**.

5 En el problema planteado marcar los datos importantes para poder llegar a la respuesta.

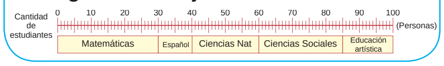
6 Escribir la conclusión en un rectángulo de color rojo.

✓ Marcar en el *Ejercicio* cuando la solución o la respuesta sean correctas.

Nota: Los puntos aquí explicados no siempre aplican todos en un plan de pizarra.

Indicador de logro

Según la gráfica indique cuantos estudiantes prefieren las asignaturas de Matemáticas, Español, Ciencias Naturales, Ciencias Sociales y Educación Artística según se muestra en la gráfica de faja



1. Introducir las gráficas de faja.

(15 min)

* Presentar los datos en una tabla y observar los resultados obtenidos.

¿Cuál es el color que más les gusta a los estudiantes?

¿Cuál es el color que menos les gusta a los estudiantes?

* Indicar que estos resultados se pueden expresar en una recta.

* Observar el rectángulo que esta bajo la recta e interpretar los datos.

2. Extraer la información de una gráfica de faja. Ejemplo 1.1

(15 min)

* Observe la gráfica y diga, ¿cuál es la cantidad de estudiantes que hay en la carrera de Informática?

¿Qué carrera tiene más estudiantes?

¿Qué carrera tiene menos estudiantes?

* Elaborar una tabla y extraer los datos observando la gráfica.

* Concluir que a la gráfica allí presentada se le llama gráfica de faja y que con la gráfica de faja se observa fácilmente la proporción de cada parte.

3. Resolver Ejercicio 1.1

(15 min)

Solución

* Matemáticas 30, Español 10, Ciencias Naturales 20, Ciencias Sociales 25, Educación Artística 15.

Unidad 7: Gráficas de faja y circulares

Lección 1: (1/4) Gráficas de faja

Sección 1: Gráficas de faja

Objetivo: Conocer las gráficas de faja.

Unidad 7 Gráficas de faja y circulares

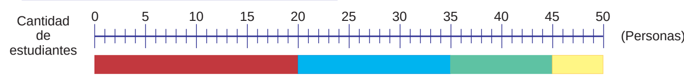
Lección 1: Gráficas de faja

Sección 1: Gráficas de faja

Vamos a investigar sobre el color favorito de los estudiantes.
Consultamos a 50 estudiantes del centro educativo, ¿cuál es el color que más les gusta, rojo, azul, verde o amarillo? y los resultados son los siguientes:

Color	Rojo	Azul	Verde	Amarillo
Estudiantes	20	15	10	5

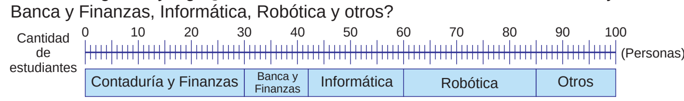
Representados en una recta



La gráfica muestra la cantidad de estudiantes según su color favorito en el centro educativo.

Ejemplo 1.1

Observe la gráfica y diga ¿cuál es la cantidad de estudiantes de Contaduría y Finanzas, Banca y Finanzas, Informática, Robótica y otros?

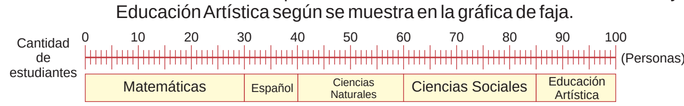


Solución:

Contaduría y Finanzas	30	→ Se obtiene contando a partir de cero
Banca y Finanzas	12	→ Se obtiene contando a partir de 30 y se llega hasta 42
Informática	18	→ Se obtiene contando desde 42 y se llega a 60
Robótica	25	→ Se obtiene a partir de 60 y se llega a 85
Otros	15	→ Se obtiene a partir de 85 y se llega a100

A la gráfica anterior se le llama gráfica de faja. Con la gráfica de faja se observa fácilmente la proporción de cada parte.

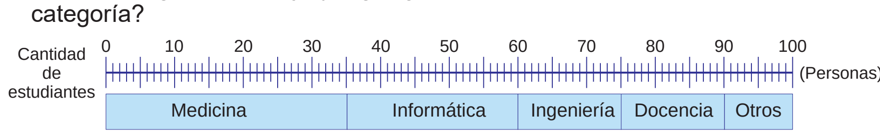
Ejercicio 1.1 Según la gráfica indique cuántos estudiantes prefieren las asignaturas de Matemáticas, Español, Ciencias Naturales, Ciencias Sociales y Educación Artística según se muestra en la gráfica de faja.



150 *Unidad 7 - Gráficas de faja y circulares*

Ejercicio adicional

Observe la gráfica de faja y diga, ¿cuál es la cantidad de estudiantes de cada categoría?



Solución Medicina 35 personas, Informática 25 personas, Ingeniería 15 personas Docencia 15 personas y Otros 10 personas.

Unidad 7: **Gráficas de faja y circulares**

Lección 1: (2/4) Gráficas de faja

Sección 2: Construcción de gráficas de faja con porcentaje

Objetivo: Encontrar el porcentaje de un dato respecto al total.

Indicador de logro

Calculan el porcentaje de cada una de las categorías completando la tabla

Película preferida	Aventura	Ficción	Comedia	Comics	Total
Personas	18	12	11	9	50
Porcentaje (%)					

Sección 2: Construcción de gráfica de faja con porcentaje

Recuerde que para encontrar el porcentaje que representa el dato del total es:

$$\frac{\text{Dato}}{\text{Total}} \times 100\ (\%)$$

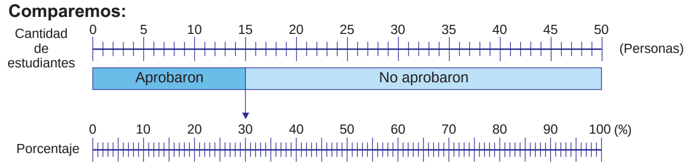
Ejemplo 1.2

En una sección de 50 estudiantes, 15 aprobaron la asignatura de matemática.
¿Qué porcentaje de estudiantes aprobaron la asignatura de matemática?

Solución:
Aprobaron matemática $\frac{15}{50} \times 100 = 30\ (\%)$

Respuesta: 30 % aprobó matemática

Comparemos:



En este caso 15 estudiantes corresponden al 30% que aprobaron y 35 estudiantes corresponden al 70% que no aprobaron.

Ejemplo 1.3

Se entrevistaron un total de 50 estudiantes sobre su color favorito.
¿Cuál es el porcentaje de cada color?

Color	Estudiantes	Porcentaje (%)
Rojo	20	
Azul	15	
Verde	10	
Amarillo	5	
Total	50	

Solución:
El total de estudiantes entrevistados es 50. Cantidad de estudiantes con preferencia al color rojo es 20, entonces el porcentaje del color rojo es:

$$\frac{\text{Dato}}{\text{Total}} \times 100 = \frac{20}{50} \times 100 = 40\ (\%)$$

De igual manera:

Color azul: $\frac{15}{50} \times 100 = 30\ (\%)$

Color verde: $\frac{10}{50} \times 100 = 20\ (\%)$

Color amarillo: $\frac{5}{50} \times 100 = 10\ (\%)$

Respuesta:

Color	Estudiantes	Porcentaje (%)
Rojo	20	40
Azul	15	30
Verde	10	20
Amarillo	5	10
Total	50	100

Ejercicio 1.2 Complete la tabla.

Película preferida	Aventura	Ficción	Comedia	Caricatura	Total
Personas	18	12	11	9	50
Porcentaje (%)					

1. Encontrar el porcentaje de un dato. Ejemplo 1.2

(15 min)

¿Cómo podemos calcular el porcentaje de los estudiantes que aprobaron la asignatura de Matemática?

* Utilizar la fórmula de porcentaje para encontrar la respuesta.

* Comparar las dos gráficas.

* Indicar que 15 estudiantes corresponden al 30% que aprobaron la asignatura de Matemática y 35 estudiantes que es el 70% no aprobaron la asignatura Matemática.

2. Encontrar el porcentaje de varias categorías. Ejemplo 1.3

(20 min)

* Pedir a los estudiantes encontrar el porcentaje de cada categoría.

* Indicar que llenen la tabla en la columna de porcentaje.

* Indicar que las cantidades en cada categoría corresponden a sus respectivos porcentajes.

3. Resolver Ejercicio 1.2

(10 min)

Solución

Película preferida	Aventura	Ficción	Comedia	Comics	Total
Personas	18	12	11	9	50
Porcentaje (%)	36	24	22	18	100

Ejercicios adicionales

Si la cantidad de libros es 500, ¿cuál es el porcentaje de cada categoría que hay?

Categoría	Literatura	Ciencias N.	Ciencias S.	Otros	Total
Cantidad	175	100	65	160	500
Porcentaje (%)					

Solución
Literatura: 35 (%), Ciencias Naturales: 20 (%), Ciencias Sociales: 13 (%) y Otros 32 (%)

Indicador de logro

Se preguntó a 50 estudiantes de 7mo grado de Educación Básica sobre su equipo de preferencia de la Liga Nacional de Honduras. Represente las respuestas mediante una gráfica de faja.

Equipos	Olimpia	Motagua	Real España	Marathón	Total
Estudiantes	20	15	10	5	50
Porcentaje (%)	40	30	20	10	100

1. **Construir gráficas de faja con porcentaje.** *Ejemplo* **1.4**

   (20 min)

* Observar los datos obtenidos en el *Ejemplo* 1.3 .
* Identificar los porcentajes de cada color.
* Dibujar una recta con divisiones de 0 a 100.
* Dibujar cada rectángulo bajo la recta.
* Indicar que la primera categoría empieza en 0 y que la última en 100.
* Enfatizar sobre la categoría otros, ¿dónde se ubica en la gráfica?
* Concluir que la categoría otros se deja siempre al final de la gráfica no importa el valor que tiene su porcentaje.

2. **Resolver** *Ejercicio* **1.3**

   (15 min)

   Solución

   (Ver gráfica en la parte inferior)

* Los pasos desarrollados en la clase referente a la construcción de las gráficas de faja.

3. **Construir gráfica de faja con datos ordenados.**

   (15 min)

* Indicar que en algunos casos las categorías de las gráficas se colocan en determinada forma en función de los propósitos que se tengan como Muy satisfactorio, Satisfactorio, Poco satisfactorio, Insatisfecho.

Unidad 7: **Gráficas de faja y circulares**

Lección 1: (3/4) Gráficas de faja

Sección 2: Construcción de gráficas de faja con porcentaje

Objetivo: Construir gráficas de faja con porcentaje.

Ejemplo **1.4**

Ahora vamos a dibujar una gráfica de faja según los porcentajes obtenidos en el *Ejemplo* 1.3 .

En la gráfica de faja los porcentajes se representarán de mayor a menor.

Solución:

Dibujar una escala graduada de 0 a 100.

Luego, debajo de la escala un rectángulo en forma de faja y haga lo siguiente:

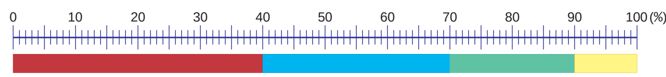
Inicie con la primera categoría que es color rojo inicia de cero y termina en 40 (%).

El color azul inicia en 40(%) y termina en 70 (%).

El color verde inicia en 70(%) y termina en 90 (%).

El color amarillo inicia en 90(%) y termina en 100 (%).

Esto solo es una forma para ubicar los porcentajes en la faja.



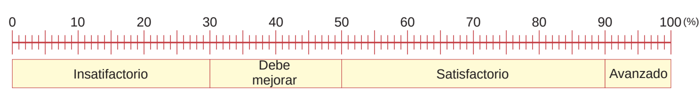
En la mayoría de los casos, los porcentajes se representan de mayor a menor, si la categoría es "otros" este porcentaje se deja siempre al final de la gráfica no importando el valor que tiene su porcentaje.

Ejercicio **1.3** Se preguntó a 50 estudiantes de 7mo grado de un Centro de Educación Básica sobre su equipo de preferencia de la Liga Nacional de Honduras. Represente las respuestas mediante una gráfica de faja.

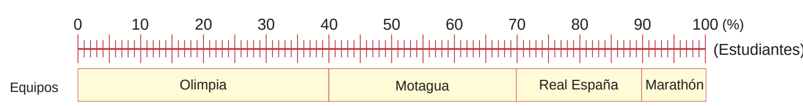
Equipo Nacional	Olimpia	Motagua	Real España	Marathón	Total
Estudiantes	16	10	8	6	40
Porcentaje (%)	40	25	20	15	100

Si tiene algún orden dentro de los datos (como los que se presentan en la tabla de desempeño) este orden se respeta, la gráfica de faja se representa con ese mismo orden.

Nivel	Insatifactorio	Debe mejorar	Satisfactorio	Avanzado	Total
Estudiantes	15	10	20	5	50
Porcentaje (%)	30	20	40	10	100



Solución *Ejercicio* **1.3**



Unidad 7: Gráficas de faja y circulares

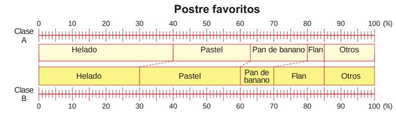
Lección 1: (4/4) Gráficas de faja

Sección 2: Construcción de gráficas de faja con porcentaje

Objetivo: Interpretar la información de dos gráficas de faja.

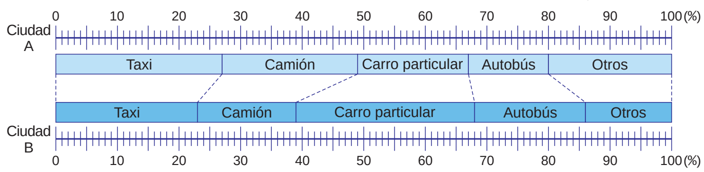
Indicador de logro

Interprete la información mostrada sobre los postres favoritos de los estudiantes de la sección A y B



Ejemplo **1.5**

Interprete la información mostrada de vehículos que se dirigen a dos ciudades A y B.



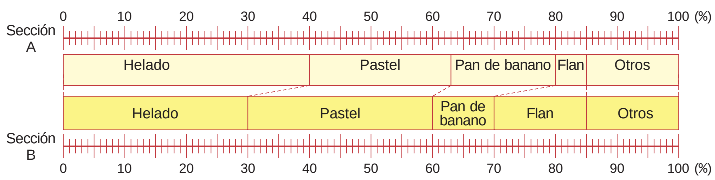
La gráfica que corresponde a la ciudad B se coloca debajo de la gráfica de la ciudad A para facilitar la comparación entre las mismas categorías.

a) ¿Cuál es el porcentaje del taxi en la ciudad A?
b) ¿Cuál es el porcentaje del taxi en la ciudad B?
c) De las dos ciudades A y B, ¿quién tiene mayor porcentaje de carro particular?
d) ¿Qué preferencia es mayor en la ciudad A?
e) De las dos ciudades A y B, ¿quién tiene menor porcentaje de autobuses?

Solución:

a) El porcentaje es 27%
b) El porcentaje es 23%
c) Es en la ciudad B, porque el porcentaje de carro particular en la ciudad B es 29% y en la ciudad A tiene solo 18%
d) La preferencia es taxi
e) El menor porcentaje de autobuses se da en la ciudad A y es 13%

Ejercicio **1.4** Interprete la información mostrada sobre los postres favoritos de los estudiantes de las secciones A y B.



a) ¿Qué porcentaje de estudiantes prefieren el helado en la sección A?
b) ¿Qué porcentaje de estudiantes prefieren el helado en la sección B?
c) ¿Cuál es el mayor porcentaje de estudiantes que prefieren flan entre las secciones A y B?
d) ¿Qué porcentaje es mayor en la sección A?
e) ¿Cuál es el menor porcentaje de estudiantes que prefieren pan de banano entre las secciones A y B?

153

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

1. Interpretar la información de las gráficas de faja.

Ejemplo **1.5**

(25 min)

* Abrir el LE y observar las gráficas.
* Indicar que en algunos casos las categorías de las gráficas se colocan de determinada forma en función de los propósitos que se tengan.
* En este caso, se tomó en cuenta el orden de taxi, camión, carro particular, autobús y otros para realizar la comparación.

¿En qué ciudad hay mayor porcentaje de taxis?

¿En qué ciudad hay menor porcentaje de autobuses?

2. Resolver *Ejercicio* **1.4**

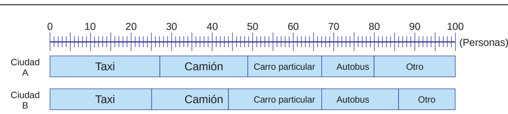
(20 min)

Solución

a) 40%
b) 30%
c) La sección B es 15%
d) Mayor preferencia es el helado
e) La sección B es 10%

Ejercicio adicional

Interprete la información mostrada del tipo de vehículo que pasa por las entradas de las ciudades A y B.



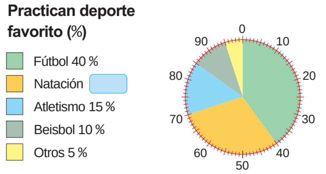
a) ¿Cuál es el porcentaje de taxi de la ciudad B?
b) ¿Cuál es el porcentaje de camión de la ciudad A?
c) ¿En qué ciudad hay mayor porcentaje de carro particular?
d) ¿Qué tipo de carro pasa más en la ciudad A?

Solución

a) 25%
b) 22%
c) Ciudad B: 23%
d) Taxi: 27%

Indicador de logro

Complete el porcentaje que falta en la gráfica

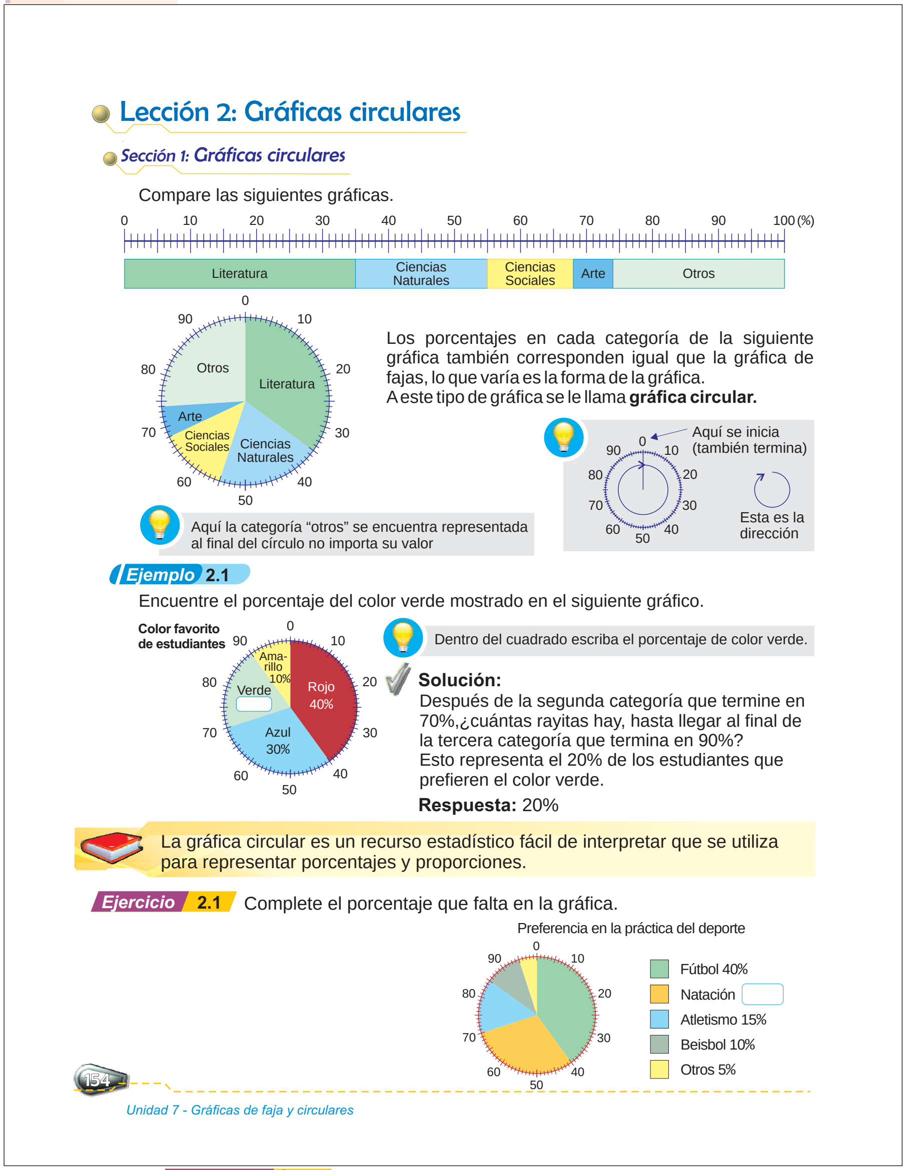


Unidad 7: Gráficas de faja y circulares

Lección 2: (1/5) Gráficas circulares

Sección 1: Gráficas circulares

Objetivo: Conocer las gráficas circulares.



Lección 2: Gráficas circulares

Sección 1: Gráficas circulares

Compare las siguientes gráficas.

Los porcentajes en cada categoría de la siguiente gráfica también corresponden igual que la gráfica de fajas, lo que varía es la forma de la gráfica.
A este tipo de gráfica se le llama **gráfica circular.**

Aquí se inicia (también termina)

Esta es la dirección

Aquí la categoría “otros” se encuentra representada al final del círculo no importa su valor

Ejemplo 2.1

Encuentre el porcentaje del color verde mostrado en el siguiente gráfico.

Dentro del cuadrado escriba el porcentaje de color verde.

Solución:
Después de la segunda categoría que termine en 70%,¿cuántas rayitas hay, hasta llegar al final de la tercera categoría que termina en 90%?
Esto representa el 20% de los estudiantes que prefieren el color verde.

Respuesta: 20%

La gráfica circular es un recurso estadístico fácil de interpretar que se utiliza para representar porcentajes y proporciones.

Ejercicio 2.1 Complete el porcentaje que falta en la gráfica.

154 Unidad 7 - Gráficas de faja y circulares

1. **Comparar la gráfica de faja con la gráfica circular.**
   (15 min)

* Observar el dibujo del LE.
* Comparar estas gráficas.
¿Cuál es la diferencia y semejanza entre ellas?
¿Los porcentajes de las categorías son los mismos en ambas gráficas?
* Indicar en la segunda gráfica como están ubicadas las categorías dadas.
* Indicar que en las gráficas circulares se pueden observar fácilmente la proporción de cada parte respecto del total y respecto de las demás categorías.
* Indicar que las categorías se distribuyen en sectores circulares
* Para hacer las subdivisiones de los sectores, se marca un punto de referencia, generalmente en la parte superior y se distribuye en sentido horario.

2. **Encontrar el porcentaje de una gráfica circular.**
   Ejemplo 2.1
   (15 min)

* Observar el dibujo del LE.
* Encontrar el porcentaje del color verde mostrado en la gráfica.
* Indicar que representa el 20% de los estudiantes que prefieren el color verde.

3. **Definir “gráficas circulares”.**
   (5 min)

* Concluir que la gráfica circular es un recurso estadístico fácil de interpretar que se utiliza para representar porcentajes y proporciones.
*

4. **Resolver** Ejercicio 2.1
   (10 min)

Solución

Natación 30%

Unidad 7: Gráficas de faja y circulares

Lección 2: Gráficas circulares
(2/5)

Sección 2: Relación de porcentaje y ángulo central de gráficas circulares

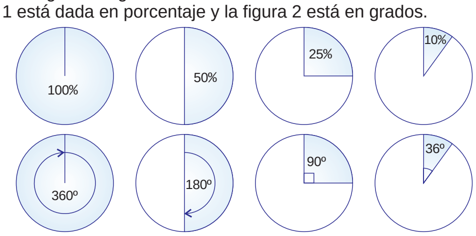
Objetivo: Determinar la medida del ángulo central usando proporciones.

Sección 2: Relación de porcentaje y ángulo central de gráficas circulares

Compare las siguientes gráficas
La figura 1 está dada en porcentaje y la figura 2 está en grados.

Figura 1

Figura 2



Observando la figura 2 y figura 1 tenemos que:
360° corresponde al 100%
180° corresponde al 50%
90° corresponde al 25%
36° corresponde al 10%
3.6° corresponde al 1%

Utilizando la proporcionalidad
$\underbrace{x : 1\%}_{\text{dato}} = \underbrace{360° : 100\%}_{\text{total}}$
Se puede encontrar $x = 3.6°$
Esto significa que 3.6° corresponde al 1%

Ejemplo 2.2

Con referencia a la figura 1 y 2 complete la tabla.

Categoría	Estudiantes	Porcentaje (%)	Medida del ángulo central
Rojo	20	40	
Azul	15	30	
Verde	10	20	
Amarillo	5	10	
Total	50	100	360º

Solución:
Para calcular los grados del ángulo central se utiliza la proporcionalidad. El total corresponde a 360°, entonces si x es la medida del ángulo central del dato:

$x : 20 = 360° : 50$
$50x = 360° \times 20$
$x = 360° \times \frac{20}{50}$
$x = 144°$

$x : 20 = 360° : 50$

Medida del ángulo central del color rojo : Cantidad del color rojo = Medida del ángulo central del **Total** : Cantidad **Total**

También se puede utilizar la siguiente fórmula:

La medida del ángulo central del dato $= 360° \times \frac{\text{Dato}}{\text{Total}}$

Para calcular la medida del ángulo central del color azul, utilizando la fórmula es:
$360° \times \frac{15}{50} = 108°$

155

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

Indicador de logro

Con referencia a la figura 1 y 2 complete la tabla

Categoría	Estudiantes	Porcentaje (%)	Medida del ángulo central (º)
Rojo	20	40	
Azul	15	30	
Verde	10	20	
Amarillo	5	10	
Total	50	100	

1. Compare las gráficas de la figura 1 y 2.

(25 min)

¿Cuál es la similitud entre las gráficas 1 y 2?

¿Qué se está estableciendo en la figura 1?

¿Qué se está estableciendo en la figura 2?

* Indicar que 100% corresponde a 360°.
* Concluir que utilizando la proporcionalidad puede encontrar el ángulo central correspondiente a un dato dado el porcentaje.

2. Determinar la medida del ángulo central correspondiente a un dato.

Ejemplo 2.2

(20 min)

* Utilizar proporción para calcular los ángulos centrales.
* Indicar que la medida del ángulo central del dato = $360° \times \frac{\text{Dato}}{\text{Total}}$.
* Indicar que también pueden utilizar la fórmula.

Ejercicio adicional

Complete la siguiente tabla

Verduras	Cantidad	Porcentaje (%)	Medida del ángulo central (º)
Tomate	90	45	
Cebolla	60	30	
Remolacha	30	15	
Otros	20	10	
Total	200	100	

Solución

Verduras	Cantidad	Porcentaje (%)	Medida del ángulo central (º)
Tomate	90	45	**162**
Cebolla	60	30	**108**
Remolacha	30	15	**54**
Otros	20	10	**36**
Total	200	100	**360**

continúa en la siguiente página...

Indicador de logro

Complete la tabla en grados de cada categoría

Deporte	Cantidad de estudiantes	Porcentaje (%)	Medida de ángulo central
Fútbol	250	50	
Basquetbol	125	25	
Volibol	75	15	
Atletismo	50	10	
Total	500	100	360°

* Dejar que el estudiante realice los cálculos utilizando la fórmula.

[Hasta aquí Clase 2]

[Desde aquí Clase 3]

1. Otra solución para encontrar la medida del ángulo central.

(15 min)

* Elaborar una tabla con los datos hasta porcentaje.
* Utilizar la relación entre porcentaje y grado, ¿cuál es la medida del ángulo central para el 1%?
* Si el 1% corresponde a 3.6°, ¿cómo se obtiene la medida del ángulo central?
* Completar la tabla multiplicando cada porcentaje por 3.6° y recalcar que la suma de las medidas de los ángulos centrales es igual a 360°.

2. Resolver *Ejercicio* **2.2**

(15 min)

Solución

Deporte	Cantidad de estudiantes	Porcentaje (%)	Medida de ángulo central
Fútbol	250	50	180°
Basquetbol	125	25	90°
Volibol	75	15	54°
Atletismo	50	10	36°
Total	500	100	360°

3. Resolver *Ejercicio* **2.3**

(15 min)

Solución

Calificación	Estudiantes	Medida de ángulo central
Insatisfactorio	90	162°
Debe mejorar	60	108°
Satisfactorio	30	54°
Avanzado	20	36°
Total	200	360°

* Puede utilizar las dos maneras que aprendieron. (Ver)

Unidad 7: Gráficas de faja y circulares

Lección 2: ***(3/5)*** Gráficas circulares

Sección 2: Relación de porcentaje y ángulo central de gráficas circulares

Objetivo: Determinar la medida del ángulo central cuando se conoce el porcentaje del dato.

De igual manera:

Color verde: $360° \times \frac{10}{50} = 72°$

Color amarillo: $360° \times \frac{5}{50} = 36°$

Respuesta:

Color	Estudiantes	Porcentaje (%)	Medida del ángulo central
Rojo	20	40	144º
Azul	15	30	108º
Verde	10	20	72º
Amarillo	5	10	36º
Total	50	100	360º

Otra forma de encontrar la medida del ángulo central cuando se sabe el porcentaje.
Utilizando la relación entre porcentaje y grado, sabiendo que al 1% corresponden 3.6°.
Entonces se puede calcular como: (porcentaje) × 3.6°

Color	Porcentaje (%)		Medida del ángulo central
Rojo	40	× 3.6º	144º
Azul	30	× 3.6º	108º
Verde	20	× 3.6º	72º
Amarillo	10	× 3.6º	36º
Total	100	× 3.6º	360º

Ejercicio **2.2** Complete la tabla en grados de cada categoría.

Deporte	Cantidad de estudiantes	Porcentaje (%)	Medida del ángulo central
Fútbol	250	50	
Basquetbol	125	25	
Volibol	75	15	
Atletismo	50	10	
Total	500	100	360°

Ejercicio **2.3** Complete la tabla en grados.

Calificación	Estudiantes	Medida de ángulo central
Insatisfactorio	90	
Debe mejorar	60	
Satisfactorio	30	
Avanzado	20	
Total	200	360°

Puede utilizar cualquier manera:
i) $360° \times \frac{\text{Dato}}{\text{Total}}$
ii) 3.6° × (porcentaje)

156 *Unidad 7 - Gráficas de faja y circulares*

Ejercicio adicional

Complete la siguiente tabla.

Tipo de intervención	Cantidad de intervención	Porcentaje (%)	Medida de ángulo central
Hernia	9		
Vesicula	6		
Pulmones	3		
Riñones	2		
Total	20	100	360°

Solución

Porcentaje (%)	Medida de ángulo central
45	162°
30	108°
15	54°
10	36°
100	360°

Unidad 7: Gráficas de faja y circulares

Lección 2: Gráficas circulares
(4/5)

Sección 3: Análisis de tabla conociendo el porcentaje

Objetivo: Encontrar el dato de un problema conociendo el porcentaje de su categoría.

Sección 3: Análisis de tabla conociendo el porcentaje

En una sección de 50 estudiantes, solo el 30% aprobó matemática, ¿qué cantidad de estudiantes aprobó?

Si se conoce el total de estudiantes y un determinado porcentaje que aprobó, haciendo uso de la proporcionalidad podemos encontrar ese dato.

Sea x cantidad de estudiantes.
Total de estudiantes es 50.
Entonces: x : 30% = 50 : 100%

$x = 50 \times \frac{30}{100} = 15$

15 estudiantes aprobaron matemática que representa el 30%

Para encontrar "dato" se puede utilizar la siguiente fórmula:

$$\textbf{dato} = \textbf{total} \times \frac{\textbf{porcentaje}}{\textbf{100}}$$

Ejemplo 2.3

En la tabla se muestra el porcentaje de ventas de artículos de una casa comercial durante una semana.
¿Qué cantidad de artículos se vendieron según la categoría?

Nombre del artículo	Porcentaje (%)	Número de artículos
Lavamanos	40	
Refrigeradoras	30	
Lavadoras	20	
Estufas	10	
Total	100	50

Solución:

Si se quiere saber el dato o cantidad de artículos vendidos por cada categoría puede utilizar la fórmula: $\text{dato} = \text{total} \times \frac{\text{porcentaje}}{100}$

De la fórmula anterior tenemos:

Lavamanos: $50 \times \frac{40}{100} = 20$ artículos

Lavadoras: $50 \times \frac{20}{100} = 10$ artículos

Refrigeradoras: $50 \times \frac{30}{100} = 15$ artículos

Estufas: $50 \times \frac{10}{100} = 5$ artículos

Respuesta:

Nombre del artículo	Porcentaje (%)	Número de artículos
Lavamanos	40	20
Refrigeradoras	30	15
Lavadoras	20	10
Estufas	10	5
Total	100	50

157

Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

Indicador de logro

¿Qué cantidad de artículos se vendieron según la categoría?

Nombre del artículo	Porcentaje (%)	Número de artículos
Lavamanos	40	
Refrigeradoras	30	
Lavadoras	20	
Estufas	10	
Total	100	50

1. Determinar el dato conociendo su porcentaje respecto a una cantidad.

(20 min)

* Preguntar a los estudiantes si conocen la cantidad de estudiantes que aprobó matemática.

  ¿Cuáles son los datos que se conocen?

  ¿Qué podemos aplicar para conocer el número de estudiantes que aprobó matemática?

* Indicar que utilizando la proporcionalidad puede encontrar el dato.

* Definir la fórmula.

2. Determinar los datos dado su porcentaje.

Ejemplo 2.3

(25 min)

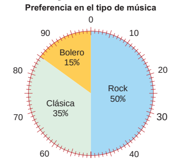
* Copiar la tabla en la pizarra.

* Aplicar la fórmula y calcule la cantidad de artículos que hay por categoría.

Indicador de logro

Según la gráfica, ¿cuántas personas prefieren cada tipo de música si en total se entrevistaron 40 personas?

Preferencia en el tipo de música



Unidad 7: **Gráficas de faja y circulares**

Lección 2: (5/5) Gráficas circulares

Sección 3: Análisis de tabla conociendo el porcentaje

Objetivo: Confirmar la manera de escribir la medida de ángulo central conociendo sus datos.

1. Resolver *Ejercicio* 2.4

(25 min)

Solución

Frutas	N° de frutas	Porcentaje(%)
Manazana	90	45
Uvas	30	15
Sandia	60	30
Melón	20	10
Total	200	100

2. Resolver *Ejercicio* 2.5

(20 min)

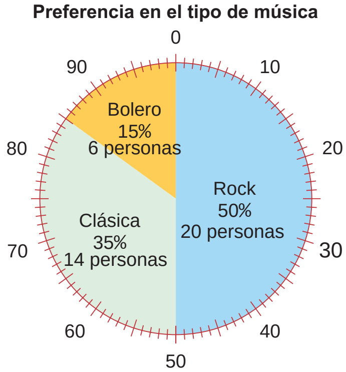
Solución

20 personas prefieren Rock que equivale a un 50%

14 personas prefieren Clásica que equivale a un 35%

6 personas prefieren el Bolero que equivale a un 15%

Preferencia en el tipo de música

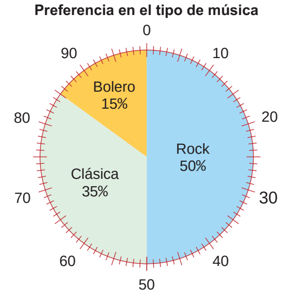


Ejercicio **2.4** En la tabla se muestra el porcentaje de la cantidad de frutas disponibles en un supermercado de un total de 200. ¿Cuántas frutas hay disponibles en cada categoría?

Frutas	N° de frutas	Porcentaje(%)
Manzana		45
Uvas		15
Sandía		30
Melón		10
Total	200	100

Ejercicio **2.5** Según la gráfica. ¿Cuántas personas prefieren cada tipo de música si en total se entrevistaron 40 personas?

Preferencia en el tipo de música



Unidad 7: (1/1)

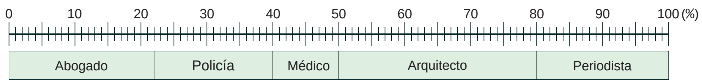
Gráficas de faja y circulares

Ejercicios de la unidad

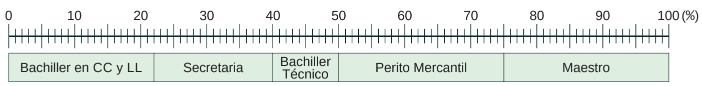
Objetivo: Confirmar lo aprendido sobre gráficas de faja y circulares.

Ejercicios

1 ¿Cuál es el porcentaje de cada profesión?



2 ¿Cuántas personas hay en cada profesión, si hay 800 personas?



3 Con los datos dados en las tablas elabore una gráfica de faja.

a)

Nivel de desempeño	Cantidad de estudiantes
Insatisfactorio	10
Debe mejorar	12
Satisfactorio	14
Avanzado	4
Total	40

b)

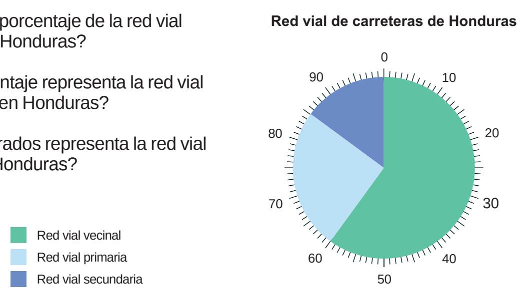
Tipo de intervención	Cantidad de intervenciones
Hernia	8
Pulmones	6
Garganta	4
Vesícula	2
Total	20

4 Según la red vial de carreteras de Honduras, que representan la gráfica mostrada responda.

a) ¿Cuál es el porcentaje de la red vial primaria de Honduras?

b) ¿Qué porcentaje representa la red vial secundaria en Honduras?

c) ¿Cuántos grados representa la red vial vecinal de Honduras?



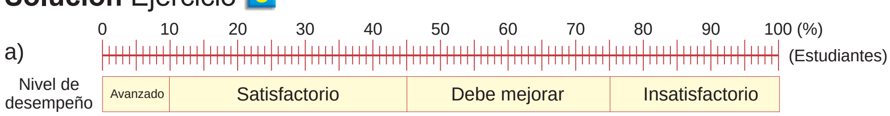
En una gráfica es recomendable anotar el título y al pie de la gráfica la fuente de los datos que la representan.

159

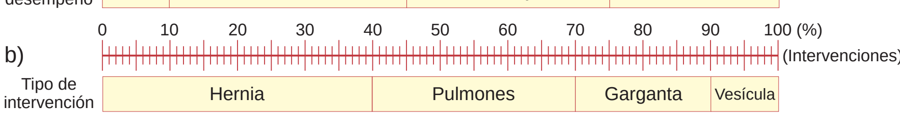
Libro del Estudiante - Matemáticas 7º grado

Solución Ejercicio 3

a)



b)



1 Cálculo de los porcentajes de cada categoría en la gráfica de faja.

Solución

Abogado: 22%
Policía: 18%
Médico: 10%
Arquitecto: 30%
Periodista: 20%

2 Cálculo de cantidades en cada categoría dado el total y los porcentajes de cada categoría en la gráfica de faja.

Solución

Bachiller en CC y LL: 176 personas
Secretaria: 144 personas
Bachiller Técnico: 80 personas
Perito Mercantil: 200 personas
Maestro: 200 personas

3 Construcción de gráficas de faja dado el total y la cantidad de cada categoría.

Solución

a) Avanzado: 10%
Satisfactorio: 35%
Debe mejorar: 30%
Insatisfactorio: 25%

b) Hérnia: 40%
Pulmones: 30%
Garganta: 20%
Vesícula: 10%

(Ver gráficas en la parte inferior)

4 Cálculo de porcentajes en cada categoría dado en la gráfica circular.

Solución

a) 25%
b) 15%
c) $360^{o} \times \frac{60}{100} = 216^{o}$

continúa en la siguiente página...

5 Interpretación de gráfica circular.

Solución

a) Atlántida 7%
Comayagua 8%
Yoro 20%
Cortes 30%
Francisco Morazán 35%

b) Atlántida, Comayagua, Yoro, Cortés, Francisco Morazán

c) Francisco Morazán

d) Atlántida

Unidad 7: Gráficas de faja y circulares

(1/1) Ejercicios de la unidad

Objetivo: Confirmar lo aprendido sobre gráficas de faja y circulares.

5 De acuerdo con la gráfica mostrada conteste las siguientes preguntas:

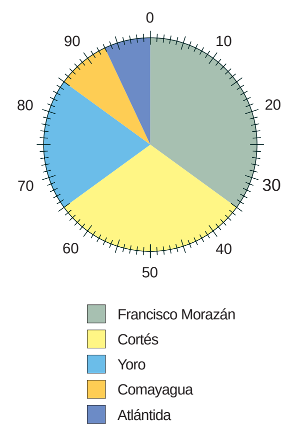
a) ¿Cuál es el porcentaje de cada departamento según su gráfica?

b) ¿Cuál es el orden de los departamentos de menor a mayor, según la población?

c) ¿Qué departamento tiene mayor población?

d) ¿Qué departamento tiene menor población?

Población de 5 departamentos de Honduras



AGRADECIMIENTO

La Secretaría de Educación (SE), La Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán (UPNFM) y La Agencia de Cooperación Internacional del Japón (JICA), AGRADECEN al personal docente y estudiantes de los centros educativos gubernamentales de Educación Básica y de Educación Media que participaron en el proceso de validación de los contenidos de los Libros del Estudiante y las Guías del Docente de Matemática para 7mo, 8vo y 9no grado que fueron elaborados en el marco del Proyecto de Mejoramiento de la Enseñanza Técnica en el Área de Matemática Fase III (PROMETAM FASE III).

DISTRITO CENTRAL - FRANCISCO MORAZÁN

CEB Gustavo Simón Núñez
Ana Yansy Flores Corrales
Hefzy Paola Núñez Arambú

CEB José Ramón Cálix Figueroa
Sayda Patricia Cáceres Martínez
Yolanda Ivette Fonseca Rivas

CEB José Trinidad Reyes
Jorge Iván Carrasco Salinas

CEB República de China
Sonia Maribel Midence Cruz

CEB República de Costa Rica
Maribel Montes Torres
Juan Carlos Díaz Solano

CEB San Miguel de Heredia
Daniel Stanly Interiano Rápalo

Instituto Héctor Pineda Ugarte
Kelin Issela Fuentes
Braulio Joel Gómez Sierra

Instituto España Jesús Milla Selva
Cindy Gabriela Alméndarez Ávila
Grace Janice Galindo Barahona
Karina Patricia Ávila Burgos

Centro de Investigación e Innovación Educativa (CIIE–UPNFM)
Ana Isabel Osorto Chávez
Samira Iveth Suazo Rivera
Rooy Estiven Fúnez Posadas

CHOLUTECA, CHOLUTECA

CEB José Trinidad Cabañas
Juan Ramón Carranza

Instituto José Cecilio del Valle
Alba Luz Contreras
Margarita Alvarenga Sandoval
Marco Antonio Escobar Espino

DANLÍ, EL PARAÍSO

CEB Martha Irías de Alcántara
Karla Vanessa Sauceda Iglesias

Instituto Departamental de Oriente
Isis Teresa Gallo Avilez
Judith Liliana Zelaya Escalante
Fairon Orlando Amador Peralta
Carlos Roberto Melgara Hernández

GRACIAS, LEMPIRA

Centro de Investigación e Innovación Educativa (CIIE – UPNFM)
Dioselina Serrano Benítez

De igual manera, se les AGRADECE a los estudiantes de último año de la Carrera de Matemática de la UPNFM en su práctica profesional II, que fueron asignados a PROMETAM Fase III durante los años 2016, 2017 y 2018, quienes contribuyeron en la elaboración y revisión de los Libros de Matemática.

ORACIÓN DEL HONDUREÑO

¡Bendiga Dios la pródiga tierra en que nací!

Fecunden el sol y las lluvias sus campos labrantíos;
florezcan sus industrias y todas sus riquezas esplendan
bajo su cielo de zafiro.

Mi corazón y mi pensamiento, en una sola voluntad,
exaltarán su nombre, en un constante esfuerzo por su cultura.

Número en acción en la conquista de sus altos valores morales,
factor permanente de la paz y del trabajo, me sumaré a sus energías;
y en el hogar, en la sociedad o en los negocios públicos,
en cualquier aspecto de mi destino, siempre tendré presente
mi obligación ineludible de contribuir a la gloria de Honduras.

Huiré del alcohol y del juego,
y de todo cuanto pueda disminuir mi personalidad,
para merecer el honor de figurar entre sus hijos mejores.

Respetaré sus símbolos eternos y la memoria de sus próceres,
admirando a sus hombres ilustres
y a todos los que sobresalgan por enaltecerla.

Y no olvidaré jamás que mi primer deber será, en todo tiempo,
defender con valor su soberanía, su integridad territorial,
su dignidad de nación independiente;
prefiriendo morir mil veces antes que ver profanado su suelo,
roto su escudo, vencido su brillante pabellón.

¡Bendiga Dios la prodiga tierra en que nací!

Libre y civilizada, agrande su poder en los tiempos
y brille su nombre en las amplias conquistas de la justicia y del derecho.

Froylán Turcios